

УДК 004.9
DOI 10.17513/snt.40781



АНАЛИТИКО-ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОФАЗНЫХ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ

Печеный Е. А., Нуриев Н. К., Самерханов И. З., Габдрахманов Б. М.

*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Казанский национальный исследовательский технологический университет»,
Казань, Российская Федерация, e-mail: gbm445@yandex.ru*

Современные робототехнические комплексы и автоматизированные производственные линии могут быть описаны как многофазные системы массового обслуживания, в которых важны одновременно пропускная способность и временные характеристики (ожидание, простои оборудования). Классические аналитические модели, как правило, опираются на пуассоновские потоки и экспоненциальное распределение времени обслуживания, что ограничивает их применение к реальным объектам с детерминированными операциями, непуассоновскими потоками и встроенным контролем качества. Цель работы – показать возможности и ограничения комбинированного (аналитико-имитационного) подхода к анализу потоков в многофазных системах массового обслуживания робототехнических комплексов, где теоретическое описание дополняется имитационным моделированием. В теоретической части используется аппарат производящих функций для анализа многоканальной системы с вырожденным временем обслуживания, что позволяет зафиксировать границы применимости классических результатов (сохранение пуассоновских свойств потока на выходе фаз при пуассоновском входе и экспоненциальном обслуживании). Для перехода к более реалистичным условиям построена имитационная модель двухфазной системы массового обслуживания, включающая два канала на каждой фазе и фильтры контроля качества. В вычислительных экспериментах варьируются интенсивность входного потока и время выполнения контрольных операций, а также оценивается вклад отбраковки по качеству и переполнения очередей в общую вероятность отказа. Моделирование подтверждает, что при умеренной нагрузке системы распределение интервалов между выходящими заявками близко к экспоненциальному, тогда как изменение параметров контроля качества приводит к пороговым изменениям вероятности отказа и перераспределению причин отказов. Это позволяет сформулировать практические рекомендации по выбору длительности контрольных операций, ориентируясь на компромисс между требуемым уровнем качества и производительностью линии. Предлагаемый подход показывает, что совместное использование аналитических моделей и имитационного моделирования может служить основой для инженерного анализа и настройки многофазных роботизированных систем на стадиях проектирования и эксплуатации.

Ключевые слова: многофазные системы массового обслуживания, производящие функции, потоки заявок, робототехника, автоматизированные производства, имитационное моделирование, контроль качества, вероятность отказа, оптимизация производительности

ANALYTICAL AND SIMULATION MODELING OF MULTIPHASE QUEUEING SYSTEMS FOR ROBOTIC COMPLEXES

Pechenyu E. A., Nuriev N. K., Samerkhanov I. Z., Gabdrakhmanov B. M.

*Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education
“Kazan National Research Technological University”,
Kazan, Russian Federation, e-mail: gbm445@yandex.ru*

Modern robotic complexes and automated production lines can be represented as multiphase queueing systems, where both throughput and time-related performance (waiting times, equipment idle times) are critical. Classical analytical models are typically based on Poisson arrival processes and exponentially distributed service times, which limits their applicability to real systems with deterministic operations, non-Poisson flows, and embedded quality-control stages. The aim of this work is to demonstrate the capabilities and limitations of a combined (analytical–simulation) approach to flow analysis in multiphase queueing systems of robotic complexes, where a theoretical description is complemented by simulation modeling. In the theoretical part, the generating-function apparatus is used to analyse a multiserver system with deterministic service time, which makes it possible to delineate the range of validity of classical results (preservation of the Poisson properties of the flow at phase outputs under Poisson input and exponential service). For a transition to more realistic conditions, a simulation model of a two-phase queueing system is constructed, comprising two servers at each phase and quality-control filters. In the numerical experiments, the input flow intensity and the duration of control operations are varied, and the contributions of quality-based rejection and queue overflow to the overall failure probability are evaluated. The simulation results show that, under moderate load, the distribution of inter-departure times is close to exponential, whereas variation of quality-control parameters leads to threshold changes in failure probability and a redistribution of failure causes. This provides a basis for practical recommendations on choosing the duration of control operations, taking into account the trade-off between the required quality level and the throughput of the line. The proposed approach demonstrates that the combined use of analytical models and simulation can serve as a foundation for engineering analysis and tuning of multiphase robotic systems at the stages of design and operation.

Keywords: multiphase queueing systems, generating functions, application flows, robotics, automated production, simulation modeling, quality control, failure probability, performance optimization

Введение

Современные робототехнические комплексы и автоматизированные производственные линии представляют собой сложные киберфизические системы, ключевые функции которых могут быть описаны в рамках теории массового обслуживания (ТМО). Зачастую их логистика и алгоритмы управления реализуют принципы многофазных систем массового обслуживания (СМО), где заявки (детали, сборочные единицы, производственные задания) последовательно проходят несколько этапов обработки. Эффективность таких систем в условиях высокой конкуренции определяется их способностью обеспечивать максимальную пропускную способность при минимальных временах ожидания и простоях дорогостоящего оборудования. Это выдвигает на первый план задачу точного анализа и оптимизации их параметров на этапе проектирования и эксплуатации [1; 2].

Классический аналитический аппарат ТМО, основанный на марковских моделях с пуассоновскими потоками и экспоненциальными распределениями времени обслуживания, хотя и обеспечивает глубокое теоретическое понимание, имеет существенные ограничения применительно к реальным робототехническим системам. В практике автоматизированного производства часто встречаются детерминированное время операций, непуассоновские входные потоки, обусловленные ритмичностью поставок или предыдущими технологическими переходами, а также наличие дополнительных обязательных операций, таких как адаптивный контроль качества, вносящих нелинейность и изменяющих статистические свойства потоков заявок при переходе между фазами. Попытки строгого аналитического описания подобных систем либо приводят к неразрешимым в общем виде моделям, либо требуют принятия существенных и зачастую нереалистичных допущений [3], что снижает практическую ценность получаемых результатов.

В этой связи для адекватного исследования, проектирования и оптимизации сложных многофазных СМО в робототехнике все более востребованным становится комбинированный подход, который интегрирует строгость аналитических методов для верификации базовых принципов и понимания фундаментальных ограничений с гибкостью и мощностью имитационного моделирования для решения конкретных прикладных задач в условиях реальной сложности системы [4–6].

Цель исследования – разработка, обоснование и апробация комбинированного

подхода к анализу потоков в многофазных системах массового обслуживания робототехнических комплексов, сочетающего теоретический анализ на основе аппарата производящих функций и имитационное моделирование. Для достижения поставленной цели были определены следующие задачи:

1. Выполнить теоретический анализ свойств потоков в многофазной СМО с использованием производящих функций, подтвердив известные результаты для марковских систем и обозначив границы применимости классических моделей.

2. Построить формализованное описание и имитационную модель двухфазной робототехнической системы, включающей каналы обслуживания и фильтры контроля качества, и провести вычислительные эксперименты при варьировании интенсивности входного потока и параметров контрольных операций.

3. Сопоставить результаты аналитического и имитационного анализа и на этой основе сформулировать выводы о возможностях и ограничениях комбинированного подхода для инженерной настройки многофазных систем массового обслуживания.

Решение этих задач позволит создать методическую основу для инженерного анализа и оптимизации широкого класса робототехнических систем, функционирующих в логике многофазного обслуживания, и обеспечит переход от сугубо теоретических моделей к практически ориентированным инструментам поддержки принятия проектных решений.

Материалы и методы исследования

В настоящее время известно значительное количество работ как отечественных, так и зарубежных авторов, где представлены классические математические модели многофазных СМО, в которых предложены различные варианты их аналитического описания [7–9]. К сожалению, многие из них посвящены решению узкого класса частных задач, а область их применения ограничивается рядом дополнительных замечаний и предположений. Так, например, в статье [10] авторы, демонстрируя прекрасное владение математическим аппаратом, строят модель многофазной СМО с предположением наличия бесконечного количества приборов обслуживания, что, конечно же, малореалистично.

Главная сложность, возникающая в процессе аналитического исследования многоканальных СМО, состоит в том, что при движении от фазы к фазе свойства потока могут претерпевать существенные (качественные) изменения. Известно, что если поток заявок,

поступающий на обслуживание в i -ю фазу, является пуассоновским, а время обслуживания имеет экспоненциальное распределение, то поток уходящих заявок также будет пуассоновским [11–13]. В противном случае ничего определенного о характере выходного потока заявок априори утверждать нельзя. Это приводит к значительным трудностям при попытках создать математические модели, которые можно было бы использовать на стадии проектирования многоканальных СМО и построения алгоритмов управления ими. Именно поэтому внимание все большего числа исследователей привлекает аппарат имитационного моделирования, как надежного и весьма эффективного средства получения результатов, пригодных для решения прикладных задач [14; 15].

Как было замечено выше, многофазные СМО могут успешно использоваться для моделирования поведения робототехнических систем, многие из которых функционально представляют сложные производственные поточные линии. Подобные системы характеризуются прежде всего жесткой структурой, неизменяемой в течение производственного цикла. Любая заявка (деталь, заготовка), поступающая в систему, последовательно и в строго определенном порядке проходит несколько этапов обслуживания (обработки) согласно технологическому маршруту с обязательным контролем времени выполнения каждой операции.

Вид функции распределения входного потока заявок, поступающего в многофазную СМО, находящуюся под управлением робототехнического комплекса, зависит, прежде всего, от технологических и организационных особенностей конкретного производства и может оказаться как простым, так и весьма сложным. Однако практически во всех поточных линиях, управляемых сколько-нибудь совершенной автоматикой, обслуживание всех заявок осуществляется в течение одинаковых отрезков времени, то есть в режиме вырожденного потока. Следует также иметь в виду, что в составе любой производственной поточной линии присутствуют специальные контрольные устройства, устанавливаемые перед каждой технологической операцией. Они выполняют функции фильтров, блокируя обслуживание заявок, не соответствующих требованиям качества.

Рассмотрим формализованную структуру и порядок функционирования многофазной СМО, входящей в состав робототехнического комплекса, на примере двухфазной системы, имеющей по два канала на каждой из фаз. Поток заявок, распределенных по закону $B(t)$ со средней интенсивностью λ_1 , поступает на обслуживающие устройства

первой фазы, предварительно пройдя контроль качества, где доля заявок, равная α , выбраковывается. Будем далее считать, что время, затрачиваемое на выполнение этой операции, значительно меньше времени обслуживания и в прикладных расчетах им можно пренебречь. Оба канала имеют одинаковую и строго постоянную интенсивность обслуживания m_1 . Если в момент прихода очередной заявки оба канала оказываются заняты, заявка направляется в накопитель, откуда подается к обслуживанию по мере освобождения каналов.

Результаты исследования и их обсуждение

Замечание. Во избежание опасности возникновения «поглощающего» состояния необходимо выполнение условия $(1 - \alpha)\lambda_1 < 2m_1$. Аналитическое выражение функции распределения $V(t)$ потока заявок, покидающих первую фазу и поступающих на контрольное устройство перед второй фазой обслуживания, получить практически невозможно, даже если вид функции $B(t)$ известен. Хотя можно уверенно утверждать, что средняя интенсивность потока, пришедшего на вторую фазу обслуживания, равна $\lambda_2 \leq (1 - \alpha)\lambda_1$. Между тем знание вида функций $V(t)$, а также $R(t)$ – потока заявок, уходящих из системы, несомненно важно для проектирования СМО, оценки их эксплуатационных характеристик, а в дальнейшем решения задач администрирования. На рис. 1 представлена блок-схема описываемой системы.

Математическая модель многоканальной СМО, функционирующей в условиях пуассоновского входного потока заявок и вырожденного обслуживания, описана в книге Т. Саати [16, с. 45–60] и представляет собой интерес как пример аналитического исследования немарковских систем и используемого для этой цели аппарата. Без потери общности можно положить постоянное время обслуживания m равной одной временной единице. В этом случае условием нормального функционирования системы будет: $n > \lambda$, где n – число каналов обслуживания.

Обозначим P_k – вероятность того, что в некоторый момент времени (при условии достижения стационарного состояния) в системе – на обслуживании и в накопителе – присутствует ровно k заявок. Тогда вероятность того, что в системе находится не более k заявок, будет

$$b_k = \sum_{i=0}^k P_i. \quad (1)$$

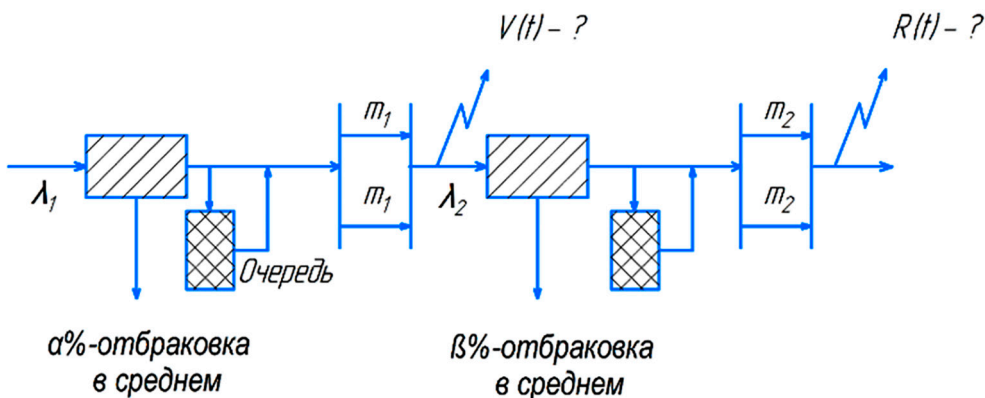


Рис. 1. Блок-схема описываемой системы
 Примечание: составлен авторами по результатам данного исследования

Поскольку время обслуживания всех заявок одинаково и равно 1, входной поток обладает свойством отсутствия последствия, вероятность присутствия в системе некоторого числа заявок в конце единичного интервала можно представить через вероятность присутствия определенного числа заявок на начало интервала, умноженную на вероятность появления некоторого числа заявок в течение этого интервала.

Так как это может произойти в результате осуществления нескольких несовместных событий, то вероятности суммируются. Разумеется, все заявки, находящиеся на обслуживании в начале единичного интервала, покинут систему до его окончания. Тогда для единичного временного интервала, в течение которого происходит полное обслуживание любой заявки, получим для стационарного состояния

$$\left\{ \begin{array}{l} P_0 = b_n e^{-\lambda} \\ P_1 = b_n \lambda e^{-\lambda} + P_{n+1} e^{-\lambda} \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ P_k = b_n \left(\lambda^k / k! \right) e^{-\lambda} + P_{n+1} \left(\lambda^{k-1} / (k-1)! \right) e^{-\lambda} + \dots + P_{n+k} e^{-\lambda} \end{array} \right. \quad (2)$$

Вероятность P_0 соответствует ситуации, когда в начале единичного интервала в системе присутствует не более n заявок, которые все будут в течение этого интервала обслужены и ни одна новая заявка в систему не поступит, то есть по его окончании система окажется свободной. Случай, когда на конец единичного интервала в системе будет находиться одна заявка (вероятность P_1), может осуществиться как результат одного из двух несовместных событий: либо когда в течение единичного интервала приходит одна заявка, при условии, что в начале их было не более n ; либо когда в начале интервала в системе находилась $n + 1$ заявка, а в течение интервала заявки не поступали. Все прочие уравнения строятся аналогично, путем исчерпания всех возможных элементарных исходов. Множитель $\frac{\lambda_k}{k!} e^{-\lambda}$ определяет вероятность прихода k заявок,

при условии, что входной поток является пуассоновским.

Для отыскания вероятностей P_k введем производящую функцию в виде ряда:

$$P(Z) = \sum_{k=0}^{\infty} P_n Z^k, \quad (3)$$

где Z , в общем случае, комплексное число. Очевидно, что $P(1) = 1$. Обозначим

$$P^*(Z) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k Z^k. \quad (4)$$

Тогда, умножая уравнение (2) на соответствующую степень Z и суммируя их, находим

$$P(Z) = \frac{P^*(Z) - b_n Z^n}{1 - Z^n e^{\lambda(1-Z)}}. \quad (5)$$

Поскольку $0 \leq P_k \leq 1$ для $\forall k$, функция $P(Z)$ внутри единичного круга $|Z| \leq 1$ будет регулярной и ограниченной. Следовательно, в этой области нули числителя содержат все нули знаменателя соотношения (5), которых, согласно теореме Руше, должно быть n штук: Z_1, Z_2, \dots, Z_n . Очевидно, одним из этих нулей будет единица, для определенности положим $Z_n = 1$. И поскольку чис-

литель есть многочлен степени n , он может быть представлен как (6):

$$L(Z-1)(Z-Z_1)(Z-Z_2)\dots(Z-Z_{n-1}), \quad (6)$$

где константа L определяется из условия

$$\lim_{Z \rightarrow 1} P(Z) = 1,$$

с учетом этого выражение (5) примет вид

$$P(Z) = - \frac{n - \lambda}{(1 - Z_1)(1 - Z_2)\dots(1 - Z_{n-1})} \cdot \frac{(Z - 1)(Z - Z_1)\dots(Z - Z_{n-1})}{1 - Z^n e^{\lambda(1-Z)}}. \quad (7)$$

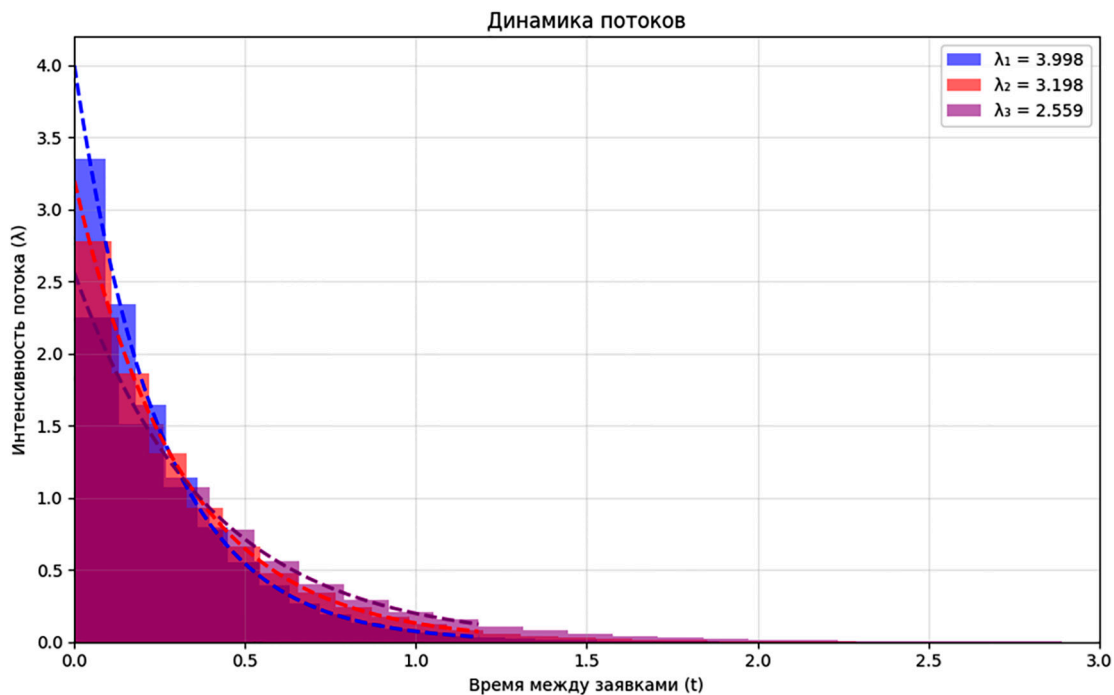


Рис. 2. Сравнение эмпирических распределений интервалов входного (λ_1), межфазного (λ_2) и выходного (λ_3) потоков с теоретическими кривыми экспоненциального распределения
Примечание: составлен авторами по результатам данного исследования

Разлагая выражение для производящей функции в степенной ряд, получим значения вероятностей P_k , как коэффициенты при Z^k .

Располагая полученными результатами, можно вычислить ряд прочих показателей, традиционно используемых для описания функционирования СМО: вероятность обслуживания заявки сразу же по прибытию (без ожидания), вероятность ожидания обслуживания не более определенного времени τ , величину среднего времени ожидания и т. п. К сожалению, эти результаты нельзя распространить на системы с непуассоновскими входными потоками заявок, а также на многофазные СМО, где при движении

от фазы к фазе поток может претерпевать существенные изменения.

Пример практической апробации на имитационной модели

Практическая верификация теоретического вывода была выполнена с помощью имитационного моделирования двухфазной СМО, соответствующей описанной формализации. Для реализации имитационной модели была использована оригинальная программа для ЭВМ «Многофазная система массового обслуживания с адаптивными фильтрами», реализующая дискретно-событийную схему работы рассма-

триваемой двухфазной СМО. Программный комплекс разработан на языке Python с использованием библиотек `tkinter`, `matplotlib`, `numpy` и `pandas`, что позволяет задавать параметры системы, выполнять моделирование и визуализировать полученные статистические характеристики. Программа зарегистрирована в реестре программ для ЭВМ (свидетельство № 25556 от 30.10.2025), что фиксирует оригинальность реализованного алгоритмического решения. Применение единого программного инструмента с формально описанной структурой и параметрами системы обеспечивает воспроизводимость вычислительных экспериментов. Система включала два канала на каждой фазе с интенсивностью обслуживания $m = 5$ и фильтры контроля качества с вероятностью отбраковки $\alpha = 0,1$. При интенсивности входного потока $\lambda = 4$ распределение интервалов выходящего потока статистически не отличалось от экспоненциального ($p > 0,05$, критерий согласия Колмогорова – Смирнова), что наглядно подтверждается на рис. 2 совпадением эмпирических гистограмм и теоретических кривых плотности для потоков λ_1 (вход), λ_2 (после первой фазы) и λ_3 (выход). Параллельно модель дала количественные прикладные результаты: общее снижение интенсивности потока составило 35 %, причем 80 % всех отказов были вызвано отбраковкой на фильтрах контроля качества, а 20 % – переполнением очередей.

На информационной панели приведены расчетные вероятностные характеристики и интенсивности потоков для данного эксперимента. Параметры: $\lambda = 4$, $m = 5$ для всех каналов, $\alpha = 0,1$, время моделирования $T = 200000$.

Однако установлены ключевые ограничения классических моделей, связанные с непугассоновскими потоками, вырожденным обслуживанием и, что особенно важно, сложной структурой реальных систем. Для многофазных СМО, в которых присутствуют дополнительные технологические операции (такие как контроль качества с переменным временем выполнения), при движении от фазы к фазе свойства потока могут претерпевать качественные изменения, не поддающиеся корректному аналитическому описанию в общем виде. Полученные результаты подтверждают, что для проектирования современных высокоэффективных роботизированных комплексов и автоматизированных производств с распределенным контролем качества прямое применение классического аналитического аппарата невозможно или сопряжено с грубыми упрощениями.

Заключение

Выполненное исследование показывает, что для многофазных робототехнических систем, работающих в режиме жестко заданных технологических маршрутов, классические аналитические модели ТМО полезны прежде всего как средство верификации базовых закономерностей и оценки предельной производительности. На примере многоканальной системы с вырожденным обслуживанием подтверждена устойчивость пуассоновских свойств потока при соблюдении стандартных предпосылок (пуассоновский входной поток, экспоненциальное распределение времени обслуживания).

Вместе с тем, при переходе к моделированию реальных производственных линий с детерминированным временем операций, фильтрами контроля качества и ограниченной емкостью очередей, аналитическое описание быстро усложняется и требует дополнительных допущений. В этой части основным инструментом оказывается имитационная модель двухфазной СМО, которая позволяет проследить изменение структуры отказов при варьировании интенсивности входного потока и времени контроля качества.

Численные эксперименты для выбранной конфигурации показали, что при интенсивности входного потока порядка четырех заявок в единицу времени и интенсивности обслуживания пяти заявок в единицу времени на канал основной вклад в общую вероятность отказа вносит отбраковка на фильтрах качества, тогда как отказ по причине переполнения очередей остается менее значимым. Варьирование длительности контрольных операций приводит к появлению пороговых режимов, когда небольшое увеличение времени контроля заметно изменяет вероятность отказа.

На основании этих результатов сформулированы практические рекомендации по выбору параметров контроля качества с учетом нагрузки на систему и требуемого уровня качества продукции. Они ориентированы на те классы робототехнических комплексов, для которых справедливы принятые в работе допущения.

Таким образом, комбинированный аналитико-имитационный подход может рассматриваться как прикладной инструмент поддержки инженерных решений для многофазных СМО: аналитическая часть задает рамки применимости и общие закономерности, а имитационные эксперименты обеспечивают количественную оценку показателей и проверку вариантов настройки системы в условиях, близких к реальным.

Список литературы

1. Jackson R. R. P. Queueing Systems with Phase Type Service, *Operations Research Quart.*, 1954. Vol. 5. P. 109–120. DOI: 10.1057/jors.1954.23.
2. Reich E. Waiting Times When Queues are in Tandem // *Annals of Mathematical Statistics*. 1957. Vol. 28. Is. 3. P. 768–773. DOI: 10.1214/aoms/1177706889.
3. Walenty Oniszczyk. Blocking and Deadlocking Phenomena in Two-Server Tandem Configuration with Optional Feedback – Modeling and Parameter Sensitivity Investigation. 15th IFIP International Conference on Computer Information Systems and Industrial Management (CISIM), Sep 2016. Vilnius, Lithuania. P. 441–452. DOI: 1007/978-3-319-45378-1_39.
4. Дмитриева Т. В. Транспортные коридоры как многофазные системы массового обслуживания // Проблемы развития транспортной инфраструктуры Европейского Севера России: материалы межрегиональной научно-практической конференции (г. Котлас, 29–30 марта 2008 г.). Вып. 3 / Отв. ред. С. А. Гладких. СПб.: СПГУВК, 2008. С. 3–8. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=24844251> (дата обращения: 13.04.2026).
5. Казаков А. Л., Лемперт А. А., Жарков М. Л. Моделирование транспортно-пересадочных узлов на основе систем массового обслуживания – многофазных и с ВМАР-поток // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. 2016. №4 (32). С. 4–14. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=27441621> (дата обращения: 21.04.2026). DOI: 10.20291/2079-0392-2016-4-4-14.
6. Погодаев С. Ю., Сысоев А. С., Мирошников А. И. Оптимизация потоков транспортных средств в скоростном транспортном коридоре: аналитическое моделирование и программное обеспечение // Проблемы управления. 2022. № 5 (25). С. 92–102. URL: https://pu.mtas.ru/archive/Pogodaev_pu_525.pdf (дата обращения: 24.04.2026).
7. Khayyati S., Tan B. Supervised-Learning-Based Approximation Method for Multi-server Queueing Networks under Different Service Disciplines with Correlated Interarrival and Service Times // *International Journal of Production Research*. 2022. Vol. 60. Is. 17. P. 5176–5200. DOI: 10.1080/00207543.2021.1951448.
8. Юданова В. В. Имитационное моделирование систем массового обслуживания // Отходы и ресурсы. 2019. Т. 6. № 4. Ст. 21. DOI: 10.15862/23INOR419.
9. Oblakova A., Al Hanbali A., Boucherie R. J., et al. An Analytical Model for a Tandem of Two Traffic-Light Intersections under Semi-actuated and Fixed Control // *Transportation Research Interdisciplinary Perspectives*. 2022. Vol. 16. Art. № 100715. DOI: 10.1016/j.trip.2022.100715 (дата обращения: 12.03.2025).
10. Rovetto C., Cruz E., Nuñez I., et al. Minimizing Intersection Waiting Time: Proposal of a Queue Network Model Using Kendall's Notation in Panama City // *Applied Sciences*. 2023. Vol. 13. № 18. Art. № 10030. DOI: 10.3390/app131810030.
11. Dieleman N. A., Berkhout J., Heidergott B. A Neural Network Approach to Performance Analysis of Tandem Lines: The Value of Analytical Knowledge // *Computers and Operations Research*. 2023. Vol. 152. Is. 3. Art. № 106124. DOI: 10.1016/j.cor.2022.106124.
12. Зиновьев В. В., Кузнецов И. С., Николаев П. И., Стародубов А. Н. Имитационное моделирование роботизируемых технологий открытых и подземных горных работ // *Горная промышленность*. 2023. № S2. С. 65–76. DOI: 10.30686/1609-9192-2023-S2-65-76.
13. Галилейская А. А., Лисовская Е. Ю. Исследование двухфазной бесконечнолинейной системы массового обслуживания требований случайного объема с входящим простейшим потоком // Марчуковские научные чтения – 2017: труды Международной научной конференции (г. Новосибирск, 25 июня – 14 июля 2017 г.). Новосибирск: ИВМиМГ СО РАН, 2017. С. 186–190. URL: <https://elibrary.ru/yubwyy> (дата обращения: 24.04.2026).
14. Voxma O., Kella O., Resing J. ASIP tandem queues with Lévy input and consumption // *Performance Evaluation*. 2025. № 170. 102513. DOI: 10.1016/j.peva.2025.102513.
15. Guo Y., Liu Y., Yang K. Asymptotic variability analysis for tandem queues // *Queueing Systems*. 2025. Vol. 109. Is. 1. Paper № 4. 44 p. DOI: 10.1007/s11134-024-09932-z.

Конфликт интересов: Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interest: The authors declare that there is no conflict of interest.

Финансирование: Авторы заявляют об отсутствии внешнего финансирования.

Financing: The research was performed without external funding.