

УДК 519.853

DOI 10.17513/snt.40389

ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ПРИ ПЛАНИРОВАНИИ РАБОТЫ РОБОТОВ-ЛАБОРАНТОВ

Калинин В.Ф., Погонин В.А.

ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет»,
Тамбов, e-mail: vfkalinin@rambler.ru

Цель данного исследования заключается в разработке теории решения задач гарантированного нелинейного программирования, направленной на управление группой роботов-лаборантов. Присутствие мутагенных и канцерогенных веществ в рабочей среде подчеркивает необходимость регулярного мониторинга, включая анализ проб воздуха в лаборатории. Это создает потребность в использовании специализированных групп роботов-лаборантов, которые будут выполнять различные задачи на разных устройствах в разные промежутки времени. Поскольку ошибки в действиях этих роботов могут вызвать серьезные последствия, требуется разработка новых алгоритмов управления для повышения их точности. При значительных колебаниях времени работы роботов-лаборантов наблюдается замедление роста экономической эффективности при увеличении частоты отбора проб, и на определенном уровне частоты дальнейшее увеличение становится менее заметным. В условиях значительных изменений времени работы роботов-лаборантов целевая функция имеет нелинейный характер. Поэтому задачи оптимизации времени работы роботов-лаборантов относятся к классу нелинейных задач. Методы используют имитационное моделирование, теорию оптимального управления, статистику. В работе развиты теоретические основы решения задач нелинейного программирования с эквивалентной детерминированной задачей. Итогом исследования является разработка концепции функционирования коллектива роботов, учитывающая условия безопасности химико-технологических процессов.

Ключевые слова: нелинейное программирование, робот, управление, химико-технологические процессы

PROBLEMS OF NONLINEAR PROGRAMMING IN PLANNING THE WORK OF ROBOTIC LABORATORY ASSISTANTS

Kalinin V.F., Pogonin V.A.

Tambov State Technical University, Tambov, e-mail: vfkalinin@rambler.ru

The purpose of this study is to develop a theory for solving problems of guaranteed nonlinear programming aimed at controlling a group of robotic laboratory assistants. The presence of mutagenic and carcinogenic substances in the work environment highlights the need for regular monitoring, including analysis of air samples in the laboratory. This creates the need for specialized teams of robotic laboratory technicians who will perform different tasks on different devices at different intervals of time. Since errors in the actions of these robots can cause serious consequences, the development of new control algorithms is required to improve their accuracy. With large fluctuations in the operating time of robot laboratory assistants, there is a slowdown in the growth of economic efficiency as the frequency of sampling increases, and at a certain frequency level, further increases become less noticeable. In the context of significant changes in the operating time of laboratory robots, the objective function has a nonlinear nature of tasks. The methods use simulation modeling, optimal control theory, and statistics. The theoretical foundations of solving nonlinear programming problems with an equivalent deterministic problem are developed in the work. The result of the study is the development of a concept for the functioning of a team of robots, taking into account the safety conditions of chemical and technological processes.

Keywords: nonlinear programming, robot, control, chemical and technological processes

Введение

Важно отметить, что наличие мутагенных и канцерогенных веществ в рабочей среде подчеркивает необходимость регулярного мониторинга уровня загрязнения. Это создает потребность в использовании группы роботов-лаборантов (РЛ) на химических предприятиях, которые выполняют специфические задачи на технологических объектах в разные временные промежутки [1; 2, с. 201; 3]. Ошибки в работе бригады РЛ могут привести к серьезным последствиям.

Цель исследования – разработка теории для решения задач гарантированного

нелинейного программирования, направленной на управление группой роботов-лаборантов. Создание новых алгоритмов управления, учитывающих случайные воздействия, и обеспечение технических требований с заданной вероятностью.

Материалы и методы исследования

В процессе управления бригадой РЛ в рамках роботизированных систем управления важно определить задачи, выполняемые отдельным роботом-лаборантом, а также установить заданное время [4–6] для обслуживания конкретных технологических объектов.

Методы используют имитационное моделирование, теорию оптимального управления, статистику. В работе развиты теоретические основы решения задач нелинейного программирования с эквивалентной детерминированной задачей. Эффективность распределения задач между роботам на выполнение этих задач. Например, более частый забор проб для лабораторного анализа в роботизированных автоматизированных системах управления позволяет быстрее корректировать управляющую программу, что, в свою очередь, повышает эффективность их работы [7–9]. В условиях значительного изменения диапазона времени работы робота-лаборанта наблюдается, что увеличение частоты забора проб приводит к снижению темпов роста экономического эффекта. Высокая частота отбора проб и дальнейшее ее увеличение оказывает лишь незначительное влияние на результаты. Это указывает на то, что в условиях больших колебаний времени загрузки робота-лаборанта целевая функция, отражающая эффективность технологического процесса, проявляет нелинейную зависимость от частоты забора проб [10–12]. В таком случае задачи минимизации времени функционирования РЛ относятся к классу нелинейных задач оптимизации [13–15].

Результаты исследования и их обсуждение

Рассмотрим задачу гарантированного нелинейного программирования с учетом случайной величины v :

$$Q(U) = f(U) + v, \quad (1)$$

где $U = (U_1, \dots, U_n)$, $f(U)$ – нелинейная функция, U – управляющие воздействия (силы, моменты, создаваемые приводами робота).

Технические (гарантируемое отсутствие столкновений звеньев манипулятора робота между собой и с препятствием (технологическое оборудование, трубопроводы, запорная арматура, робот-лаборант и др.) и технологические (параметры продуктов (полупродуктов), сырья, среды) условия имеют вид

$$\varphi(U) = \psi_i(U) + v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (2)$$

где $\psi_i(U)$ – нелинейная функция, v_i – случайная величина.

Считаем, что случайные величины $v_1, \dots, v_m$ независимы, не зависят от вектора U управляющих воздействий и заданы своими известными плотностями распределения $\omega(v)$, $\omega(v_i)$.

Тогда задача определяется так: найти вектор $u^* \in U$, и здесь минимизируется математическое ожидание функции (1):

$$M[Q(u^*)] = \min_{u \in U} M[f(U) + v] = \min_{u \in U} \bar{v} + f(U), \quad (3)$$

где $\bar{v}$ – математическое ожидание случайной величины v , и вероятность P выполнения условий (2) не ниже:

$$P[\psi_i(U) + v_i \geq 0] \geq \sigma_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (4)$$

где σ_i – заданное значение вероятности выполнения i -го технологического условия (2) и $U_i \geq 0$.

Задача (3), (4), задача нелинейного надежного программирования, определена в виде: определить вектор $u^* \in U$, здесь минимизируется целевая функция (чаще всего в качестве целевой функции используют энергетические затраты, минимальное количество движений звеньев манипулятора):

$$\bar{Q}(U) = \bar{v} + f(U) \rightarrow \min \quad (5)$$

и удовлетворяются ограничения

$$\int_{E_i} \omega_i(v_i) dv_i \geq \delta_i, \quad i = 1, \dots, m. \quad (6)$$

$$E_i = [v_i | \psi(U) + v_i \geq 0], U_i \geq 0. \quad (7)$$

Задачей эквивалентности является задача линейного программирования: найти n -мерный вектор $U = (u_1, \dots, u_n)$, здесь минимизируется значение целевой функции:

$$q(U) = f(U) + v \rightarrow \min \quad (8)$$

и ограничениях

$$\psi_i(U) \geq -t_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad (9)$$

определяется:

$$\int_{t_i}^{\infty} \omega_i(v_i) dv_i = \delta_i, \quad U_i \geq 0. \quad (10)$$

Теорема 1.

Задача надежного нелинейного программирования (5)–(7) с суммируемой случайной величиной тождественно эквивалентной задаче линейного программирования (8)–(10).

Доказательство.

Для задачи нелинейного программирования (5)–(7) условия (6) выполняются в том случае, если

$$\int_{-\Psi(U)}^{\infty} \omega(v_i) dv_i \geq \delta_i. \quad (11)$$

Параметр t_i , определится из условия

$$\int_{t_i}^{\infty} \omega(v_i) dv_i = \delta_i. \quad (12)$$

Если для t_i условие (12) выполнено, в том случае (11) тоже будет выполнено, если

$$-\Psi(U) \leq t_i$$

или $\Psi(U) \geq -t_i$, $i = 1, m$.

Так, в этом случае с учетом (12):

$$\int_{-\Psi(U)}^{\infty} \omega(v_i) dv_i \geq \int_{t_i}^{\infty} \omega(v_i) dv_i = \delta_i.$$

Соответственно, условия (9), (10) эквивалентны условиям (6), (7) задачи управления, целевые функции (8) и (5) совпадают.

Теорема 1 доказана.

Задача надежного нелинейного программирования с суммированной случайной величиной преобразована в детерминированную задачу нелинейного программирования (8)–(10) с ограничением (9), где используется величина t_i , определяемая на основе (12). Теперь обратим внимание на задачу нелинейного программирования с мультипликативным вхождением случайной величины.

Рассматриваем задачу оптимизации, в которой целевая функция имеет вид

$$Q(U) = f_1(U) + v f_2(U), \quad (13)$$

где $f_1(U)$ и $f_2(U)$ – нелинейные функции; v – случайная величина.

Ограничения имеют следующую форму:

$$\Phi_i(U, v) = \psi_i^0 + v_i \psi_i^1(U) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (14)$$

где ψ_i^0, ψ_i^1 – нелинейные функции и $U_i \geq 0$, $i = 1, 2, \dots, m$.

Выяснилась задача надежного управления.

Найти вектор $U^* \in U$, при котором минимизируется математическое ожидание функции (13):

$$\begin{aligned} M[Q(U^*)] &= \min M[f_1(U) + v f_2(U)] = \\ &= \min[f_1(U) + \bar{v} f_2(U)]. \end{aligned} \quad (15)$$

Вероятность P выполнения условий (14) – не ниже значений δ_i :

$$P[\psi_i^0(U) + v_i \psi_i^1(U) \geq 0] \geq \delta_i \quad (16)$$

$$\text{и } U_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (17)$$

Тогда задача надежного управления (15)–(17), при котором принимает мини-

мальное значение целевой функционал обозначится:

$$\bar{Q}(U) = f_1(U) + \bar{v} f_2(U) \rightarrow \min, \quad (18)$$

где $\bar{v}$ – математическое ожидание случайной величины v , и удовлетворяются ограничения

$$\int_{E_i} \omega(v_i) dv_i \geq \delta_i, \quad (19)$$

где $E_i = \{v_i | \psi_i^0(U) + v_i \psi_i^1(U) \geq 0\}$ и $U_i \geq 0$.

Эквивалентной задачей будем называть следующую задачу нелинейного программирования.

Определить n -мерный вектор

$$U = (U_1, U_2, \dots, U_n),$$

при котором принимает минимальное значение целевая функция:

$$q(U) = f_1(U) + \bar{v} f_2(U) \rightarrow \min \quad (20)$$

при удовлетворении ограничений

$$\begin{aligned} \psi_1^0(U) + t_i^1 \psi_i^1(U) &\geq 0, \\ \psi_1^0(U) + t_i^2 \psi_i^1(U) &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \end{aligned} \quad (21)$$

и t_i^1, t_i^2 определяются из соотношений

$$\int_{t_i^1}^{\infty} \omega(v_i) dv_i = \delta_i, \quad \int_{-\infty}^{t_i^2} \omega(v_i) dv_i = \delta_i, \quad (22)$$

$$U_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Определилась следующая вспомогательная лемма.

Лемма 1.

Имеем в виду, что множества $\hat{U}_1, \hat{U}_2$ определяются следующими неравенствами:

$$\hat{U}_1 = \left\{ U \mid \begin{aligned} \psi_i^0(U) + a_1 \psi_i^1(U) &\geq 0 \\ \psi_i^1 &\geq 0 \end{aligned} \right\}, \quad (23)$$

$$\hat{U}_2 = \left\{ U \mid \begin{aligned} \psi_i^0(U) + a_2 \psi_i^1(U) &\geq 0 \\ \psi_i^1 &\leq 0 \end{aligned} \right\}, \quad (24)$$

и a_1, a_2 – постоянные величины.

Объединение множеств $\hat{U}_1 \cup \hat{U}_2$ тождественно множеству $\hat{U}$, которое определяется соотношениями

$$\hat{U} = \left\{ U \mid \begin{aligned} \psi_i^0(U) + a_1 \psi_i^1(U) &\geq 0 \\ \psi_i^0(U) + a_2 \psi_i^2 &\geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Доказательство.

Для доказательности тождественности $\hat{U} \equiv \hat{U}_1 \cup \hat{U}_2$, доказываем следующее утверждение: для любого U справедливо

$$U \in \hat{U} \rightarrow U \in \hat{U}_1 \cup \hat{U}_2, \quad (26)$$

$$U \in \hat{U}_1 \cup \hat{U}_2 \rightarrow U \in \hat{U}. \quad (27)$$

Так как выполнение (26) очевидно, необходимо доказать лишь соотношение (27).

Авторы полагают:

$$a_1 \leq a_2. \quad (28)$$

1. Рассматривается вариант, когда:

$$\psi_i^0(U) > 0. \quad (29)$$

А. Имеется $U \in \hat{U}$. Докажем, что $U \in \hat{U}_1$, и удовлетворяется условие (25), первое условие (25) совпадает с первым условием (23), доказываем, что второе условие (25) тоже выполняется.

Имеем a_1 не отрицательно, с учетом (28) имеет место

$$0 \leq a_1 \leq a_2 \quad (30)$$

с учетом (29):

$$\frac{-\psi_i^0(U)}{a_1} \leq -\frac{\psi_i^0(U)}{a_2}. \quad (31)$$

Из второго неравенства (23) и (31) имеем

$$a_2 \psi_i^1(U) + \psi_i^0(U) \geq 0,$$

что равносильно выполнению второго неравенства в (25).

Пусть a_1, a_2 удовлетворяют соотношениям

$$a_1 < 0 \leq a_2, \quad (32)$$

с учетом (26) имеем

$$-\frac{\psi_i^0(U)}{a_2} < 0 < -\frac{\psi_i^0(U)}{a_1}. \quad (33)$$

Из неравенств (23) и (33) получаем

$$\psi_i^1(U) \geq 0 > -\frac{\psi_i^0(U)}{a_2},$$

что равносильно выполнению второго неравенства в (25).

Таким образом, a_1, a_2 удовлетворяют соотношениям

$$a_1 \leq a_2 < 0, \quad (34)$$

с учетом (28) имеем

$$0 < -\frac{\psi_i^0(U)}{a_1} \leq -\frac{\psi_i^0(U)}{a_2}. \quad (35)$$

Из неравенства (23) с учетом (34) имеем

$$\psi_i^1(U) \leq -\frac{\psi_i^0(U)}{a_1}, \quad (36)$$

а, если с учетом (35):

$$\psi_i^1(U) \leq -\frac{\psi_i^0(U)}{a_2},$$

то есть $a_2 \psi_i^1(U) \geq -\psi_i^0(U)$,

это соответствует выполнению условия неравенства (25).

Таким образом, во всех случаях при выполнении (29) справедливо

$$U \in \hat{U}_1 \rightarrow U \in \hat{U}. \quad (37)$$

Б. Допустим условие (28) соблюдается, но $U \in \hat{U}_2$. Докажем, что и в этом случае $U \in \hat{U}_1$, если второе условие (25) совпадает с первым условием (24), тоже выполняющимся по условию, необходимо доказать только выполнение первого неравенства из (25).

Пусть a_1 не отрицательно, то есть с учетом (30) и (29) реально соотношение (31). В связи с чем из первого неравенства (24) имеем

$$\psi_i^1(U) \geq -\frac{\psi_i^0(U)}{a_2}. \quad (38)$$

Из (38) с учетом (31) следует

$$\psi_i^1(U) \geq -\frac{\psi_i^0(U)}{a_1} \quad \text{или} \quad a_1 \psi_i^1(U) \geq -\psi_i^0(U),$$

это соответствует выполнению первого неравенства в (25).

Пусть для a_1, a_2 выполняются соотношения (32), (33). В связи с чем из второго неравенства (24) с учетом (33) имеем

$$\psi_i^1(U) \leq 0 < -\frac{\psi_i^0(U)}{a_1}. \quad (39)$$

Видно, что из (38) следует с учетом $a_1 \leq 0$ выполнение первого неравенства (25):

$$\psi_i^0(U) + a_1 \psi_i^1(U) \geq 0.$$

И, наконец, имеет место (34) и (35). В связи с чем из второго неравенства (24) получаем $\psi_i^1(U) \leq 0$ или учитывая (35)

$\psi_i^1(U) < -\frac{\psi_i^0(U)}{a_1}$, это при $a_1 < 0$ соответствует выполнению первого неравенства (25)

$$\psi_i^0(U) + a_1 \psi_i^1(U) > 0.$$

Таким образом, во всех случаях при выполнении (29) справедливо:

$$U \in \hat{U}_2 \rightarrow U \in \hat{U}. \quad (40)$$

Из формул (37) и (40) имеем с $\psi_i^0(U) > 0$

$$U \in \hat{U}_1 \cup \hat{U}_2 \rightarrow U \in \hat{U}. \quad (41)$$

2. Рассмотрим случай, когда

$$\psi_i^1(U) \leq 0. \quad (42)$$

А. Здесь справедливо соотношение

$$0 \leq a_1 \leq a_2. \quad (43)$$

Из первого уравнения (24) следует:

$$\psi_i^1(U) \geq -\frac{\psi_i^0(U)}{a_2} \geq 0,$$

то есть система (24) противоречива и $\hat{U}_2$ пусто.

То есть для доказательства (27) следует доказать, что

$$U \in \hat{U}_2 \rightarrow U \in \hat{U}. \quad (44)$$

Из (42), (43) имеем

$$0 < -\frac{\psi_i^0(U)}{a_2} \leq -\frac{\psi_i^0(U)}{a_1}. \quad (45)$$

Допустим $U \in \hat{U}_1$. В этом случае из первого неравенства (23) имеем

$$\psi_i^1(U) \geq -\frac{\psi_i^0(U)}{a_1} \text{ или}$$

$$\text{с учетом (45) } \psi_i^1(U) \geq -\frac{\psi_i^0(U)}{a_2},$$

это соответствует выполнению второго условия (25). Видно, что первое условие (25) выполняется в силу совпадения с первым условием (23) поэтому имеем

$$U \in \hat{U}_2 \rightarrow U \in \hat{U}.$$

Б. Пусть справедливо соотношение

$$a_1 < 0 \leq a_2. \quad (46)$$

В этом случае из первого неравенства (23) следует

$$\psi_i^1(U) \leq -\frac{\psi_i^0(U)}{a_1} < 0, \quad (47)$$

что противоречит второму неравенству (23) и $\hat{U}_1$ пусто.

Из первого неравенства (24) имеем

$$\psi_i^1(U) \geq -\frac{\psi_i^0(U)}{a_2} > 0, \quad (48)$$

что противоречит второму неравенству (24) и $\hat{U}_2$ пусто. Таким образом $\hat{U}_1 \cup \hat{U}_2$ пусто.

При этом множество (25) также пусто, так как первое неравенство (24) может быть представлено в виде (47), а второе – в виде (48). Между тем система (47), (48) имеет противоречие.

В. Рассмотрим случай, когда

$$a_1 \leq a_2 < 0. \quad (49)$$

Здесь система (23) противоречива, и множество $\hat{U}_1$ пусто, что для доказательства (27) необходимо доказать

$$U \in \hat{U}_2 \rightarrow U \in \hat{U}.$$

Из (42) и (49) имеем

$$-\frac{\psi_i^0(U)}{a_2} \leq -\frac{\psi_i^0(U)}{a_1}.$$

Если $U \in \hat{U}_2$, то в этом случае из первого неравенства (24) следует

$$\psi_i^1(U) \leq -\frac{\psi_i^0(U)}{a_2} \text{ и } \psi_i^1(U) \leq -\frac{\psi_i^0(U)}{a_1},$$

то есть первое неравенство (25) выполняет

$$a_1 \psi_i^1(U) \geq -\psi_i^0(U).$$

Так как второе условие (25) совпадает с первым условием (24), которое выполняется по предположению, утверждение $U \in \hat{U}_2 \rightarrow U \in \hat{U}$ выполнено.

Из (43), (49) следует, что всегда имеет место

$$U \in \hat{U}_1 \cup \hat{U}_2 \rightarrow U \in \hat{U}. \quad (50)$$

Из (43) последует, что при значениях $\psi_i^0(U)$ все условия (25), (26) выполняются. Лемма 1 доказана.

Следствие 1.

В том случае, если при $\psi_i^0(U)$ имеет место соотношение

$$0 \leq a_1 \leq a_2, \quad (51)$$

множество $\hat{U}_1 \cup \hat{U}_2$ тождественно множеству

$$\psi_i^0(U) + a_1 \psi_i^1(U) \geq 0. \quad (52)$$

Доказательство.

Согласно леммы 1 множество $\hat{U}_1 \cup \hat{U}_2$ в этом случае тождественно множеству $\hat{U}_1$, определяемому неравенствами (24):

$$\psi_i^1(U) \geq -\frac{\psi_i^0(U)}{a_1}, \quad (53)$$

$$\psi_i^1(U) \geq -\frac{\psi_i^0(U)}{a_2}. \quad (54)$$

Так как при $\psi_i^0(U) < 0$ и выполнении (51) имеет место (43), неравенство (53) поглощается неравенством (54).

Следствие 1 леммы 1 является доказанным.

Теорема 2.

Задача надежного нелинейного программирования в состоянии мультипликативного вхождения случайной величины (18)–(19) является тождественной эквивалентной задаче (20)–(21).

Доказательство.

Учитывая, что целевые функции задач совпадают, для доказательства тождественности задач (18)–(19) и (20)–(21) авторам достаточно доказать тождественность для условий (19) и (21).

Технологические ограничения (14), очевидно, могут быть заданы в виде

$$v_i \geq -\frac{\psi_i^0(U)}{\psi_i^1(U)}, \text{ если } \psi_i^1(U) \geq 0, \quad (55)$$

$$v_i \leq -\frac{\psi_i^0(U)}{\psi_i^1(U)}, \text{ если } \psi_i^1(U) < 0. \quad (56)$$

При этом (19) может быть переформулировано в следующем виде:

$$E_i = \{v_i | v_i \geq -\psi_i^0(U) / \psi_i^1(U), \text{ если } \psi_i^1(U) \geq 0 \quad (57)$$

$$\text{и } v_i \leq -\psi_i^0(U) / \psi_i^1(U), \text{ если } \psi_i^1(U) > 0\}.$$

С использованием (57), условие (19) задачи надежного управления возможно записать в тождественном виде:

$$P_i(U) = \int_{\frac{\psi_i^0(U)}{\psi_i^1(U)}}^{\infty} \omega_i(v_i) dv_i \geq \delta_i, \\ \text{если } \psi_i^1(U) \geq 0 \quad (58)$$

и возможно так

$$P_i(U) = \int_{-\infty}^{\frac{\psi_i^0(U)}{\psi_i^1(U)}} \omega_i(v_i) dv_i \geq \delta_i, \\ \text{если } \psi_i^1(U) < 0. \quad (59)$$

где $P_i(U)$ – вероятности выполнения i -го условия.

Пусть t_i^1, t_i^2 определяются из соотношений

$$\int_{t_i^1}^{\infty} \omega_i(v_i) dv_i = \delta_i, \quad \int_{-\infty}^{t_i^2} \omega_i(v_i) dv_i = \delta_i. \quad (60)$$

В этом случае, если при $\psi_i^1(U) > 0$ выполняется неравенство

$$t_i^1 \geq -\psi_i^0(U) / \psi_i^1(U), \quad (61)$$

где t_i^1 определяется (60), имеет место:

$$\delta_i = \int_{t_i^1}^{\infty} \omega_i(v_i) dv_i \leq \int_{\frac{-\psi_i^0(U)}{\psi_i^1(U)}}^{\infty} \omega_i(v_i) dv_i = \\ = \int_{E_i} \omega_i(v_i) dv_i = P_i(U),$$

то есть при выполнении системы

$$t_i^1 \geq -\psi_i^0(U) / \psi_i^1(U), \quad (62) \\ \psi_i^1(U) \geq 0,$$

условие (19) выполнено.

Аналогично, пусть $\psi_i^1(U) < 0$ и пусть выполняется

$$t_i^2 \leq -\psi_i^0(U) / \psi_i^1(U), \quad (63)$$

где t_i^2 определяется (60).

В этом случае имеет место в соответствии с (60), (59):

то есть при выполнении системы

$$t_i^2 \leq -\psi_i^0(U) / \psi_i^1(U),$$

$\psi_i^1(U) < 0$, условия (19) также выполняются. Однако, согласно лемме 1, объединение множества $\hat{U}_1$, определяемого (62) и множества $\hat{U}_2$, определяемого (64), тождественно множеству $\hat{U}$, определяемого (25). Теорема 2 доказана.

Заключение

Созданная теория решения задач с гарантированным результатом позволяет эффективно планировать деятельность групп роботов, обеспечивая выполнение технических и технологических ограничений с вероятностью не ниже заданного уровня. Действительно, целевая функция и ограничения представляют собой случайные величины. При этом имеет место необходимость в рассмотрении и решении задач гарантированного оптимального управления группой роботов. Сформулированные теоремы доказывают тождественность задач надежного нелинейного программирования эквивалентным, решение которых упрощает реализацию программ управления. Проведенные исследования и полученные результаты тождественны результатам предыдущих исследований, связанных с процессами производства фосфатов и органических диазокрасителей.

Список литературы

1. Калинин В.Ф., Погонин В.А. Планирование работы коллектива роботов-лаборантов // Современные наукоемкие технологии. 2023. № 9. С. 20–24. URL: <https://toptechnologies.ru/ru/article/view?id=39758> (дата обращения: 13.03.2025). DOI: 10.17513/snt.39758.
2. Белоглазов Д.А., Гайдук А.Р., Косенко Е.Ю. Групповое управление подвижными объектами в неопределенных средах. М.: Физматлит, 2015. 305 с.
3. Воробьева Н.С., Жога В.В., Несмиянов И.А. Отслеживание приводами манипулятора параллельно-последовательной структуры программных перемещений рабочего органа // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2019. № 2. С. 154–165. DOI: 10.1134/S0002338819020185.
4. Калинин В.Ф., Погонин В.А. Управление мультиагентной системой роботов-лаборантов // Современные наукоемкие технологии. 2024. № 5–1. С. 43–49. URL: <https://top-technologies.ru/ru/article/view?id=40003> (дата обращения: 13.03.2025). DOI: 10.17513/snt.40003.
5. Нагоев З.В., Бжигатлов К.Ч., Пшенокова И.А., Нагоева О.В., Аталиков Б.А., Чеченова Н.А., Малышев Д.А. Автономный синтез пространственных онтологий в системе принятия решений мобильного робота на основе самоорганизации мультиагентной нейрокогнитивной архитектуры // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2020. № 6 (98). С. 68–79. DOI: 10.35330/1991-6639-2020-6-98-68-79.
6. Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 1: Введение в теорию оценивания. 3-е изд., испр. и доп. СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электрон», 2017. 509 с.
7. Borisov E.G., Dobretsov R.U., Matrosov S.I. Energy Expenditure Forecasting at Path Generation of Spherical Robots within Multi-Agent System // Indian Journal of Science and Technology. 2016. Vol. 9 (44). P. 1–9. DOI: 10.17485/ijst/2016/v9i44/104704.
8. Celentano L., Basin M.V. Optimal Estimator Design for LTI Systems with Bounded Noises, Disturbances, and Nonlinearities // Circuits, Systems, and Signal Processing, 2021. Vol. 40. P. 3266–3285. DOI: 10.1007/s00034-020-01635-z.
9. Nebylov A.V., Loparev A.V., Nebylov V.A. Methods for Robust Filtering Based on Numerical Characteristics of Input Processes in Solving Problems of Navigation Information Processing and Motion Control // Gyroscopy Navig. 2022. Vol. 13. P. 170–179. DOI: 10.1134/S2075108722030063.
10. Лубенцова Е.В., Лубенцов В.Ф. Метод синтеза нелинейных систем с аппроксимирующими законами управления // Вестник СКФУ. 2015. № 6 (51). С. 14–21.
11. Лубенцова Е.В., Петраков В.А., Слюсарев Г.В., Лубенцов В.Ф. Метод построения нечетких регуляторов с использованием аналитических выражений для управляющих воздействий // Фундаментальные исследования. 2015. № 11–3. С. 484–490. URL: <https://fundamentalresearch.ru/ru/article/view?id=39445> (дата обращения: 13.03.2025).
12. Шахрай Е.А., Лубенцова Е.В., Лубенцов В.Ф. Многорежимные системы управления и особенности аппаратного и программного инструментария для их реализации // Современные наукоемкие технологии. 2021. № 3. С. 112–118. URL: <https://top-technologies.ru/ru/article/view?id=38540> (дата обращения: 13.03.2025). DOI: 10.17513/snt.38540.
13. Воробьева Н.С. Методы управления манипуляторами на базе трипода при выполнении технологических операций // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2022. № 3. С. 3–14. DOI: 10.18698/0536-1044-2022-3-314. EDN: FKBDAT.
14. Трипольский П.Э., Карпов С.А. Модели и алгоритмы планирования движений интеллектуальных агентов с целью поддержания связи в мультиагентной робототехнической системе // Успехи современной радиоэлектроники. 2016. № 2. С. 160–165. EDN: VRHFSV.
15. Булатов В.В., Джаошвили Н.Г., Нуйя О.С., Рудаков Р.В., Сержантова М.В., Савельев Н.В. Разработка автоматизированного контроля пересечения траекторий движения роботов-манипуляторов // Современные наукоемкие технологии. 2025. № 2. С. 24–29. URL: <https://top-technologies.ru/ru/article/view?id=40299> (дата обращения: 13.03.2025). DOI: 10.17513/snt.40299.