

УДК 004.9

DOI 10.17513/snt.40368

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ПОТОК В СИСТЕМЕ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ПРИБОРАМИ РАЗЛИЧНОЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ

Самерханов И.З.

ФГБОУ ВО «Казанский национальный исследовательский технологический университет»,
Казань, e-mail: ildar.samerhanov@mail.ru

Целью работы является исследование влияния неоднородности приборов на функциональные характеристики системы массового обслуживания с нестационарным входным потоком. В отличие от классических систем со стационарным входным потоком, в системах такого типа интенсивность поступления требований меняется с течением времени. Данные модели часто являются более точными и адекватными для решения многих современных задач, но, хотя они имеют высокую практическую ценность, остаются слабоизученными. В рамках работы рассматриваемый поток описан кусочно-постоянной функцией, имитирующей изменение интенсивности входного потока в течение суток. Проанализировано поведение системы массового обслуживания при крайне высоких и низких уровнях нагрузки. В качестве показателей эффективности рассмотрены вероятности состояний в стационарном режиме. Результаты вычислительных экспериментов подтвердили гипотезу о том, что при незначительной нагрузке система с неэквивалентными приборами может быть эффективнее, чем система с приборами одинаковой производительности. В работе приводится ряд примеров систем с переменным входным потоком, обсуждаются результаты работы и перспективы дальнейших исследований. Представленные в статье выводы могут быть использованы при проектировании и моделировании систем, описываемых методами теории массового обслуживания.

Ключевые слова: система массового обслуживания, приборы различной производительности, нестационарный поток, имитационное моделирование

Работа выполнена за счет гранта Республики Татарстан, предоставленного молодым ученым и молодежным научным коллективам на проведение научных исследований в наиболее перспективных и значимых для развития Республики Татарстан областях.

UNSTEADY FLOW IN THE QUEUING SYSTEM WITH HETEROGENEOUS SERVERS

Samerkhanov I.Z.

Kazan national research technological university, Kazan, e-mail: ildar.samerhanov@mail.ru

The purpose of the research is to study the effect of heterogeneity of servers on the functional characteristics of a queuing system with an unsteady input flow. Unlike classical systems with a stationary input flow, in systems of this type, the intensity of incoming requirements varies over time. Such models are often more accurate and adequate for solving many modern problems, and although they have high practical value, they remain poorly understood. In the framework of the work, the flow in question is described by a piecewise constant function that simulates a change in the intensity of the input stream during the day. The behavior of the queuing system at extremely high and low load levels is analyzed. The probabilities of steady-state conditions are considered as indicators of efficiency. The results of computational experiments confirmed the hypothesis that, under low load, a system with unequal servers can be more efficient than a system with homogeneous servers. A number of examples of systems with variable input flow are given, the results of the work and prospects for further research are discussed. The conclusions presented in the paper can be used in the design and modeling of systems described by the methods of queuing theory.

Keywords: queuing system, heterogeneous servers, unsteady flow, simulation modeling

The work was carried out at the expense of a grant from the Republic of Tatarstan provided to young scientists and youth research teams to conduct scientific research in the most promising and significant areas for the development of the Republic of Tatarstan.

Введение

Значение интенсивности входного потока является важной характеристикой любой системы массового обслуживания (СМО). Оно определяет количество требований (заявок), поступающих в систему за единицу времени, таким способом позволяя варьировать нагрузку.

При проектировании и моделировании систем массового обслуживания часто

предполагается, что входной поток является стационарным. Это означает, что его интенсивность остается постоянной и не зависит от времени: $\lambda = const$.

Системы такого типа встречаются достаточно часто. Например, на производственных линиях поток изделий в течение дня может рассматриваться как стационарный. Однако было бы ошибкой рассматривать данный поток стационарным на более длинном промежутке времени. Это связа-

но с тем, что объем производства зависит от спроса на продукцию, графика работы персонала и других факторов, прямо или косвенно влияющих на характер входного потока. Таким образом, этот и многие другие процессы обладают свойством стационарности только на достаточно ограниченном промежутке времени.

В отличие от классических СМО с постоянным входным потоком, в системах с нестационарным (переменным) потоком интенсивность поступления требований меняется с течением времени: $\lambda = \lambda(t)$ [1, с. 17]. Интенсивность в системах такого типа может быть в линейной, экспоненциальной, синусоидальной и других зависимостях от времени. СМО с нестационарными потоками рассматриваются, например, в работах [2, 3]. Обзор существующих моделей нестационарных систем и методов их расчета приведен в работе авторов [4].

Модели систем, учитывающие свойство нестационарности, часто являются более реалистичными для решения современных задач с динамическим изменением параметров. Модели систем такого типа используются при анализе трафика, проектировании производственных и логистических систем, а также в других областях, требующих учета изменения частоты событий во времени. Изменение интенсивности может происходить в зависимости от времени суток, дня недели, сезона и других факторов.

Например, при исследовании потоков пассажиров общественного транспорта следует принимать во внимание, что трафик меняется в течение суток (утром и вечером пассажиров больше, чем днем), количество заказов в службах доставки также зависит от времени (количество заказов возрастает перед праздниками). Моделирование потоков в медицинских учреждениях (количество обращений зависит от сезона и времени суток) и розничных магазинах (количество покупок зависит от времени суток и дня недели), железнодорожных вокзалах и аэропортах (количество пассажиров зависит от расписания транспорта), телекоммуникационных сетях (повышенный трафик связан с деловой активностью), производственных процессах (количество изготавливаемой продукции зависит от спроса), операции на фондовом рынке (объем торгов зависит от экономической ситуации, новостей) – немногие примеры систем, в которых СМО с нестационарным входным потоком имеют прикладное значение.

Кроме нестационарного входного потока, многие реальные системы часто характеризуются неодинаковой скоростью ра-

боты приборов (каналов, обслуживающих устройств) [5–7]. Таким системам посвящено немало современных работ, например [8]. Особенностью систем такого типа является необходимость распределения потока заявок между свободными каналами [9–11]. При некоторых значениях нагрузки системы такого типа могут быть эффективнее классических систем с приборами одинаковой производительности [12].

Настоящая работа посвящена исследованию систем массового обслуживания, обладающих обоими свойствами – нестационарным входным потоком и приборами различной производительности. Несмотря на прикладную значимость моделей такого типа, в настоящее время они практически не изучены. Особый интерес представляют вопросы влияния нестационарного характера входного потока на эффективность систем с приборами различной производительности в сравнении с системами, обладающими приборами одинаковой производительности.

Объектом исследования являются модели СМО, функционирующие в условиях нестационарного входного потока. **Целью работы** является исследование влияния неоднородности приборов на функциональные характеристики системы массового обслуживания с нестационарным входным потоком.

Материалы и методы исследования

Математическое моделирование систем массового обслуживания, функционирующих в режиме нестационарных потоков, затруднено ввиду отсутствия общего решения в явном виде соответствующих им дифференциальных уравнений. С учетом этого для решения задач исследования применяются методы имитационного моделирования.

Для разработки моделей используется программный комплекс AnyLogic [13–15]. Данная среда предоставляет довольно широкий комплекс встроенных функций, обладает современным графическим интерфейсом и позволяет использовать язык программирования Java. На рисунке 1 представлена модель 2-канальной системы, состоящая из стандартных объектов среды AnyLogic.

Рассмотрим простейший пример системы с переменным потоком: СМО, интенсивность входного потока в которой задается кусочной функцией и является постоянной на некоторых промежутках времени. Расписание значений интенсивности входного потока системы представлено на рисунке 2.

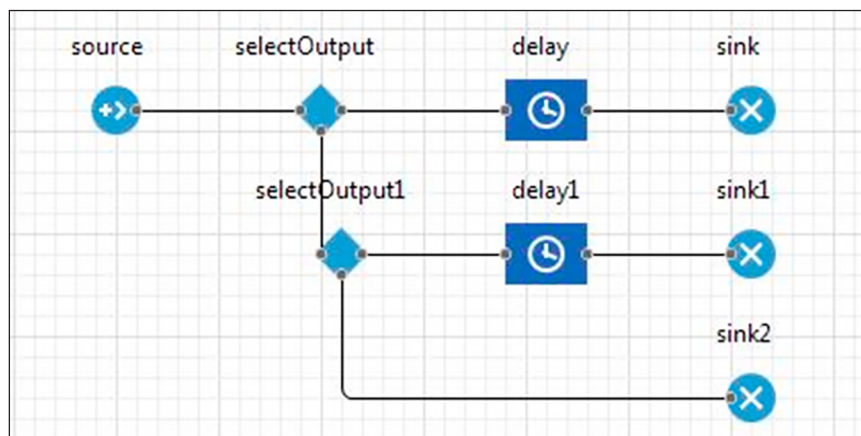


Рис. 1. Модель 2-канальной СМО

Источник: составлено автором

Начало	Конец	Значение
0:00	8:00	1.0
8:00	10:00	3.0
10:00	18:00	10.0
18:00	20:00	3.0
20:00	0:00	1.0

Рис. 2. Расписание значений интенсивности входного потока

Источник: составлено автором

Таким образом, в рассматриваемой системе интенсивность входного потока меняется в течение дня от $\lambda = 1$ до $\lambda = 10$. Приблизительно примером СМО такого типа может быть call-центр – служба поддержки некоторой организации. С указанной моделью проведен ряд вычислительных экспериментов, целью которых является сравнительный анализ эффективности СМО с приборами одинаковой и различной производительности. В ходе вычислительных экспериментов для исследования влияния нагрузки на показатели эффективности суммарная производительность системы варьировалась от $\mu_1 + \mu_2 = 1$ до $\mu_1 + \mu_2 = 100$.

Для исследования производительности рассматриваемых систем в качестве критериев эффективности используются вероятности состояний p_0 и $p_{отк}$ в стационарном режиме. Здесь и далее полагаем, что p_{01} и p_{02} – вероятности отсутствия заявок в системе с приборами одинаковой и различной производительности соответственно, $p_{отк1}$ и $p_{отк2}$ – вероятности отказа в обслуживании соответственно для системы с приборами одинаковой и различной производительности.

СМО-1 – система с приборами одинаковой производительности, СМО-2 – система

с приборами различной производительности. Для распределения заявок между приборами в СМО-2 используется алгоритм направления поступающих заявок на свободный прибор наибольшей производительности как наиболее эффективный для систем без функции накопления очереди [12].

Результаты исследования и их обсуждение

Рассмотрим результаты вычислительных экспериментов с имитационной моделью при крайне высокой нагрузке на систему. В таблице 1 представлены результаты расчетов для суммарной производительности приборов $\mu_1 + \mu_2 = 1$.

В столбцах « $p_{02} - p_{01}$ » и « $p_{отк1} - p_{отк2}$ » представлены области эффективности систем с разнотипными приборами, а именно разницы между соответствующими значениями вероятностей стационарных состояний $p_{02} - p_{01}$ и $p_{отк1} - p_{отк2}$ для систем с приборами одинаковой ($p_{01}, p_{отк1}$) и различной ($p_{02}, p_{отк2}$) производительности. Таким образом, положительные значения ячеек указывают на то, что СМО с приборами различной производительности при соответствующих параметрах эффективнее классической СМО.

Таблица 1

Результаты вычислительных экспериментов
с имитационной моделью СМО при $\mu_1 + \mu_2 = 1$

Каналы одинаковой производительности		Каналы различной производительности		Результаты				Области эффективности	
μ_1	μ_2	μ_1	μ_2	P_{01}	$P_{отк1}$	P_{02}	$P_{отк2}$	$P_{02} - P_{01}$	$P_{отк1} - P_{отк2}$
0,5	0,5	0,4	0,6	0,033	0,824	0,034	0,822	0,001	0,002
		0,2	0,8	0,033	0,824	0,026	0,825	-0,007	-0,001

Примечание: составлено автором.

Таблица 2

Результаты вычислительных экспериментов
с имитационной моделью СМО при $\mu_1 + \mu_2 = 5$

Каналы одинаковой производительности		Каналы различной производительности		Результаты				Области эффективности	
μ_1	μ_2	μ_1	μ_2	P_{01}	$P_{отк1}$	P_{02}	$P_{отк2}$	$P_{02} - P_{01}$	$P_{отк1} - P_{отк2}$
2,5	2,5	2	3	0,175	0,511	0,181	0,508	0,006	0,003
		1	4	0,175	0,511	0,164	0,520	-0,011	-0,009

Примечание: составлено автором.

Таблица 3

Результаты вычислительных экспериментов
с имитационной моделью СМО при $\mu_1 + \mu_2 = 10$

Каналы одинаковой производительности		Каналы различной производительности		Результаты				Области эффективности	
μ_1	μ_2	μ_1	μ_2	P_{01}	$P_{отк1}$	P_{02}	$P_{отк2}$	$P_{02} - P_{01}$	$P_{отк1} - P_{отк2}$
5	5	4	6	0,314	0,321	0,324	0,318	0,01	0,003
		3	7	0,314	0,321	0,316	0,322	0,002	-0,001
		2	8	0,314	0,321	0,301	0,328	-0,013	-0,007
		1	9	0,314	0,321	0,242	0,355	-0,072	-0,034

Примечание: составлено автором.

Очевидно, что рассматриваемой в таблице 1 суммарной производительности явно недостаточно для эффективной работы системы, о чем свидетельствуют большие значения вероятностей отказа. Данные таблицы 1 демонстрируют, что при небольшом различии в значениях производительности устройств (см. результаты при $\mu_1 = 0,4$ и $\mu_2 = 0,6$) показатели эффективности системы СМО-2 достаточно близки к показателям СМО-1.

При увеличении разницы в производительности устройств (см. результаты при $\mu_1 = 0,2$ и $\mu_2 = 0,8$) система массового обслуживания с неоднородными приборами оказывается менее эффективной по сравнению с классической системой, где все приборы обладают одинаковой производительностью.

В таблице 2 демонстрируются результаты имитационного моделирования

при суммарной производительности приборов $\mu_1 + \mu_2 = 5$.

Снижение нагрузки на систему привело к увеличению разницы между значениями вероятностей состояний в стационарном режиме $P_{02} - P_{01}$ и $P_{отк1} - P_{отк2}$.

В таблице 3 представлены результаты вычислительных экспериментов при суммарной производительности $\mu_1 + \mu_2 = 10$. В данном случае общая интенсивность обслуживания совпадает с максимальной интенсивностью входного потока (см. расписание интенсивностей на рисунке 2).

Повышение суммарной производительности приборов также привело к увеличению разницы между значениями $P_{02} - P_{01}$ и $P_{отк1} - P_{отк2}$. Это позволяет утверждать, что при снижении нагрузки на систему СМО с приборами различной производительности становится эффективнее классической системы с однородными приборами

Таблица 4

Результаты вычислительных экспериментов
с имитационной моделью СМО при $\mu_1 + \mu_2 = 50$

Каналы одинаковой производительности		Каналы различной производительности		Результаты				Области эффективности	
μ_1	μ_2	μ_1	μ_2	P_{01}	$P_{отк1}$	P_{02}	$P_{отк2}$	$P_{02} - P_{01}$	$P_{отк1} - P_{отк2}$
25	25	22	28	0,733	0,043	0,747	0,041	0,014	0,002
		19	31	0,733	0,043	0,759	0,039	0,026	0,004
		16	34	0,733	0,043	0,762	0,039	0,029	0,004
		13	37	0,733	0,043	0,764	0,038	0,031	0,005

Примечание: составлено автором.

Вместе с тем, СМО-2 демонстрирует значительное снижение показателей эффективности при увеличении разрыва в производительности приборов.

К примеру, при $\mu_1 = 1$ и $\mu_2 = 9$ разница в показателях эффективности составляет $P_{02} - P_{01} = -0,072$.

Рассмотрим данные, полученные с помощью имитационной модели при крайне низкой нагрузке на систему. Очевидно, что при суммарной интенсивности $\mu_1 + \mu_2 = 50$ система будет достаточно хорошо справляться с рассматриваемыми значениями входного потока.

Материалы таблицы 4 демонстрируют, что при незначительной нагрузке на систему (иными словами, если суммарная интенсивность приборов системы значительно больше интенсивности входного потока) система массового обслуживания с каналами различной производительности может быть более эффективна, чем классическая система с однотипными приборами (см. результаты таблицы 4). Увеличение диспропорции между производительностями обслуживающих устройств до определенного значения приводит к увеличению сравнительной эффективности СМО с приборами различной производительности, далее – к снижению.

Выводы

1. Разработана имитационная модель системы массового обслуживания, функционирующей в режиме нестационарных потоков. С помощью разработанной модели проведен ряд вычислительных экспериментов, в ходе которых исследовались области эффективности систем с приборами различной производительности.

2. Установлено, что при переменном входном потоке неоднородность приборов может обеспечивать более высокие эксплуатационные характеристики системы массового обслуживания. Таким образом, оптимальное сочетание интенсивностей

входного потока и обслуживания позволяет увеличить пропускную способность СМО. Одновременно с этим чрезмерная диспропорция в производительности приборов значительно снижает общую эффективность системы.

3. Перспективы исследования темы включают в себя изучение механизмов эффективной работы с очередями, так как во время пиковых нагрузок нестационарные потоки могут приводить к образованию достаточно больших очередей; кроме того, достаточно перспективным представляется исследование моделей систем, позволяющих динамически менять интенсивность отдельных приборов в зависимости от текущей нагрузки.

Список литературы

1. Олейникова С.А. Математическое моделирование и системы массового обслуживания. Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2021. 90 с. URL: <https://cchgeu.ru/upload/iblock/460/s3s51ir11i0k7z4kdw6fqhakdyqwg9d/Uchebnoe-posobie-Matematicheskoe-modelirovanie-i-sistemy-massovogo-obsluzhivaniya.pdf> (дата обращения: 12.02.2025).
2. Ершов Д.С., Хайруллин Р.З. Математическая модель рабочего места поверки средств измерений как нестационарная система обслуживания // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2022. Т. 65, № 10. С. 701-711. DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-10-701-711.
3. Смагин В.А., Гусеница Я.Н. К вопросу моделирования одноканальных нестационарных систем с произвольными распределениями моментов времени поступления заявок и длительностей их обслуживания // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. 2015. № 649. С. 56-63. URL: <https://vka.mil.ru/Nauka/Nauchnye-trudy> (дата обращения: 14.02.2025).
4. Бубнов В.П., Сафонов В.И., Шардаков К.С. Обзор существующих моделей нестационарных систем обслуживания и методов их расчета // Системы управления, связи и безопасности. 2020. № 3. С. 65-121. DOI: 10.24411/2410-9916-2020-10303.
5. Sridhar A., Pitchai R. Analysis of a Markovian Queue with Two Heterogeneous Servers and Working Vacation // Intern. J. Applied Operational Research. 2015. Vol. 5. Is. 4. P. 1-15. URL: <https://ijorlu.liau.ac.ir/article-1-458-en.html> (дата обращения: 12.02.2025).
6. Legros B., Jouini O. Routing in a queueing system with two heterogeneous servers in speed and in quality of resolu-

tion // Stochastic Models. 2017. Vol. 33. № 3. P. 392-410. DOI: 10.1080/15326349.2017.1303615.

7. Xu J., Liu L., Zhu T. Transient Analysis of Two-Heterogeneous Server Queue with Impatient Behavior and Multiple Vacations // J. Systems Science and Information. 2018. Vol. 6, Is. 1. P. 69-84. DOI: 10.21078/JSSI-2018-069-16.

8. Меликов А.З., Мехбальева Э.В. Системы обслуживания с гетерогенными серверами и зависящими от состояния скачкообразными приоритетами // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2022. № 58. С. 82-96. DOI: 10.17223/19988605/58/8.

9. Нуриев Н.К., Печеный Е.А., Старыгина С.Д. Математическое моделирование системы массового обслуживания с каналами разной производительности // Современные наукоемкие технологии. 2021. № 1. С. 31-36. DOI: 10.17513/snt.38467.

10. Самерханов И.З., Печеный Е.А., Нуриев Н.К. О разделении N-канальной СМО с каналами различной производительности на N независимых одноканальных систем // Научно-технический вестник Поволжья. 2023. № 9. С. 43-49. URL: <https://www.ntvprt.ru/ru/archive-vypuskov> (дата обращения: 16.02.2025).

11. Самерханов И.З. О влиянии разделения каналов различной производительности на показатели эффективности системы массового обслуживания // Сборник трудов один-

надцатой всероссийской научно-практической конференции по имитационному моделированию и его применению в науке и промышленности «Имитационное моделирование. Теория и практика» (ИММОД-2023). Казань: Издательство АН РТ, 2023. С. 698-703. URL: <http://simulation.su/static/ru-articles-immod-2023.html> (дата обращения: 18.02.2025).

12. Печеный Е.А., Самерханов И.З., Нуриев Н.К. Модель управления системой массового обслуживания с неэквивалентными каналами // Современные наукоемкие технологии. 2022. № 4. С. 83-88. DOI: 10.17513/snt.39112.

13. Мокшин В.В., Кирпичников А.П., Буйнова Е.Л., Гараева Э.Р., Ямалтдинова А.А., Золотухин А.В. Особенности оптимизации работы систем массового обслуживания в Anylogic на примере фитнес-центра // Вестник Технологического университета. 2019. Т. 22, № 5. С. 132-140. URL: https://www.kstu.ru/article.jsp?id_e=23840&id=1910 (дата обращения: 10.02.2025).

14. Язвенко М.Р., Морозков А.Г. Моделирование морского грузового порта как системы массового обслуживания в среде AnyLogic // Системный анализ и логистика. 2020. № 4(26). С. 59-66. DOI: 10.31799/2007-5687-2020-4-59-66.

15. Самерханов И.З. О применимости имитационного моделирования для расчета показателей систем массового обслуживания с неэквивалентными каналами // Вестник Технологического университета. 2022. Т. 25, № 6. С. 101-104. URL: https://www.kstu.ru/article.jsp?id_e=23840&id=1910 (дата обращения: 12.02.2025).