УДК 004:62-529
DOI

УПРАВЛЕНИЕ МУЛЬТИАГЕНТНОЙ СИСТЕМОЙ РОБОТОВ-ЛАБОРАНТОВ

Калинин В.Ф., Погонин В.А.

ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет», Тамбов, e-mail: vfkalinin@rambler.ru, pogvas@inbox.ru

Применение в химических производствах коллектива роботов-лаборантов определяется необходимостью непрерывного мониторинга особо вредной для обслуживающего персонала производственной среды и минимизации рисков для окружающей среды. Роботы-лаборанты обладают более высокой точностью и скоростью выполнения лабораторных анализов по сравнению с человеком. Это позволяет улучшить качество и скорость производственных процессов, а также снизить вероятность ошибок и возможных аварий. Задача управления мультиагентной системой роботов-лаборантов, ориентированная на оптимизацию временных ресурсов и повышение безопасности химических производств, требует серьезного математического анализа. Такая задача оптимизации в условиях ограниченности ресурсов является актуальной, и использование методов математической статистики для разработки модели управления и оптимизации времени работы роботов-лаборантов, методов линейного программирования может помочь решить эту задачу эффективно и оптимально. Использование мультиагентного управления позволяет собирать и анализировать большие объемы данных о производственных процессах, что может привести к выявлению новых закономерностей и оптимизации производственных процессов. Цель исследования заключается в разработке теории решения гарантированных задач управления мультиагентной системой коллектива роботов-лаборантов, формализации задачи оптимизации в условиях ограниченности ресурсов, позволяющей свести её к эквивалентной задаче линейного программирования. Методы: теория оптимизации, математической статистики. Рассмотрена постановка задачи гарантийного линейного программирования со случайными добавками к коэффициентам. Сформулированы лемма и теорема, доказательство которых подтверждает тождественность решения задачи гарантированного линейного программирования, эквивалентной детерминированной задаче. Рассмотрена задача, сопутствующая задаче гарантированного линейного программирования со случайными добавками к коэффициентам. Исследование в данном направлении позволит разработать эффективные стратегии мультиагентного управления роботами-лаборантами, учитывающие случайные факторы и обеспечивающие высокую надежность и безопасность процессов на химических предприятиях.

Ключевые слова: робот-лаборант, мультиагентное управление, вероятность

CONTROL OF THE MULTI-AGENT SYSTEM OF LABORATORY ROBOTS

Kalinin V.F., Pogonin V.A.

Tambov State Technical University, Tambov, e-mail: vfkalinin@rambler.ru, pogvas@inbox.ru

The use of robotic laboratory assistants in chemical production is determined by the need for continuous monitoring of the production environment that is especially harmful to service personnel and to minimize risks to the environment. Laboratory robots have higher accuracy and speed in performing laboratory tests compared to humans. This allows you to improve the quality and speed of production processes, as well as reduce the likelihood of errors and possible accidents. The problem of controlling a multi-agent system of robot laboratory assistants, focused on optimizing time resources and improving the safety of chemical production, requires serious mathematical analysis. Such an optimization problem in conditions of limited resources is relevant, and the use of methods of mathematical modeling and mathematical statistics to develop a control model and optimize the operating time of robotic laboratory assistants, linear programming, can help solve this problem efficiently and optimally. The use of multi-agent control allows you to collect and analyze large amounts of data about production processes, which can lead to the identification of new patterns and optimization of production processes. The purpose of the study is to develop a theory for solving guaranteed problems control of a multi-agent system of a team of laboratory robots, formalization of the optimization problem under limited resources, which allows it to be reduced to an equivalent linear programming problem. Methods: Optimization Theories, Mathematical Statistics. The formulation of the problem of guarantee linear programming with random additions to coefficients is considered. A lemma and a theorem are formulated, the proof of which confirms the identity of the solution of the problem of guaranteed linear programming with the equivalent deterministic problem. A concomitant problem to the problem of guaranteed linear programming with random additions to coefficients is considered. Research in this direction will make it possible to develop effective strategies for multi-agent control of robotic laboratory assistants, taking into account random factors and ensuring high reliability and safety of processes at chemical enterprises.

Keywords: robot laboratory assistant, multi-agent control, probability

В современных мультиагентных системах управления химическими производствами играет важную роль эффективное распределение задач между роботами-лаборантами [1-3].

Цель исследования: разработка теории решения гарантированных задач управления мультиагентной системой коллектива роботов-лаборантов.

В данной работе рассматривается проблема оптимизации времени, выделяемого на выполнение конкретных задач, и его влияние на общий экономический эффект. Учитывая, что частота выполнения процессов, таких как взятие проб для лабораторного анализа, напрямую влияет на эффективность управления [4], встает задача поиска оптимального времени загрузки роботов-лаборантов. Также рассматриваем зависимости между частотой выполнения задач и увеличением экономического эффекта, особенно при больших областях вариации времени загрузки. При этом случайные возмущения и недетерминированные характеристики технологических процессов требуют новых подходов к управлению коллективом роботов-лаборантов [5; 6].

Материалы и методы исследования

В работе использовались методы теории оптимизации, математической статистики. Методический подход к формализации задачи оптимизации временных характеристик системы управления роботами-лаборантами. Ограниченность ресурсов времени загрузки роботов-лаборантов позволяет ставить задачу оптимизации времени их работы, которая при ограниченном диапазоне вариации времени загрузки роботов-лаборантов может формулироваться как задача линейного программирования [7].

Результаты исследования и их обсуждение

В продолжение исследований в [8] рассмотрим постановку и решение задачи гарантированного линейного программирования со случайными добавками к коэффициентам.

Рассмотрим задачу оптимизации, целевую функцию которой запишем в виде:

$$Q(U) = (C^0 + vC^1)U, \qquad (1)$$

где v – случайная величина с известной плотностью вероятности

$$\omega(v),\ C^0 = (C^0_1, ..., C^0_n),$$
$$C^1 = (C^1_1, ..., C^1_n),\ U = (u_1, ..., u_n),$$

а технологические требования представлены следующим образом:

$$(b_i^0 + v_i b_i^1)U \geq a_i, \quad i = \overline{1,m}, \qquad (2)$$

где $b_i^0 = (b_{i1}^0, ..., b_{in}^0)$, $b_i^1 = (b_{i1}^1, ..., b_{in}^1)$, – случайные величины с известными плотностями распределения $\omega_i(v_i)$, a_i – постоянная величина.

Дальнейшее исследование сосредоточено на постановке и решении задачи гарантированного линейного программирования с учетом случайных добавок к коэффициентам. Целью исследования является нахождение вектора $u^* \in U$, минимизирующего математическое ожидание функции (1):

$$M[Q(u^*)] = \min M[(C^0 + vC^1)U], \qquad (3)$$

вероятность P выполнения условий (2) не ниже заданных значений σ_i:

$$P[\, (b_i^0 + v_i b_i^1)U \geq a_i \,] \geq \sigma_i$$

$$\text{и } u_i \geq 0,\ i = 1,2,...,n.$$

Задачу (3) с учетом линейности целевой функции (1) сформулируем следующим образом: найти вектор $u^* \in U$, при котором функция (1) стремится к минимуму:

$$\bar{Q}(u) = (C^0 + \bar{v}C^1)u_i \to \min, \qquad (4)$$

где $\bar{v}$ – математическое ожидание случайной величины v, и выполнение ограничений:

$$\int_{E_i} \varpi_i(v_i)dv \geq \sigma_i, \qquad (5)$$

$$E_i = [v_i\,(b_i^0 + v_i b_i^1)U \geq a_i\,],\ i = \overline{1,m}, \qquad (6)$$

$$u_i \geq 0. \qquad (7)$$

Предложенная формулировка задачи позволяет свести ее к эквивалентной задаче линейного программирования: найти вектор управления u, обеспечивающий минимальное значение целевой функции и удовлетворение технологических ограничений:

$$q(u) = (C^0 + \bar{v}C^1)u \to \min, \qquad (8)$$

$$b_i^0 u + t_i^1 b_i^1 u \geq a_i, \qquad (9)$$

$$b_i^0 u + t_i^2 b_i^2 u \geq a_i, \qquad (10)$$

где t_i^1, t_i^2 определяются из соотношений:

$$\int_{t_i^1}^{\infty} \omega_1(v_i)dv_i = \sigma_i, \qquad (11)$$

$$\int_{-\infty}^{t_i^2} \omega(v_i)dv_i = \sigma_i, \qquad (12)$$

$$U_i \geq 0,\ i = \overline{1,m}.$$

Рассмотрим следующую вспомогательную лемму.

Лемма 1. Пусть множества U_1^*, U_2^* определяются следующими неравенствами:

$$U_1^* = \{U \left| \begin{matrix} b_i^0 U + a_1 b_i^1 U \geq C \\ b_i^1 U \geq 0 \end{matrix} \right. \}, \qquad (13)$$

$$U_2^* = \{U \left| \begin{matrix} b_i^0 U + a_2 b_i^1 U \geq C \\ b_i^1 U \leq 0 \end{matrix} \right. \}, \qquad (14)$$

где a_1, a_2, C – постоянные величины.

Объединение множеств $U_1^* \bigcup U_2^*$ тождественно множеству U^*,

$$U^* = \{U \left| \begin{matrix} b_i^0 U + a_1 b_i^1 U \geq C \\ b_i^0 U + a_2 b_i^1 U \geq C \end{matrix} \right. \}, \qquad (15)$$

Доказательство.

Для того, чтобы доказать тождественность $U^* = U_1^* \bigcup U_2^*$, необходимо доказать следующее утверждения: для любого U^* справедливо:

$$U \bigcup U^* \Rightarrow U \in U_1^* \bigcup U_2^*, \qquad (16)$$

$$U \in U_1^* \bigcup U_2^* \Rightarrow U \in U^*. \qquad (17)$$

При этом, т.к. выполнение (16) очевидно, остается доказать (17).

Не уменьшая общность, будем далее полагать, что

$$a_1 \leq a_2. \qquad (18)$$

1. Рассмотрим вначале случай, когда

$$C - b_i^0 U < 0. \qquad (19)$$

А. Пусть при этом $U \in U_1^*$. Докажем, что это $U \in U^*$, т.е. удовлетворяет условиям (15). Т.к. первое неравенство (15) совпадает с первым неравенством (13), необходимо доказать выполнение второго неравенства (15).

Пусть a_1 не отрицателен, т.к. с учетом (18) имеет место

$$0 \leq a_1 \leq a_2 \qquad (20)$$

и с учетом (19)

$$\frac{C - b_i^0}{a_1} \leq \frac{C - b_i^0}{a_2} < 0. \qquad (21)$$

Из второго неравенства (13) и (21) имеем:

$$b_i^1 U \geq 0 > \frac{C - b_i^0}{a_2},$$

что равносильно выполнению второго неравенства (19).

Пусть теперь a_1, a_2 удовлетворяют соотношениям $a_1 < 0 \leq a_2$, т.е. с учетом (19):

$$\frac{C - b_i^0 U}{a_2} < 0 < \frac{C - b_i^0 U}{a_1}. \qquad (22)$$

Из второго неравенства (13) и (22) при этом имеем:

$$b_i^1 U \geq 0 \geq \frac{C - b_i^0 U}{a_2},$$

что равносильно выполнению второго неравенства (15).

Пусть, наконец, a_1, a_2 удовлетворяют соотношениям $a_1 \leq a_2 < 0$, т.е. с учетом (19):

$$0 < \frac{C - b_i^0 U}{a_1} \cdot \frac{C - b_i^0 U}{a_2}. \qquad (23)$$

Из первого неравенства (13) с учетом (23) имеем:

$$b_i^1 U \leq \frac{C - b_i^0 U}{a_1} \leq \frac{C - b_i^0 U}{a_2}$$

или $a_2 b_i^1 U \geq C - b_i^1 U$, что равносильно выполнению второго неравенства (15).

Таким образом, во всех случаях при выполнении (19) справедливо

$$U \in U_1^* \Rightarrow U \in U^*. \qquad (24)$$

Б. Пусть теперь условие (19) выполнено, но $U \in U_2^*$. Докажем, что и в этом случае $U \in U^*$, т.е. удовлетворяется неравенство (15). Т.к. в этом случае второе неравенство (15) совпадает с первым неравенством (18), необходимо доказать выполнение первого неравенства (19).

Пусть значение a_1 не отрицательно, т.е. с учетом (21) имеют место соотношения (20) и (21). При этом из первого неравенства (14) с учетом (13) имеем:

$$b_i^1 U \geq \frac{C - b_i^0 U}{a_1} \geq \frac{C - b_i^0 U}{a_2}$$

или $a_1 b_i^1 U \geq C - b_i^0 U$, что равносильно выполнению неравенства (15).

Пусть для a_1, a_2 удовлетворяют соотношениям $a_1 < 0 \leq a_2$ и (22).

При этом из второго неравенства (14) с учетом (22) имеем:

$$b_i^1 U \leq 0 < \frac{C - b_i^0 U}{a_1}$$

или $a_1 b_i^1 U > C - b_i^0 U$, что соответствует выполнению первого неравенства (15).

Пусть, наконец, имеет место неравенство $a_1 \le a_2 < 0$ (23). При этом из второго неравенства (14) и (23) имеем:

$$b_i^1 U \le 0 \le \frac{C - b_i^0 U}{a_1}$$

$$\text{или } a_1 b_i^1 U \ge C - b_i^0 U,$$

т.е. неравенство (15) выполнено.

Таким образом, при выполнении (19) имеем:

$$U \in U_2^* \Rightarrow U \in U^*. \qquad (25)$$

Из выполнения (24), (25) имеем:

$$U \in U_1^* \cup U_2^* \Rightarrow U \in U^*. \qquad (26)$$

2. Рассмотрим случай, когда:

$$C - b_i^0 U > 0. \ (27)$$

А. Пусть справедливо соотношение:

$$0 \le a_1 \le a_2. \qquad (28)$$

В этом случае система неравенств (14) противоречива, т.е. множество U_2^* пусто и для доказательства тождественности необходимо доказать, что

$$U \in U_1^* \Rightarrow U \in U^*. \qquad (29)$$

Из условий (27), (28) имеем:

$$0 < \frac{C - b_i^0 U}{a_2} \le \frac{C - b_i^0 U}{a_1}. \qquad (30)$$

Пусть $U \in U_1^*$, в этом случае из первого неравенства (13) имеем с учетом (30)

$$b_i^1 U \ge \frac{C - b_i^0 U}{a_1} \cdot \frac{C - b_i^0 U}{a_2},$$

т.е. второе условие (15) выполнено.

Так как первое условие (15) совпадает с первым неравенством (13), утверждение (29) выполнено.

Б. Пусть справедливо соотношение:

$$a_1 < 0 \le a_2. \qquad (31)$$

В этом случае из (13) с учетом (27), (31) имеем:

$$b_i^1 U \le \frac{C - b_i^0 U}{a_1} < 0, \ b_i^1 U \ge 0,$$

т.е. система (13) противоречива и множество U_1^* – пусто.

Из (14) с учетом (27), (31) следует

$$b_i^1 U \ge \frac{C - b_i^0 U}{a_2} > 0, \ b_i^1 U \le 0,$$

т.е. система (14) также противоречива и множество U_1^*, так же как и $U_1^* \cup U_2^*$, пусто.

Из (14) следует, что множество U^* также в этом случае пусто, т.к. неравенства (15) противоречивы:

$$b_i^1 U \le \frac{C - b_i^0 U}{a_1} < 0, \ b_i^1 U \ge \frac{C - b_i^0 U}{a_2} > 0.$$

В. Наконец рассмотрим случай

$$a_1 \le a_2 < 0. \qquad (32)$$

В этом случае система неравенств (13) противоречива, т.е. множество U^* пусто и для доказательства тождественности $U_1^* \cup U_2^*$ и U необходимо доказать, что

$$U \in U_2^* \Rightarrow U \in U^*. \qquad (33)$$

Исходя из условий (32) и (27), имеем:

$$\frac{C - b_i^0 U}{a_2} \le \frac{C - b_i^0 U}{a_1}. \qquad (34)$$

Пусть $U \in U_2^*$, и в этом случае из первого неравенства (14) и (34) имеем:

$$b_i^1 U \le \frac{C - b_i^0 U}{a_2} \le \frac{C - b_i^0 U}{a_1},$$

$$\text{или } a_1 b_i^1 U \le C - b_i^0 U,$$

т.е. первое условие (15) выполнено.

Так как второе условие (15) совпадает с первым условием (14), которое выполнимо по предположению $U \in U_2^*$, утверждение (33) выполнимо.

Из (29) и (33) следует, что при выполнении (27) имеет место:

$$U \in U_1^* \cup U_2^* \Rightarrow U \in U^*. \qquad (35)$$

Из (26), (35) следует, что при всех значениях ($C - b_i^0 U$) условия (16), (17) выполняются.

Лемма 1 доказана.

Теорема 1.

Задача гарантированного линейного программирования со случайными добавками к коэффициентам (4) – (7) тождественна эквивалентной задаче (8), (12).

Доказательство.

Так как целевые функции задач (4)-(7) и (8)-(12) совпадают, для доказательства тождественности этих задач достаточно доказать тождественность условий (5), где t определяется условиями (9), (10).

Пусть параметры t_i^1, t_i^2 определяются (11), (12). Технологическое неравенство (2) может быть, очевидно, записано в виде системы неравенств:

$$v_i \geq \frac{a_i - b_i^o U}{b_i^1 U}, \text{ если } b_i^1 \geq 0,\ i = 1,2,...,m,$$

$$v_i \leq \frac{a_i - b_i^o U}{b_i^1 U}, \text{ если } b_i^1 \leq 0,\ i = 1,2,...,m.$$

При этом (6) может быть сформулировано в следующем виде:

$E_i = (v_i \mid v_i \geq (a_i - b_i^0 U / b_i^1 U))$, если $b_i^1 U \geq 0$

и $v_i \leq (a_i - b_i^0 U / b_i^1 U)$, если $b_i^1 U < 0$. (36)

В том случае, если для $b_i^1 U \geq 0$ выполняется неравенство

$$t_i^1 \geq \frac{a_i - b_i^0 U}{b_i^1 U}, \tag{37}$$

где t_i^1 определяет (5), имеет место:

$$\sigma_i = \int_{E_i} \varpi_i(v_i) dv_i = P_i(U), \tag{38}$$

т.е. условие (5) выполняется при $b_i^1 U \geq 0$.

Аналогично, если для $b_i^1 U \leq 0$ выполняется неравенство

$$t_i^2 \leq \frac{a_i - b_i^0 U}{b_i^1 U}, \tag{39}$$

где t_i^2 определяется (12) имеет место:

$$\sigma_i = \int_{E_i} \varpi_i(v_i) dv_i = P_i(U), \tag{40}$$

т.е. условие (5) выполняется и в этом случае.

Таким образом, из (38), (40) и (37), (39) следует, что условия (6), (9) выполняются, если в эквивалентной задаче выполняется система неравенств:

$$b_i^0 U + t_i^1 b_i^1 U \geq a_i,$$

$$b_i^0 U \geq 0.$$

$$b_i^0 u + t_i^2 b_i^2 u \geq a_i,$$

$$b_i^0 U \leq 0.$$

Согласно лемме 1 объединение множеств U_1^*, определяемого (13), и U_2^*, определяемого (14), тождественно множеству U, определяемому (9), (10).

Теорема 1 доказана.

Таким образом, задача гарантированного линейного программирования со случайными добавками к коэффициентам сводится к детерминированной задаче линейного программирования вида (8)-(12). Как следует из (9), (10), эквивалентная задача характеризуется наличием вдвое большего числа ограничений, чем исходная задача. При этом в ограничении (9), (10) величины t_i^1, t_i^2 являются константами, определяемыми однократно из условий (11), (12).

Рассмотрим сопутствующую задачу гарантированного линейного программирования.

Будем называть сопутствующей задаче (4)-(7) следующую задачу линейного программирования: найти $2m$-мерный вектор $y = (y_1,...,y_{2m})$, при котором принимает максимальное значение целевая функция:

$$J(y) = \sum_{i=1}^{m} a_i (y_i + y_{m+1}) \to \max \tag{41}$$

и выполняются условия: (42)

$$\sum_{i=1}^{m} [b_{ij}^0 (y_i + y_{m+1}) + b_{ij}^1 (t_i^1 y_i + t_i^2 y_{m+1})] \leq C_j^0 + \bar{v} C_j^1$$

$$y_i \geq 0, y_{m+1} \geq 0,\ i = 1,...,m, \tag{43}$$

где t_i^1, t_i^2 определяются соотношениями (11), (12).

Теорема 2.

Пусть U^* – решение задачи гарантированного линейного программирования (4)-(7), а $y^* = (y_1^*,...,y_{2m}^*)$ – решение сопутствующей задачи (41)-(43). В этом случае имеет место:

$$\overline{Q}(U^*) = J(y^*). \tag{44}$$

Доказательство.

Для задачи гарантированного линейного программирования (4)-(7) эквивалентная задача (8)-(12) может быть переформулирована в следующем виде: найти n-мерный вектор $U = (U_1,...,U_n)$, при котором принимает минимальное значение целевая функция:

$$q(U) = \sum_{j=1}^{n} (C_j^0 + v C_j^1) U \to \min \tag{45}$$

и удовлетворяются ограничения:

$$\sum_{j=1}^{n} b_{ij}^0 U_j + t_i^1 \sum_{j=1}^{n} b_{ij}^1 U_j \geq a_i,\ i = 1,...,m, \tag{46}$$

$$\sum_{j=1}^{n} b_{ij}^0 U_j + t_i^2 \sum_{j=1}^{n} b_{ij}^1 U_j \geq a_i,\ i = 1,...,m, \tag{47}$$

$$U_j \geq 0, j = 1,...n, \tag{48}$$

где t_i^1, t_i^2 определяются соотношениями (11), (12).

Так как, согласно теореме 1, эквивалентная задача (8)-(12) (или, это то же самое, (45)-(48)) тождественна задаче гарантированного линейного программирования (4)-(7), имеет место:

$$\overline{Q}(U^*) = q(\widehat{U}^*), \tag{49}$$

где U^* – решение задачи гарантированного линейного программирования (4)-(7); $\widehat{U}^*$ – решение эквивалентной задачи (45)-(48).

Запишем эквивалентную задачу (45)-(48) в следующем виде: найти n-мерный вектор $U = (U_1,...,U_n)$, при котором принимает максимальное значение целевая функция:

$$\overline{q}(U) = \sum_{j=1}^{n} (\overline{C}_j^0 + \overline{vC}_j^1) U \to \max \tag{50}$$

и удовлетворяются ограничения:

$$\sum_{j=1}^{n} b_{ij}^0 U_j + t_i^1 \sum_{j=1}^{n} b_{ij}^1 U_j \leq \overline{a}_i, \ i = 1,...,m, \tag{51}$$

$$\sum_{j=1}^{n} b_{ij}^0 U_j + t_i^2 \sum_{j=1}^{n} b_{ij}^1 U_j \leq \overline{a}_i, \ i = 1,...,m, \tag{52}$$

$$U_j \geq 0, j = 1,...n$$

и выполняются (11), (12),

$$\text{где } \ \overline{C}_j^0 = -C_j^0; \ \ \overline{C}_j^1 = -C_j^1; \ \ \overline{b}_{ij}^0 = -b_{ij}^0; \tag{53}$$

$$\overline{a}_i = -a_i; \ \ i = \overline{1,n}, \ \ j = \overline{1,m}.$$

При этом очевидно, что решения $\widehat{U}^*$ задачи (45)-(48) и задачи (50)-(53) совпадают и вследствие известного соотношения:

$$\min_U f(u) = -\max_U(-f(U) \tag{54}$$

имеем $q(\widehat{U}^*) = -\overline{q}(\widehat{U}^*)$.

Двойственная к (50)-(52) задача может быть сформулирована в виде: найти $2m$-мерный вектор $y = (y_1,...,y_{2m})$, при котором принимает минимальное значение целевая функция:

$$v(y) = -\sum_{i=1}^{m} a_i (y_i + y_{m+1}) \to \min, \tag{55}$$

удовлетворяются ограничения:

$$\sum_{i=1}^{m} [(b_{ij}^0 U_j + t_i^1 \overline{b}_{ij}^1) y_i + (\overline{b}_{ij}^0 + t_i^2 b_{ij}^2) y_{i+m}] \geq \overline{C}_j^0 + \overline{vC}_j^1, \ \ y_i \geq 0, \ \ i = 1,2,...,2m \tag{56}$$

и выполняются соотношения (11), (12), имеет место:

$$\overline{v} \sum_{j=1}^{n} (\overline{C}_j^0 + \overline{vC}_j^1) \hat{U}_j^* = \sum_{i=1}^{m} \overline{a}_i (\tilde{y}_i^* + \tilde{y}_{m+1}^*, \tag{57}$$

где $\tilde{y}^* = (\tilde{y}_1^*,...,\tilde{y}_{2m}^*)$ – решение задачи (55)-(57).

Используя (51), сформулируем задачу (55)-(57) в следующем виде: найти $2m$-мерный вектор $y = (y_1,...y_{2m})$, при котором принимает минимальное значение:

$$v(y) = -\sum_{i=1}^{m} a_i (y_1 + y_{m+1}) \to \min \tag{58}$$

и удовлетворяются ограничения

$$\sum_{i=1}^{m} [b_{ij}^0 (y_1 + y_{m+1}) + b_{ij}^1 y_i + t_i^2 y_{m+1})] \leq C_j^0 + vC_j^1, \ \ y_i \geq 0, \ \ i = 1,2,...,2m. \tag{59}$$

и соотношения (11), (12).

Из сравнения задачи (41)-(43) и задачи (58)-(59) следует, что эти задачи отличаются лишь целевой функцией, при этом

$$J(y) = -v(y).$$

В этом случае решение y^* задачи (41)-(43) и решение задачи (55)-(57) (или, то же самое, задачи (58)-(59)) совпадают, и в соответствии с (54) имеем:

$$J(y^*) = -v(y^*). \tag{60}$$

Из (57), (54) и (60) имеем

$$J(y^*) = -v(\tilde{y}^*) = -\bar{q}(\tilde{U}^*) = q(\tilde{U}^*) \,. \quad (61)$$

Из (61) и (49) следует

$$\bar{Q}(U^*) = J(y^*).$$

Теорема 2 доказана.

Таким образом, сопутствующая задача гарантированного линейного программирования со случайными добавками к коэффициентам сводится к детерминированной задаче линейного программирования вида (8)-(12).

Заключение

Разработанная теория решения гарантированных задач позволяет обеспечить управление работой мультиагентной системы роботов-лаборантов на химических производствах с заданной вероятностью выполнения технологических и технических требований. Результаты, полученные в данном исследовании, подтверждают результаты исследований технологического процесса производства обесфторенных фосфатов.

Список литературы

1. Кремлев А.С., Колюбин С.А., Вражевский С.А. Автономная мультиагентная система для решения задач мониторинга местности // Известия ВУЗОВ. Приборостроение. 2013. Т. 56, № 4. С. 61-65.

2. Белоглазов Д.А., Гайдук А.Р., Косенко Е.Ю. Групповое управление подвижными объектами в неопределенных средах. М.: Физматлит, 2015. 305 с.

3. Нагоев З.В., Бжигатлов К.Ч., Пшенокова И.А., Нагоева О.В., Аталиков Б.А. Чеченова Н.А., Малышев Д.А. Автономный синтез пространственных онтологий в системе принятия решений мобильного робота на основе самоорганизации мультиагентной нейрокогнитивной архитектуры // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2020. № 6 (98). С. 68-79.

4. Зикратов А.А., Зикратова Т.В., Лебедев И.С. Доверительная модель информационной безопасности мультиагентных робототехнических систем с децентрализованным управлением // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2014. № 2(90). С. 47–52.

5. Borisov E.G., Dobretsov R.U., Matrosov S.I. Energy Expenditure Forecasting at Path Generation of Spherical Robots within Multi-Agent System // Indian Journal of Science and Technology. 2016. Vol. 9(44). P 1-9. DOI:10.17485/ijst/2016/v9i44/104704.

6. Назарова А.В., Рыжова Т.П. Методы и алгоритмы мультиагентного управления робототехнической системой // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2012. С. 93-105.

7. Гасс С. Линейное программирование. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 2015. 304 с.

8. Калинин В.Ф., Погонин В.А. Планирование работы коллектива роботов-лаборантов // Современные наукоемкие технологии. 2023. № 9. С. 20-24. DOI: 10.17513/snt.39758.