

УДК 004.052.2
DOI 10.17513/snt.39944

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОТКАЗОУСТОЙЧИВОЙ СИСТЕМЫ OFDM, ИСПОЛЬЗУЮЩЕЙ ЦЕЛОЧИСЛЕННЫЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В МОДУЛЯРНЫХ КОДАХ

Калмыков И.А., Чистоусов Н.К., Калмыкова Н.И., Духовный Д.В.

ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет», Ставрополь,
e-mail: kia762@yandex.ru

Аннотация. Одним из решений, позволяющих повысить эффективность низкоорбитального спутникового интернета (НСИ), является использование метода ортогонального частотного мультиплексирования (OFDM). Замена быстрого преобразования Фурье (БПФ) на целочисленное дискретное вейвлет-преобразование (ЦДВП) позволяет уменьшить время, необходимое на ортогональное преобразование сигнала (ОПС). Для дальнейшего повышения скорости обмена данными в НСИ были разработаны математические модели выполнения ЦДВП с использованием модулярных кодов классов вычетов (МККВ). Применение МККВ позволило выполнять ортогональные преобразования сигналов параллельно по модулям. При этом при обработке сигналов между основаниями МККВ обмен промежуточных результатов не производится. Таким образом, за счет распараллеливания и использования остатков, разрядность которых значительно меньше, чем у операндов, была повышена скорость выполнения обратного и прямого ЦДВП. Однако если в МККВ внести избыточность, то данный код сможет обнаруживать и исправлять ошибки, которые возникают в процессе ОПС. Таким образом, может быть повышена отказоустойчивость системы OFDM, использующей целочисленное дискретное вейвлет-преобразование, выполняемое в МККВ. Поэтому разработка математической модели отказоустойчивой системы OFDM, функционирующей в МККВ, является актуальной задачей.

Ключевые слова: математическая модель системы OFDM, вейвлет-преобразование Хаара, модулярные коды класса вычетов, корректирующие ошибки

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00036, <https://rscf.ru/project/23-21-00036/>.

DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL OF A FAULT-TOLERANT OFDM SYSTEM USING INTEGER WAVELET TRANSFORMATIONS IN MODULAR CODES

Kalmykov I.A., Chistousov N.K., Kalmykova N.I., Dukhovnyy D.V.

North-Caucasian Federal University, Stavropol, e-mail: kia762@yandex.ru

Annotation. One of the solutions to improve the efficiency of low-orbit satellite Internet (LSI) is the use of orthogonal frequency multiplexing (OFDM) method. Replacing the fast Fourier transform (FFT) with an integer discrete wavelet transform (IDVT) reduces the time required for orthogonal signal conversion (OSC). To further increase the speed of data exchange in the LSI, mathematical models of the implementation of the IDVT using modular residue class codes (MRCC) were developed. The use of MRCC made it possible to perform orthogonal signal transformations in parallel across modules. At the same time, when processing signals between the bases of the MRCC, the exchange of intermediate results is not performed. Thus, due to parallelization and the use of residuals, the bit depth of which is significantly less than that of the operands, the speed of execution of the reverse and forward IDVT was increased. However, if redundancy is introduced into the ICQ, then this code will be able to detect and correct errors that occur during the OSC process. Thus, the fault tolerance of the OFDM system using an integer discrete wavelet transform performed in MRCC can be increased. Therefore, the development of a mathematical model of a fault-tolerant OFDM system operating in the MRC is an urgent task.

Keywords: mathematical model of the OFDM system, Haar wavelet transform, modular residue class codes, error correction

The study was supported by the Russian Science Foundation grant No. 23-21-00036, <https://rscf.ru/project/23-21-00036/>.

Для повышения эффективности передачи информации в низкоорбитальном спутниковом интернете (НСИ) было предложено использовать системы OFDM [1]. С целью увеличения скорости передачи информации в системах, поддерживающих технологию OFDM, в работах [2, 3] было предложено использовать вместо быстрых преобразо-

ваний Фурье целочисленные дискретные вейвлет-преобразования. Компактность данных преобразований позволяет увеличить скорость ортогональных преобразований сигналов. Для дальнейшего повышения скорости обработки сигналов было предложено реализовать в ЦДВП в модулярных кодах классов вычетов (МККВ) [4, 5]. Данная

цель достигалась за счет параллельных вычислений, которые производились по основаниям кода. Однако МККВ можно использовать и для повышения отказоустойчивости вычислительных устройств. Для этого, во-первых, расширяется набор оснований кода за счет введения дополнительных контрольных модулей. Во-вторых, необходимо разработать алгоритм проверки процесса вычислений ЦДВП в МККВ с целью выявления ошибок, возникающих из-за сбоев или отказов. Очевидно, что интеграция методов вычисления ЦДВП и принципов построения корректирующих модульных кодов класса вычетов требует разработки математической модели отказоустойчивой системы OFDM, способной осуществлять обработку сигналов в условиях сбоев и отказов, возникающих в процессе функционирования. Поэтому разработка такой математической модели отказоустойчивой системы OFDM является актуальной задачей.

Материалы и методы исследования

1.1. Теория построения избыточных кодов МККВ

Интеграция параллельных арифметических кодов и методов вычислений ЦДВП позволила повысить скорость ортогональных преобразований сигналов за счет ускорения выполнения арифметических операций, которые используются в дискретных вейвлет-преобразованиях. Чтобы распараллелить вычисления, необходимо найти взаимнопростые числа p_1, p_2, \dots, p_n , для которых выполняется неравенство $p_1 < p_2 < \dots < p_n$. Если их перемножить, то получаем диапазон разрешенных кодовых комбинаций (КК) [6, с. 4]:

$$P_{PKK} = \prod_{i=1}^n p_i. \quad (1)$$

В этом случае разрешенную КК целого числа A можно представить как

$$A = (a_1, a_2, \dots, a_n), \quad (2)$$

где $A < P_{PKK}$; $a_i \equiv A \pmod{p_i}$, $i = 1, 2, \dots, n$.

В МККВ параллельно выполняется сложение, вычитание и умножение [7, с. 12]

$$A * E = \left(\left| a_1 * e_1 \right|_{p_1}^+, \left| a_2 * e_2 \right|_{p_2}^+, \dots, \left| a_n * e_n \right|_{p_n}^+ \right), \quad (3)$$

где $*$ – модульные операции МККВ; $E < P_{PKK}$; $e_i \equiv E \pmod{p_i}$, $i = 1, 2, \dots, n$.

Анализ (3) показывает, что данные модульные операции выполняются с соответствующими остатками по всем основаниям кода одновременно. При этом между основаниями МККВ нет связи, то есть остат-

ки друг на друга не влияют. Именно это используется при построении корректирующих МККВ. При этом данные коды имеют еще одно преимущество [8, с. 254]. Если расширить количество оснований для введения избыточности в КК, то принципы выполнения модульных операций для контрольных остатков не изменятся. Таким образом, контрольные остатки являются равноправными с информационными остатками, так определяются только модульными операциями. В этом заключено коренное отличие МККВ от других корректирующих кодов, используемых для повышения помехоустойчивости систем передачи.

1.2. Разработка метода поиска ошибочных остатков в МККВ

Для МККВ однократная ошибка представляет собой искажение одного остатка КК. Чтобы избыточный МККВ смог исправить такую ошибку, необходимо ввести контрольные основания p_{n+1}, p_{n+2} . Они выбираются из условия

$$p_{n+1} p_{n+2} \geq p_{n-1} p_n. \quad (4)$$

Из-за введения оснований, во-первых, увеличение размера кодовой комбинации:

$$A = (a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}, a_{n+2}). \quad (5)$$

Во-вторых, диапазон P_{PKK} расширяется до полного, содержащего все возможные КК:

$$P_{полн} = \prod_{i=1}^{n+2} p_i = P_{PKK} p_{n+1} p_{n+2}. \quad (6)$$

В избыточном МККВ разрешенными будут только те комбинации, для которых

$$A = (a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}, a_{n+2}) \leq P_{PKK}. \quad (7)$$

Однако проверить условие (7), не выполнив перевод КК в позиционную систему счисления (ПСС), нельзя. Решить данную проблему можно, если использовать равнозначность информационных и контрольных остатков в МККВ. В этом случае возникает возможность вычисления значений контрольных остатков a_{n+1}^*, a_{n+2}^* , используя информационные остатки. Если в процессе вычислений ошибок из-за сбоев или отказов не было, то справедливо равенство $a_{n+1}^*, a_{n+2}^* = a_{n+1}, a_{n+2}$. В этом случае имеет место равенство

$$\lambda_1 = \left| a_{n+1}^* - a_{n+1} \right|_{p_{n+1}}^+ = 0, \lambda_2 = \left| a_{n+2}^* - a_{n+2} \right|_{p_{n+2}}^+ = 0. \quad (8)$$

Если ошибки имели место, то справедливость равенства (9) нарушается.

Очевидно, что эффективность данного подхода к коррекции ошибки во многом

определяется алгоритмом, позволяющим вычислять контрольные остатки. В работе [8, с. 68–70] представлен алгоритм расширения системы оснований, то есть вычисления остатка a_{k+1} по заданному входному

вектору $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$. Данный алгоритм построен на основе Китайской теоремы об остатках (КТО), в которой, используя $n - 1$ информационный остаток, выполняет перевод в ПСС:

$$A = \sum_{i=1}^{n-1} a_i B_i - r_a P^*, \quad (9)$$

где $P^* = \prod_{i=1}^{n-1} p_i$; B_i – ортогональные базисы; $r_a = \left| \sum_{i=1}^n a_i g_i \right|_{p_n}^+$ – ранг числа A ; $g_i = \left| m_i p_i^{-1} \right|_{p_n}^+$;

m_i – вес ортогонального базиса; $i = 1, 2, \dots, n-1$, $g_n = p_n - \left| (P^*)^{-1} \right|_{p_n}^+$.

Подставив выражение для вычисления ранга в равенство (9), получаем, что

$$\alpha_{n+1} = \left| \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i \left| B_i \right|_{p_{n+1}}^+ + r_a \cdot \left(p_{n+1} - \left| (P^*)^{-1} \right|_{p_{n+1}}^+ \right) \right|_{p_{n+1}}^+. \quad (10)$$

Недостатком этого алгоритма является сокращение числа разрешенных комбинаций в p_n раз, так, при вычислениях используется $n - 1$ информационный остаток. Устранить этот недостаток позволяет разработанный метод вычисления контрольного остатка. Пусть задан код МККВ, состоящий из n информационных и одного контрольного основания p_{n+1} . Если КК избыточного МККВ разрешенная, то номер диапазона, в который КК подает, равен

$$H = [A / P_{PKK}] = 0. \quad (11)$$

Воспользуемся КТО для $n + 1$ оснований МККВ и подставим (9) в выражение (11). При этом учитываем, что номера диапазонов H изменяются от 0. Значит, операцию нахождения целой частного H в (11) можно заменить операцией по модулю p_{n+1} . Тогда

$$H = \left[\sum_{i=1}^{n+1} a_i B_i - r_A^{n+1} P_{PKK} p_{n+1} / P_{PKK} \right]_{p_{n+1}} = \left[\sum_{i=1}^{n+1} a_i B_i - r_A^{n+1} P_{PKK} p_{n+1} / P_{PKK} \right]_{p_{n+1}}^+. \quad (12)$$

Исходя из условия взаимной простоты оснований p_i , $i = 1, 2, \dots, n + 1$, имеем

$$B_i = \left[B_i / P_{PKK} \right] \cdot P_{PKK} + B_i^* = T_i P_{PKK} + B_i^*, \quad (13)$$

где B_i^* – ортогональный базис для МККВ, содержащего кортеж оснований p_1, p_2, \dots, p_n .

Подставим выражение (13) в равенство (12). Получаем

$$H = \left[a_{n+1} T_{n+1} + \sum_{i=1}^n a_i T_i - \left[\sum_{i=1}^n a_i B_i^* / P_{PKK} \right] \right]_{p_{n+1}}^+. \quad (14)$$

Если комбинация МККВ не содержит ошибку, то $H = 0$. Тогда справедливо

$$a_{n+1} = p_{n+1} - \left| (T_{n+1})^{-1} \right|_{p_{n+1}}^+ \left[\sum_{i=1}^n a_i T_i - \left[\sum_{i=1}^n a_i B_i^* / P_{PKK} \right] \right]_{p_{n+1}}^+. \quad (15)$$

1.3. Математическая модель отказоустойчивой системы OFDM, использующей избыточный МККВ

Математическая модель отказоустойчивой системы OFDM, использующей избыточный МККВ, включает в себя следующие этапы обработки данных.

1. На первом этапе производится перевод данных из последовательного вида в парал-

лельный. Сначала потоковые данные разбиваются на блоки $X(1), X(2), \dots, X(N)$, состоящие из D разрядов, где $D < \left[\log_2 P_{PKK} \right]$. Затем каждый такой блок поступает на вход прямого преобразователя ПСС-МККВ, поддерживающего 2^M -арный алгоритм вычислений, где он делится на блоки по $C = 2^M$ бит каждый. Блоки имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} |G_1|_{p_i}^+ &= \left| 2^{C-1}x_{C-1} + \dots + 2^1x_1 + 2^0x_0 \right|_{p_i}^+ \left| 2^0 \right|_{p_i}^+ , \\ &\vdots \\ |G_L|_{p_i}^+ &= \left| 2^{D-1}x_{D-1} + \dots + 2^{D-C}x_{D-C} \right|_{p_i}^+ \left| 2^{D-C} \right|_{p_i}^+ . \end{aligned} \quad (16)$$

Чтобы получить остатки, преобразователь вычисляет, где $i = 1, 2, \dots, n + 2$

$$X_i = X \bmod p_i = \sum_{j=0}^{L-1} (G_{L-j}) \bmod p_i . \quad (17)$$

2. На втором этапе в отказоустойчивой системе OFDM производится вычисление обратного модифицированного вейвлет-преобразования Хаара в МККВ [5]. Набор отсчетов $X(j)$ – это кортеж, включающий $\{a_i\}$ – аппроксимирующие и $\{d_j\}$ детализирующие коэффициенты ЦДВП Хаара, которые представлены в МККВ. Для выполнения обратного преобразования используются $\{\hat{h}_0, \hat{h}_1\}$ и $\{\hat{g}_0, \hat{g}_1\}$ – коэффициенты НЧ и ВЧ фильтров Хаара. Математически данное обратное преобразование записывается выражением для

$$S(j) \bmod p_i = (X(j) \bmod p_i \cdot \hat{h}_1 \bmod p_i + X(j+1) \bmod p_i \cdot \hat{h}_0 \bmod p_i) \bmod p_i , \quad (18)$$

$$S(j+1) \bmod p_i = (X(j) \bmod p_i \cdot \hat{g}_1 \bmod p_i + X(j+1) \bmod p_i \cdot \hat{g}_0 \bmod p_i) \bmod p_i , \quad (19)$$

где $\hat{h}_0 = \hat{g}_0 = \hat{g}_1 = \left[V/\sqrt{2} \right] \bmod P_{PKK}$; $\hat{h}_1 = \left(P_{PKK} - \left[V/\sqrt{2} \right] \right) \bmod P_{PKK}$; $V = 2^W$ – коэффициент масштабирования; $W = 1, 2, \dots$; $i = 1, 2, \dots, n + 2$; $j = 1, 2, \dots, N - 1$.

3. Представленные в избыточном МККВ вычисленные временные отсчеты $S(1) = (S_1(1), \dots, S_{n+2}(1))$, ..., $S(N) = (S_1(N), \dots, S_{n+2}(N))$ необходимо перевести в ПСС. Для этого используется обратный кодопреобразователь, реализующий КТО [7, с. 81]. Для этого надо сначала получить ортогональные базисы МККВ согласно

$$B_i = P_i m_i = m_i P_{полн} / p_i , \quad (20)$$

где $m_i = (P_i)^{-1} \bmod p_i$ – вес ортогонального базиса; $i = 1, 2, \dots, n + 2$.

Тогда согласно КТО обратный перевод МККВ-ПСС реализуется

$$S(j) = \sum_{i=1}^{n+2} S_i(j) B_i \bmod P_{полн} . \quad (21)$$

Одновременно с этим преобразованием выполняется разработанный метод поиска и исправления ошибки. Для этого сначала вычисляются контрольные вычеты:

$$S_{n+1}^*(j) = p_{n+1} - \left| (T_{n+1})^{-1} \right|_{p_{n+1}}^+ \left| \sum_{i=1}^n S_i(j) T_i - \left[\sum_{i=1}^n S_i(j) B_i^* / P_{PKK} \right] \right|_{p_{n+1}}^+ , \quad (22)$$

$$S_{n+2}^*(j) = p_{n+2} - \left| (T_{n+2})^{-1} \right|_{p_{n+2}}^+ \left| \sum_{i=1}^n S_i(j) T_i - \left[\sum_{i=1}^n S_i(j) B_i^* / P_{PKK} \right] \right|_{p_{n+2}}^+ . \quad (23)$$

Затем выполняется вычисление невязки:

$$\lambda_1 = \left| S_{n+1}^*(j) - S_{n+1}(j) \right|_{p_{n+1}}^+ , \quad \lambda_2 = \left| S_{n+2}^*(j) - S_{n+2}(j) \right|_{p_{n+2}}^+ . \quad (24)$$

Если $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, то в процессе ортогональной обработки сигналов сбоев и отказов не было. Пусть в процессе выполнения обратного ЦДВП Хаара в i -м остатке произошла ошибка. Тогда КК имеет вид

$$\tilde{S}(j) = (S_1, S_2, \dots, + \tilde{S}_i, \dots, S_{n+2}) = (S_1, S_2, \dots, \left| \tilde{S}_i + \Delta S_i \right|_{p_i}^+ , \dots, S_{n+2}) ,$$

где $\Delta S_i = \{1, 2, \dots, S_i - 1\}$ – глубина ошибки. В этом случае имеем $\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 \neq 0$.

Затем происходит коррекция ошибки

$$S(j) = \tilde{S}(j) + \Delta S_i B_i \text{ mod } P_{\text{полн}}. \quad (25)$$

Исправленные отсчеты $S(1), S(2), \dots, S(N)$ поступают на вход АЦП, где преобразуются в аналоговый сигнал, который подается на модулятор, а затем в канал связи.

На приемной стороне аналоговый сигнал с помощью ЦАП преобразуется в кортеж отсчетов $S(1), S(2), \dots, S(N)$, которые подаются на преобразователь ПСС-МККВ, с выхода которого снимаются КК МККВ $S(1) = (S_1(1), \dots, S_{n+2}(1)), \dots, S(N) = (S_1(N), \dots, S_{n+2}(N))$.

Далее выполняется прямое ЦДВП Хаара в МККВ, что позволяет получить значения коэффициентов $\{a_i\}$ и $\{d_j\}$ в следующем виде: КК $X(1) = (X_1(1), \dots, X_{n+2}(1)), \dots, X(N) = (X_1(N), \dots, X_{n+2}(N))$. Полученные комбинации поступают на обратный кодопреобразователь МККВ-ПСС, который на основе КТО получает блоки данных длиной D разрядов, используя выражение (21). Одновременно с этим выполняется метод поиска и исправления ошибки согласно (14) и (15). Если $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, то в процессе ортогональной обработки сигналов сбоев и отказов не было. Если $\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 \neq 0$, то производится коррекция ошибки искаженного отсчета $\tilde{X}(j)$ согласно (25).

Результаты исследования и их обсуждение

Пусть имеем основания $p_1 = 63, p_2 = 64, p_3 = 65$. Тогда $P_{\text{МККВ}} = 262080$, что позволяет использовать 9-разрядные входные данные и коэффициенты Хаара. В качестве контрольных выбрали $p_4 = 67, p_5 = 71$. Тогда $P_{\text{полн}} = 1246714560$. Пусть, коэффициент масштабирования $V = 2^8$. Пусть на вход передатчика поступили два отсчета $X1 = 221$ и $X2 = 198$, которые поступили на вход преобразователя ПСС-МККВ. Кодовые комбинации МККВ входных отсчетов $X1$ и $X2$, коэффициентов Хаара, отсчетов сигналов $S1$ и $S2$ показаны в таблице.

При вычислении $S1$ и $S2$ были использованы выражения (18) и (19). Проведем проверку... КК $(S(1)) = 3801 = (21, 25, 31, 49, 38)$. Вычислим ортогональные базисы для оснований $p_1 = 63, p_2 = 64, p_3 = 65, p_4 = 67$. Представим их, как показано выражением (13). Тогда

$$B_1 = 2229760 = 8P_{\text{МККВ}} + 133120,$$

$$B_2 = 5761665 = 21P_{\text{МККВ}} + 257985;$$

$$B_3 = 13237056 = 50P_{\text{МККВ}} + 133056;$$

$$B_4 = 13890240 = 53P_{\text{МККВ}}.$$

Находим $\left| (T_4)^{-1} \right|_{d_4}^+ = 43$. Подставляем в выражение (22). Получаем

$$S_4^*(1) = 67 - \left| 43 \left| 21 \cdot 8 + 25 \cdot 21 + 31 \cdot 50 + \left[\frac{21 \cdot 133120 + 25 \cdot 257985 + 31 \cdot 133056}{262080} \right] \right|_{67}^+ \right|_{67}^+ = 49.$$

Аналогичным образом получили второй контрольный остаток $S_5^*(1) = 38$. Подставляем в выражение (24) и получаем $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$. Значит, ошибки в кодовой комбинации нет. Пусть ошибка произошла в первом остатке, тогда КК имеет вид $\tilde{S}1 = (\tilde{5}, 25, 31, 49, 38)$. Глубина ошибки равна $\Delta S_1 = 47$. Используя выражения (22) и (23), получаем $S_4^*(1) = 44$ и $S_5^*(1) = 8$. Так как $\lambda_1 = 62, \lambda_2 = 30$, то согласно (25) происходит исправление ошибки:

$$S(1) = \tilde{S}(1) + \Delta S_1 B_1 \text{ mod } P_{\text{полн}} = \left| 930092441 - 47 \cdot 19789120 \right|_{1246714560}^+ = 3801.$$

Вычисление первых двух отсчетов сигналов ЦДВП Хаара в МККВ

| | $X1$ | $X2$ | \hat{h}_0 | \hat{h}_1 | \hat{g}_0 | \hat{g}_1 | $S1$ | $S2$ |
|------------|------|------|-------------|-------------|-------------|-------------|------|-------|
| В ПСС | 220 | 199 | 181 | -181 | 181 | 181 | 3801 | 75839 |
| $p_1 = 63$ | 31 | 10 | 55 | 8 | 55 | 55 | 21 | 50 |
| $p_2 = 64$ | 28 | 7 | 53 | 11 | 53 | 53 | 25 | 63 |
| $p_3 = 65$ | 25 | 4 | 51 | 14 | 51 | 51 | 31 | 49 |
| $p_4 = 67$ | 19 | 65 | 47 | 20 | 47 | 47 | 49 | 62 |
| $p_5 = 71$ | 7 | 57 | 39 | 32 | 39 | 39 | 38 | 11 |

Заключение

В статье представлена математическая модель отказоустойчивой системы OFDM, использующей ЦДВП Хаара в МККВ. Разработан метод коррекции ошибок на основе расширений системы оснований. Разработанный метод позволяет провести вычисление контрольных остатков, на основе кортежа информационных, имея больший диапазон разрешенных кодовых комбинаций по сравнению с [8, с. 68–70]. Рассмотрен процесс вычисления отсчетов сигнала с помощью обратного ЦДВП Хаара, а также процесс поиска и коррекции ошибок с использованием трех информационных $p_1 = 63$, $p_2 = 64$, $p_3 = 65$ и контрольных оснований $p_4 = 67$, $p_5 = 71$. Применение разработанного метода позволило увеличить P_{PKK} в 65 раз по сравнению с алгоритмом [8, с. 68–70].

Список литературы

1. Shreehari H.S. Makam Supreeth Starlink Satellite Internet Service // International Journal of Research Publication and Reviews. 2022. Vol. 3, Is. 6. P. 4501–4504.
2. Yücel G., Altun A.A. Comparative Performance Analysis of FFT Based OFDM and DWT Based OFDM Systems // Journal of New Results in Science. 2016. № 12. P. 272–287.
3. Artee Kumari Vats, Kuldeep Pandey Comparative analysis of FFT OFDM and DWT OFDM for MIMO systems over Rayleigh fading channel // Journal of Engineering Technology and Medical Sciences. 2023. Vol. 6, Is. 3. P. 40–43.
4. Чистоусов Н.К., Калмыкова Н.И. Ортогональная обработка сигналов с использованием математических моделей целочисленных вейвлет-преобразований, реализованных в модулярных кодах классов вычетов // Инженерный вестник Дона. 2023. № 3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2023/8273 (дата обращения: 13.02.2024).
5. Kalmykov I.A., Dukhovnyj D.V. Development of a Mathematical Model for Performing the Haar Wavelet Transform in Parallel Modular Codes. Proceedings. 2023 International Russian Automation Conference. RusAutoCon. 2023. P. 466–470.
6. Ananda M. Residue Number Systems. Theory and Applications. Springer International Publishing Switzerland, 2016. 351 p.
7. Omondi A., Premkumar B. Residue Number Systems: Theory and Implementation // Imperial College Press. UK, 2007. 293 p.
8. Червяков Н.И., Коляда А.А., Ляхов П.А. Модулярная арифметика и ее приложения в инфокоммуникационных технологиях. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2017. 400 с.