

УДК 004.942:001.891.55  
DOI 10.17513/snt.40213

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА АЭРОАКВАПОНИКИ С ОПРЕДЕЛЕНИЕМ ОПТИМАЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

Нечипоренко А.Ю., Пиотровский Д.Л.

ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет», Москва,  
e-mail: NechiporenkoAU@yandex.ru, piotrovsky2005@yandex.ru

Целью работы является получение адекватной математической модели технологического процесса аэроаквапоники. Определено, что для достижения максимального урожая в процессе аэроаквапоники необходимо поддерживать такие параметры, как температура, влажность и pH раствора. В ходе анализа были найдены фиксированные значения всех переменных, кроме указанных параметров. Задача максимального прироста картофеля требует наложения ограничений, связанных с физической сущностью процесса. Из-за сложности математической формализации процесса выращивания картофеля в условиях вертикального земледелия и аэроаквапоники, было решено использовать экспериментальный метод для определения экстремальных характеристик. Учитывая три фазы развития куста картофеля, предполагается проведение нескольких экспериментов, связанных с результатами предыдущих фаз для достижения максимального прироста. В работе исследуется метод повышения производительности выращивания картофеля в условиях аэроаквапонной среды. На основе проведенного эксперимента создана математическая модель, описывающая процесс выращивания картофеля в аэроаквапонной установке. С использованием полученных полиномов определен теоретический максимум для критерия оптимальности. В ходе исследования применялись методы обработки экспериментальных данных, такие как метод наименьших квадратов, а также программное обеспечение для подбора и оптимизации многопараметрических функций. Процесс выращивания картофеля в аэроаквапонной установке характеризуется устойчивостью и минимальной подверженностью случайным неконтролируемым возмущениям. Однако задача выращивания максимального количества продукции за минимальные сроки является слишком общей, и для ее решения необходимо наложить определенные ограничения, обусловленные особенностями используемого метода. В результате получены полиномиальные зависимости, отражающие влияние температуры, влажности и pH на продуктивность роста и развития картофеля на каждом этапе эксперимента. Максимальная ошибка, не превышающая погрешности измерения технологических параметров в 5 %, подтверждает адекватность разработанной математической модели.

**Ключевые слова:** аэроаквапоника, оптимизация, математическая модель, критерий оптимальности, полиномиальная многопараметрическая зависимость

## MATHEMATICAL MODELING OF THE AEROAQUAPONICS PROCESS WITH DETERMINATION OF OPTIMAL TECHNOLOGICAL PARAMETERS

Nechiporenko A.Yu., Piotrovskiy D.L.

Russian Technological University, Moscow,  
e-mail: NechiporenkoAU@yandex.ru, piotrovsky2005@yandex.ru

The aim of the work is to obtain an adequate mathematical model of the aeroponic process. It has been determined that to achieve maximum yield in the aeroponic process, it is necessary to maintain parameters such as temperature, humidity, and pH of the solution. During the analysis, fixed values of all variables were found, except for the specified parameters. The task of maximum potato growth requires imposing restrictions related to the physical nature of the process. Due to the complexity of mathematical formalization of the potato cultivation process in vertical farming and aeroponic conditions, it was decided to use an experimental method to determine extreme characteristics. Considering three phases of potato bush development, it is assumed that several experiments will be conducted related to the results of previous phases to achieve maximum growth. The work explores a method for increasing the productivity of potato cultivation in an aeroponic environment. Based on the experiment, a mathematical model was created that describes the process of growing potatoes in an aeroponic installation. Using the obtained polynomials, the theoretical maximum for the optimality criterion was determined. During the study, methods of processing experimental data were used, such as the least squares method, as well as software for selecting and optimizing multiparameter functions. Polynomials were obtained that reflect the influence of temperature, humidity, and pH on the productivity of potato growth and development at each stage of the experiment. The maximum error, not exceeding the measurement error of technological parameters by 5 %, confirms the adequacy of the developed mathematical model. The process of growing potatoes in an aeroponic installation is characterized by stability and minimal susceptibility to random uncontrolled disturbances. However, the task of growing the maximum number of products in the shortest possible time is too general, and to solve it, it is necessary to impose certain restrictions due to the peculiarities of the method used.

**Keywords:** aeroaquaponics, optimization, mathematical model, optimality criterion, polynomial multivariate dependence

### Введение

В условиях растущей урбанизации и высокой плотности населения крупных мегаполисов вертикальное земледелие становится все более актуальным и востребованным методом выращивания сельскохозяйственных культур [1]. Этот метод позволяет значительно увеличить урожайность на единицу площади, что делает его идеальным решением для обеспечения продовольствием в условиях плотной городской застройки.

В условиях, когда ресурсы ограничены, а население продолжает расти, вертикальное земледелие становится ключевым элементом устойчивого развития. Оно не только обеспечивает продовольственную безопасность, но и способствует созданию новых рабочих мест и развитию инновационных технологий.

В данной статье рассматривается совершенно новый метод вертикального земледелия – аэроаквапоника. По своей сути и особенностям это результат слияния технологии аквакультуры и аэропоники [2], то есть растения выращиваются так же в условиях аэропоники, но питательный раствор берется в результате жизнедеятельности рыб, что является аналогом технологии аквапоники [3], которая так же основана на аквакультуре, только в условиях гидропоники.

Главным преимуществом новой технологии и ее превосходством над аквапоникой является полная универсальность. В данных условиях возможно выращивать абсолютно любые растения и разводить любые породы рыб, так как непосредственного контакта биологических видов, как в аквапонике, не происходит.

Аэроаквапоника открывает новые горизонты для сельского хозяйства, позволяя эффективно использовать ограниченные ресурсы и создавать устойчивые системы производства продовольствия. Этот метод не только способствует улучшению экологической ситуации, но и предоставляет возможности для экономического роста и социального развития. Аэроаквапоника представляет собой перспективное направление в области вертикального земледелия, которое может стать важным элементом устойчивого развития городов и обеспечения продовольственной безопасности в будущем.

**Цель работы** – получение адекватной математической модели технологического процесса аэроаквапоники.

### Материалы и методы исследования

Для получения наибольшего урожая необходимо выдерживать все параметры технологического процесса на заданном уровне.

Таким образом:

$$Q = f(T, H, D, \Lambda, S, C, A, r, N, V, pH) \rightarrow \max, \quad (1)$$

где  $Q$  – количество произведенной продукции за единицу времени, кг/ед. времени;

$T$  – температура, °C;

$H$  – относительная влажность, %;

$D$  – цикл освещенности, ч;

$\Lambda$  – интенсивность, мкмоль/м<sup>2</sup>\*с;

$S$  – цикл распыления раствора, мин;

$C$  – состав, мг;

$A$  – аэрация корней, мин;

$r$  – расстояние между растениями, м;

$N$  – сорт картофеля;

$V$  – порода рыбы;

$pH$  – значение параметра pH жидкости.

В результате проведенного анализа отметим, что из всех ранее обозначенных переменных, входящих в выражение критерия оптимальности (1), были найдены и выведены все фиксированные значения переменных, кроме температуры, влажности и pH раствора.

В результате критерий оптимизации (1) для выращивания картофеля в аэроаквапонной установке сводится к следующему виду:

$$Q' = f(T, H, pH) \rightarrow \max. \quad (2)$$

Задача максимального прироста картофеля, производимого за технологический цикл, описанная ранее в формуле (2), является довольно общей, и поэтому для ее решения необходимо наложить некоторые ограничения, обоснованные физической сущностью процесса. Конечный вид функции  $Q' = f(T, H, pH)$  не известен. Это можно объяснить как сложностью и весьма малой математической формализацией процесса выращивания картофеля в условиях вертикального земледелия, так и выращивания картофеля в условиях аэроаквапоники в частности.

В связи с вышесказанным было принято решение воспользоваться экспериментальным методом определения экстремальных характеристик. При этом на основании [4–6] и исследований [7] на аргументы функции  $Q' = f(T, H, pH)$  накладываются следующие ограничения:

$$- T \geq 18^\circ\text{C};$$

$$- T \leq 24^\circ\text{C};$$

$$- H \geq 50\%;$$

$$- H \leq 55\%;$$

$$- pH \geq 6,5;$$

$$- pH \leq 8.$$

Однако, учитывая, что при росте и развитии куста картофеля растение проходит

три фазы развития, предполагается, что необходимо произвести несколько экспериментов, непосредственно связанных с результатом предыдущей фазы, как продолжение максимального прироста.

Инструментом для получения экспериментальных данных для функции  $Q' = f(T, H, pH)$  является эксперимент.

Для первой фазы:

- берется 100 здоровых картофелин среднего размера по 100–150 г каждая и помещается в аэроаэрационную установку;
- производится сбрызгивание картофеля питательным раствором с заранее заданным интервалом в зависимости от фазы роста с одновременным контролем уровня влажности;
- производится увеличение значения pH с одновременным контролем значения параметра;
- все действия производятся при необходимой температуре и уровне аэрации;
- эксперимент прекращается при прорастании как минимум 70% картофелин;
- если более 30% картофелин погибло, эксперимент считается неудачным, комбинация значений не подходит под заданные значения оптимальности;
- при прекращении эксперимента вычисляется общее количество проросших картофелин (учитываются только здоровые корнеплоды с хорошо развитой корневой системой) и время, которое было затрачено на произрастание картофеля.

Для второй фазы:

- картофель из наилучшего по времени и качеству эксперимента переходит во вторую фазу эксперимента (при необходимости для второй фазы дополнительно проращивается картофель по уже известным параметрам первой фазы);
- производится сбрызгивание картофеля питательным раствором с заранее заданным интервалом в зависимости от фазы роста с одновременным контролем уровня влажности;
- производится увеличение значения pH с одновременным контролем значения pH;
- все действия производятся при необходимой температуре и уровне аэрации;
- эксперимент прекращается при образовании почек на корнях как минимум 70% кустов картофеля.
- если более 30% картофелин погибло, то эксперимент считается неудачным;
- при прекращении эксперимента во второй его фазе производится оценка размеров куста и количества клубней картофеля.

Для третьей фазы:

- в последней фазе эксперимента производится выращивание кустов картофеля с наибольшим размером вегетативной части и при этом наибольшим числом почек. Рас-

тения, полностью ушедшие в вегетативную часть, также отбраковываются и считаются неудачными;

- производится сбрызгивание картофеля питательным раствором с заранее заданным интервалом в зависимости от фазы роста с одновременным контролем уровня влажности;
- производится увеличение значения pH с одновременным контролем значения параметра pH;
- все действия производятся при необходимой температуре и уровне аэрации;
- эксперимент заканчивается при увядании куста картофеля;
- оценивается общая масса с куста картофеля, средняя масса одной картофелины и их количество.

### Результаты исследования и их обсуждение

В результате проведения эксперимента были получены оптимальные значения технологических параметров для каждой из фаз.

Для первой фазы было выяснено, что наибольшее число здоровых ростков картофеля было получено при значениях:

$$pH = 6,5;$$

$$H = 52\%;$$

$$T = 23^\circ\text{C}.$$

При отклонении от этих значений наблюдались гнилостные новообразования и/или увядание растений.

В нормальных условиях картофель сорта «Розара» образует 15–18 клубней. Для второй фазы наибольшее количество клубней получено при значениях:

$$pH = 6,5;$$

$$H = 54\%;$$

$$T = 21^\circ\text{C}.$$

Для третьей фазы наибольший вес был достигнут при значениях:

$$pH = 6,5;$$

$$H = 51\%;$$

$$T = 19^\circ\text{C}.$$

В результате трехпараметрической аппроксимации было выяснено, что наибольшую точность для первой фазы эксперимента обеспечивает полином следующего вида:

$$Q = \alpha * |T - \beta| - \gamma * |H - \delta| - \varepsilon * |pH - \epsilon| + \theta, (3)$$

где  $Q$  – искомый результат;

$T$  – температура;

$H$  – влажность;

$pH$  – параметр среды pH;

$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \epsilon, \theta$  – свободные коэффициенты.

Наибольшую точность для второй фазы эксперимента обеспечивает полином следующего вида:

$$Q = \alpha * (T - \beta)^2 - \gamma * (H - \delta)^2 - \varepsilon * |pH - \epsilon| + \theta. \quad (4)$$

Наибольшую точность для третьей фазы эксперимента обеспечивает полином следующего вида:

$$Q = \alpha * (T - \beta)^2 - \gamma * (H - \delta)^2 - \varepsilon * (pH - \epsilon)^2 + \theta. \quad (5)$$

При помощи программы, написанной на языке Python, были подобраны коэффициенты для каждой из фаз эксперимента.

В результате уравнение (3) для первой фазы эксперимента приняло следующий вид:

$$Q_1 = -8,077 * |T - 23,1| - 9,109 * |H - 52,02| - 22,41 * |pH - 5,261| + 132,6. \quad (6)$$

График, описывающий уравнение (6), представлен на рис. 1.

Для второй фазы уравнение (4) имеет следующие коэффициенты

$$Q_2 = -0,5432 * (T - 21)^2 - 0,4249 * (H - 54,01)^2 - 2,105 * |pH - 6,6| + 17,91. \quad (7)$$

График, описывающий уравнение (7), представлен на рис. 2.

На третьей фазе уравнение (5) имеет следующие коэффициенты

$$Q_3 = -54,45 * (T - 19,31)^2 - 23,16 * (H - 50,65)^2 - 35,94 * (pH - 4,776)^2 + 2169. \quad (8)$$

График, описывающий уравнение (8), представлен на рис. 3.

#### Математическое описание процесса аэроаквапоники

	Полином	Максимальная приведенная ошибка
1 фаза	$Q_1 = -8,077 *  T - 23,1  - 9,109 *  H - 52,02  - 22,41 *  pH - 5,261  + 132,6$	4,4 %
2 фаза	$Q_2 = -0,5432 * (T - 21)^2 - 0,4249 * (H - 54,01)^2 - 2,105 *  pH - 6,6  + 17,91$	3,4 %
3 фаза	$Q_3 = -54,45 * (T - 19,31)^2 - 23,16 * (H - 50,65)^2 - 35,94 * (pH - 4,776)^2 + 2169$	4,2 %

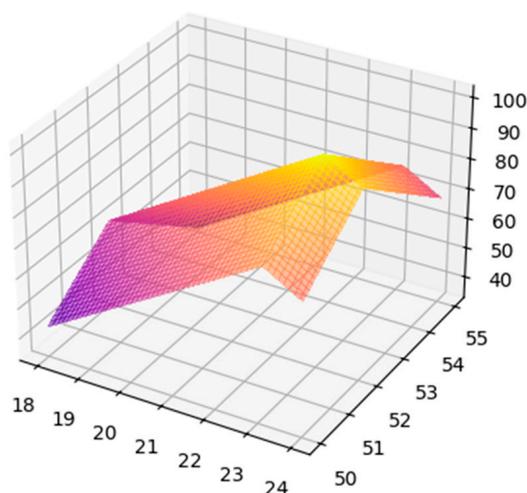


Рис. 1. График на основе уравнения (6)

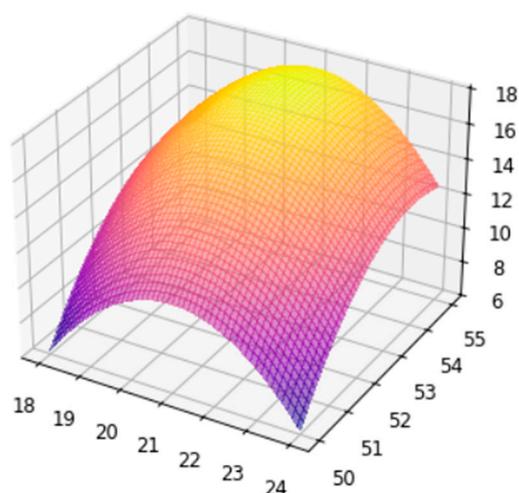


Рис. 2. График на основе уравнения (7)

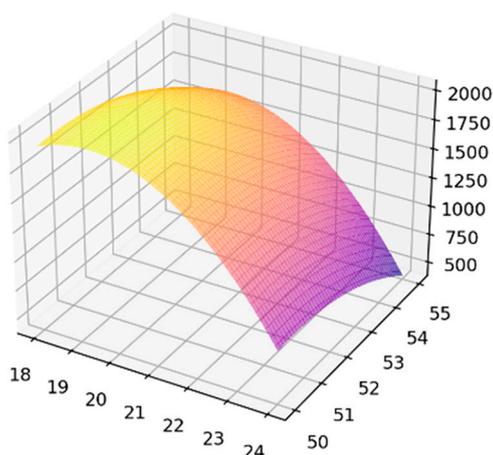


Рис. 3. График на основе уравнения (8)

Для определения адекватности полученного математического описания были рассчитаны приведенные погрешности для каждого из полученных полиномов.

Результаты расчетов в таблице.

В результате поиска теоретического экстремума были получены максимальные значения производительности для каждой фазы.

Для первой:  $pH = 6,5$ ,  $H = 52\%$ ,  $T = 23^\circ\text{C}$ , экстремальное значение полинома  $Q = 100$ , из чего следует, что при данных параметрах 100% картофеля прорастут.

Для второй фазы:  $pH = 6,6$ ,  $H = 54\%$ ,  $T = 21^\circ\text{C}$ , экстремальное значение полинома  $Q = 18$ , из чего следует, что на каждом из проросших кустов завяжется по 18 клубней картофеля.

Для третьей фазы:  $pH = 6,5$ ,  $H = 51\%$ ,  $T = 19^\circ\text{C}$ , экстремальное значение полинома  $Q = 2062$  г урожая с каждого куста картофеля.

### Выводы

1. В результате использования экспериментального метода определения харак-

теристических зависимостей количества производимого картофеля от параметров, влияющих на качество процесса выращивания, определено, что характер зависимости объема производимой продукции от температуры, влажности и параметра pH имеет экстремальную зависимость.

2. Определены полиномиальные зависимости, описывающие влияние температуры, влажности и параметра pH на развитие картофеля для каждого из этапов эксперимента, и определена максимальная ошибка, не превышающая погрешности измерения технологических параметров в 5%, что свидетельствует об адекватности математического описания.

### Список литературы

1. Эскобар Х.П., Сандоваль А.А., Биензи П.М., Саласар Х.Д. Здания вертикальных ферм в умных городах // Системные технологии. 2020. № 34. С. 73–76.
2. Шарапов А.В., Казак А.А. Особенности выращивания безвирусного поколения мини-клубней в условиях аэропоники // Достижения молодежной науки для агропромышленного комплекса. 2022. № 2. С. 69–79.
3. Мартиросян Ю.Ц., Кособрюхов А.А., Мартиросян В.В. Аэропонные технологии в безвирусном семеноводстве: преимущества и перспективы // Достижения науки и техники агропромышленного комплекса. 2016. № 10. С. 47–51.
4. Нуридинов Я.А., Ярова Э.Т., Мальчихина О.Г. Продуктивность меристемного картофеля в искусственных средах аэропонных и гидропонных установок // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. 2019. № 6 (80). С. 102–106.
5. Карпухин М.Ю., Матийчук В.Р. Фазы развития картофеля // Вклад молодых ученых в развитие агропромышленного комплекса. Екатеринбург: Уральский государственный аграрный университет, 2021. С. 39–41.
6. Варушкина А.М., Луговская Н.П., Максимов А.Ю. Рост и продуктивность картофеля (*Solanum tuberosum* L.) в условиях светокультуры // Вестник Пермского федерального исследовательского центра. 2019. № 2. С. 37–46. DOI: 10.72422658-705X2019.2.4.
7. Muthoni J., Kabira J., Simeli H., Melis R. Regulation of potato tuber dormancy // Australian Journal of Crop Science. 2014. № 5. С. 754–759.