

УДК 621.81

DOI 10.17513/snt.39906

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЕЙСТВИЯ НАГРУЗОК НА ДИСКОВЫЕ ТОРМОЗА ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

<sup>1,2</sup>Исаев Ю.М., <sup>1,2</sup>Семашкин Н.М., <sup>2</sup>Злобин В.А., <sup>1</sup>Аюгин Н.П., <sup>2</sup>Кошкина А.О.

<sup>1</sup>Ульяновский государственный аграрный университет имени П.А. Столыпина, Ульяновск,  
e-mail: emotion.snm@mail.ru;

<sup>2</sup>Ульяновский государственный технический университет, Ульяновск

В статье рассматриваются процессы торможения летательных аппаратов, характеризующиеся высокими термическими нагрузками на фрикционные элементы. Такие данные учитываются при выборе материалов и конструктивных решений при проектировании деталей пар трения, для определения необходимого количества тормозных устройств, установленных на шасси самолета, а также прочностных характеристик тормозных колодок и для обеспечения параметрической взаимосвязи между тепловыми характеристиками деталей пары трения. В статье проведено теоретическое исследование теплового взаимодействия дисков при торможении самолета, в частности рассмотрены вопросы, связанные с тепловой нагрузкой деталей дискового тормоза, а также представлен расчет повышения температуры на фрикционной поверхности диска при экстренном торможении. Представлены графики зависимости результатов расчета повышения температуры на поверхности трения диска при экстренном торможении и изменения повышения температуры тормозного диска от времени и толщины диска при постоянном тепловом потоке. В результате оказалось, что с увеличением толщины диска и коэффициента теплопроводности материала тепловая нагрузка на тормозную систему снижается, а полученные результаты позволяют констатировать, что максимальная температура диска при экстренном торможении достигает 961°C за 50 с, а к концу торможения снижается до 927°C за 60 с.

**Ключевые слова:** теоретические исследования теплового взаимодействия тормозных дисков самолетов, тепловая нагрузка деталей, тепловой поток

## THEORETICAL STUDIES OF THE EFFECT OF LOADS ON AIRCRAFT DISC BRAKES

<sup>1,2</sup>Isaev Yu.M., <sup>1,2</sup>Semashkin N.M., <sup>2</sup>Zlobin V.A., <sup>1</sup>Ayugin N.P., <sup>2</sup>Koshkina A.O.

<sup>1</sup>Ulyanovsk State Agrarian University named after P.A. Stolypin, Ulyanovsk,  
e-mail: emotion.snm@mail.ru;

<sup>2</sup>Ulyanovsk State Technical University, Ulyanovsk

The article discusses the braking processes of aircraft, characterized by high thermal loads on the friction elements. Such data is taken into account when choosing materials and design solutions when designing parts of friction pairs, to determine the required number of braking devices installed on the aircraft landing gear, as well as the strength characteristics of the brake pads and to ensure parametric interconnection between the thermal characteristics of the friction pair parts. The article discusses a theoretical study of the thermal interaction of discs during aircraft braking, in particular, issues related to the thermal load of disc brake parts are considered, as well as the calculation of the temperature increase on the friction surface of the disc during emergency braking. The results are presented. Graphs of the results of calculating the temperature increase on the friction surface of the disc during emergency braking and the change in the temperature increase of the brake disc depending on time and disc thickness at a constant heat flow are presented. As a result, it turned out that with an increase in the thickness of the disk and the thermal conductivity coefficient of the material, the thermal load on the brake system decreases, and the results obtained allow us to state that the maximum temperature of the brake disk is during emergency braking. When braking, it reaches 961 degrees in 50 seconds, and by the end of braking it drops to 927 degrees in 60 seconds.

**Keywords:** theoretical studies of the thermal interaction of aircraft brake discs, thermal load of parts, heat flow

При движении летательного аппарата, в частности при его замедлении, тормозные элементы подвергаются высокому температурному воздействию, в связи с этим для получения высокого качества торможения дисковых механизмов необходимо выявить температурные значения элементов, участвующих в этом процессе. Такие результаты исследований используются для выбора материала и конструктивного исполнения при проектировании элементов трения, для последующего знания о коли-

честве необходимых замедляющих движущих устройств, которые впоследствии будут установлены в опоры летательных аппаратов. Получаемые результаты также способствуют получению взаимосвязи между параметрами, характеризующими энергетические данные тормозного узла, и температурными характеристиками трущихся элементов.

Для исследования возможности повышения физико-механических свойств материалов, используемых в изготовлении тор-

мозных элементов, за счет технологических мероприятий будем считать, что торможение прекращается, как правило, при постоянной прижимающей силе, однако коэффициент трения фрикционных материалов, используемых в современных тормозах, изменяется в зависимости от скорости. Из-за этого тепловой расчет очень сложен. Торможение прекращается, как правило, постоянной силой давления, однако коэффициент трения фрикционных материалов, используемых в современных тормозах, изменяется нелинейно в зависимости от скорости.

Математически процесс торможения записывается в виде уравнения Фурье [1-3]:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = a \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}, \quad (1)$$

где  $a$  – коэффициент теплопроводности материала, который определяется как  $a = \lambda / (c\rho)$ ;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $c, \rho$  – удельная теплоемкость и соответственно плотность материала для изготовления тормозных элементов;  $z$  – глубина в элементе перпендикулярно поверхности контакта трущихся тел.

Уравнение (1) показывает связь между изменением температуры со временем с ее распределением в пространстве, перпендикулярном поверхности контакта трущихся деталей.

#### Материал и методы исследования

Далее необходимо рассмотреть процесс торможения, взяв за пример нагрев фрикционных элементов и их полупространства тепловым потоком  $q$ , при этом сам тепловой поток математически выражается через выражение (1), имеющую граничные условия второго рода [4-6]:

$$\frac{\partial v(\infty, t)}{\partial z} = 0; \quad -\lambda \frac{\partial v}{\partial z} = q,$$

а также при начальном условии, что:

$$v(\infty, t) = v_0. \quad (2)$$

В случае неограниченной пластины. При одномерном нагреве постоянным тепловым потоком ( $q = \text{const}$ ) тепловой режим описывается краевой задачей (1).

В теоретическом случае безразмерного элемента торможения и при равномерном прогреве, а также при постоянном тепловом потоке, т.е.  $q = \text{const}$ , тепловой режим будет описан уравнением (1) с граничными условиями:

$$\begin{cases} w(0) = v_0 \\ w(h) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = v_0 \\ A\delta + B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = v_0 \\ A = -B/h = -v_0/h \end{cases}$$

$$-\lambda \frac{\partial v(0, t)}{\partial z} = q; \quad \frac{\partial v(h, t)}{\partial z} = 0,$$

и начальным условием:

$$v(z, 0) = v_0. \quad (3)$$

Рассмотрим решение данной задачи (1) с граничными условиями первого рода на диске: при  $z = 0$ ;  $v_x = v_0$ , где  $v_0$  – начальная температура – является известной.

Тогда для граничных условий при необходимой толщине материала возьмем:

$$z = h; \quad v_x = 0.$$

А в качестве начального условия:

$$t = 0; \quad v_x = 0, \quad (0 < z < h),$$

где  $v_0$  – начальная температура (известная).

Дифференциальное уравнение с начальными и граничными условиями представляет собой параболическое уравнение.

Таким образом, уравнение (1) с граничными и начальными условиями представляет собой математическую модель рассматриваемого нестационарного процесса. Для этого заменим функцию:

$$v(z, \tau) = u(z, \tau) + w(x), \quad (4)$$

где  $w''(z) = 0$  и  $w(z)$  которые должны удовлетворять граничным условиям

$$w(0) = v_0; \quad w(h) = 0, \quad (5)$$

при этом функция  $u(x, \tau)$  должна удовлетворять условию:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad (6)$$

которая имеет однородные граничные условия:

$$u(0, \tau) = 0; \quad u(h, \tau) = 0, \quad (7)$$

а также начальные условия, которое найдется из

$$v_x(z, 0) = u(z, 0) + w(z) = 0,$$

откуда  $u(z, 0) = -w(z)$ . (8)

Рассмотрим уравнение Лапласа в дифференциальном виде:

$$\partial^2 w / \partial z^2 = 0, \quad (9)$$

которое также соответствует граничным условиям (5).

При этом результат решения уравнения (3) запишем в виде  $w = Az + B$ ; с учетом граничных условий вычислим значения  $A$  и  $B$ .

Получим, что:

$$w(z) = \nu_0 \frac{z}{h} + \nu_0 = \nu_0 \left( 1 - \frac{z}{h} \right).$$

Найдем решение уравнения (6), которое имеет однородные граничные условия (7), а также начальные условия (8):

$$u(z, 0) = -w(x) = \nu_0 \left( 1 - \frac{z}{h} \right) \quad (10)$$

Для решения уравнения (6) необходимо получить произведения пары функций, причем одна является функцией зависимости от  $\tau$ , другая от  $x$ .

Такое решение называется методом разделения переменных:

$$u = u(z, \tau) = \phi(\tau) \cdot \psi(x) \quad (11)$$

После подстановки уравнения (11) в дифференциальное уравнение получим:

$$\frac{\phi'(\tau)}{\nu\phi(\tau)} = \frac{\psi''(x)}{\psi(x)} \quad (12)$$

Такое может быть, если оба отношения равны постоянному числу  $\lambda$ :

$$\frac{\phi'(\tau)}{\nu\phi(\tau)} = \frac{\psi''(x)}{\psi(x)} = -\lambda \quad (13)$$

В результате решения уравнений получим:

$$\phi'(\tau) + \lambda\nu\phi(\tau) = 0 \Rightarrow \phi(\tau) = C_k \exp(-a\lambda\tau);$$

$$\psi''(z) + \lambda\psi(z) = 0 \Rightarrow \psi(x) = C_1 \cos\sqrt{\lambda}z + C_2 \sin\sqrt{\lambda}z;$$

$$\psi(0) = C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \quad \psi(h) = C_1 \cos\sqrt{\lambda}h + C_2 \sin\sqrt{\lambda}h = 0;$$

$$C_2 \sin\sqrt{\lambda}h = 0 \Rightarrow \sqrt{\lambda} = k\pi/h \Rightarrow \psi(z) = C_2 \sin\frac{k\pi}{h}z.$$

Тогда:

$$u_k(x, \tau) = \phi(\tau) \cdot \psi(z) = \sin\frac{k\pi}{h}z \cdot C_k \exp\left(-\nu\left(\frac{k\pi}{h}\right)^2 \tau\right) \quad (14)$$

Сумму решений можно представить в виде ряда:

$$u(x, \tau) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(z, \tau) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin\frac{k\pi}{h}z \cdot \exp\left(-\nu\left(\frac{k\pi}{h}\right)^2 \tau\right) \quad (15)$$

Уравнение (15) по условию должно удовлетворять начальному (3):

$$u(z, 0) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin\frac{k\pi}{h}z = \nu_0 \left( 1 - \frac{z}{h} \right) \quad (16)$$

$$b_k = \frac{2}{h} \int_0^h \left( \nu_0 \left( 1 - \frac{z}{h} \right) \right) \sin\frac{k\pi z}{h} dz \quad (17)$$

Для нахождения коэффициентов  $b_k$ , интегрируя по частям, находим:

$$u_1 = \nu_0 \left( 1 - \frac{z}{h} \right) \quad du_1 = \nu_0 / h; \quad dv_1 = \sin\frac{k\pi}{h} dz \quad v_1 = -\frac{h}{k\pi} \cos\frac{k\pi}{h} z;$$

$$b_k = \frac{2}{h} \left( -\nu_0 \left( 1 - \frac{z}{h} \right) \frac{h}{k\pi} \cos\frac{k\pi}{h} z \Big|_0^h + \frac{\nu_0}{k\pi} \int_0^h \cos\frac{k\pi z}{h} dz \right);$$

$$b_k = \frac{2\nu_0}{k\pi} - \frac{2\nu_0}{(k\pi)^2} \sin\frac{k\pi}{h} z \Big|_0^h = \frac{2\nu_0}{k\pi}. \quad (18)$$

Подставляя значение  $b_k$  в (14), получим:

$$u(x, \tau) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2v_0}{k\pi} \cdot \sin \frac{k\pi}{h} z \cdot \exp \left( -v \left( \frac{k\pi}{h} \right)^2 \tau \right) \quad (19)$$

Окончательно решение уравнения (1) будет иметь вид:

$$v_x(z, t) = v_0 \left( 1 - \frac{z}{h} - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \cdot e^{-\frac{vk^2\pi^2}{h^2}t} \sin \frac{k\pi}{h} z \right) \quad (20)$$

Ограничимся двумя членами этого ряда, тогда получим:

$$v_x(z, t) = v_0 \left[ 1 - \frac{z}{h} - \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi}{h} z \cdot e^{-\frac{v\pi^2}{h^2}t} \left( 1 + e^{-\frac{3v\pi^2}{h^2}t} \cdot \cos \frac{\pi}{h} z \right) \right] \quad (21)$$

Для анализа полученных зависимостей найдем отношение температур  $\varepsilon(z, t) = v_x(z, t) / v_0$  по толщине диска в различные моменты времени:

$$\varepsilon = \frac{v_x(z, t)}{v_0} = \left[ 1 - \frac{z}{h} - \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi}{h} z \cdot e^{-\frac{v\pi^2}{h^2}t} \left( 1 + e^{-\frac{3v\pi^2}{h^2}t} \cdot \cos \frac{\pi}{h} z \right) \right] \quad (22)$$

### Результаты исследования и их обсуждение

Из формулы (22) и рисунка 1 видно, что при значениях времени  $t$  в до 10 секунд режим изменения температуры является установившимся, а изменение температуры по оси  $z$  примет вид:

$$v_x(z, t) = v_0 \left( 1 - \frac{z}{h} \right) \quad (23)$$

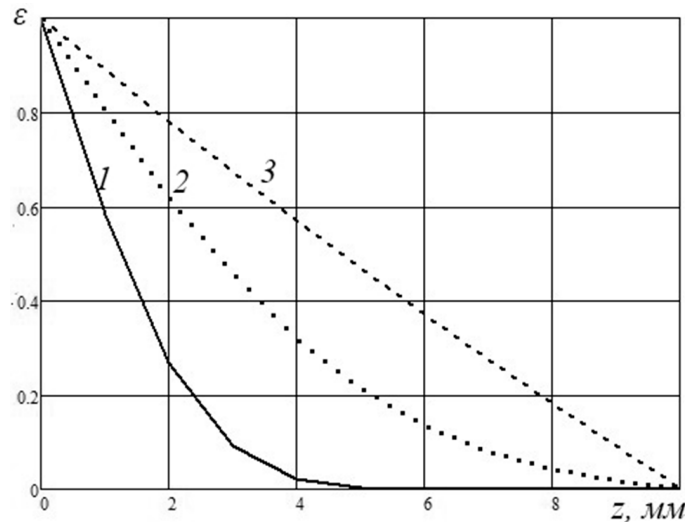


Рисунок 1 – Зависимость относительной температуры  $\varepsilon = v_x / v_0$  от координаты  $z$  по температурному нагреву слоя диска в различные моменты времени:  
 1 –  $t = 1$  с; 2 –  $t = 3$  с; 3 –  $t = 10$  с.

### Результаты исследований теоретического расчета изменения температуры на поверхности трения тормозного диска

Для описания процесса торможения на примере фрикционного элемента рассмотрим нагревание постоянным тепловым потоком  $q$ , который описывается краевой задачей (1) с граничными условиями второго рода [7, 8]:

$$-\lambda \frac{\partial v}{\partial z} = q; \quad \frac{\partial v(\infty, t)}{\partial z} = 0,$$

и начальным условием:  $v(\infty, t) = v_0$ .

Решение данной задачи описывается следующими зависимостями:

$$v(\eta, Fo) - v_0 = \frac{(1-\alpha) q_0 Kh}{\lambda} \theta'(\eta, Fo) - \frac{(1-\alpha) q_0 Kh^3}{\lambda a t_1} \theta''(\eta, Fo), \quad (24)$$

$$\text{где } \alpha = \frac{K \cdot \sqrt{\lambda_1 c_1 \rho_1}}{K \cdot \sqrt{\lambda_1 c_1 \rho_1} + \sqrt{\lambda_2 c_2 \rho_2}}$$

$$\theta'(\eta, Fo) = Fo - \eta + \frac{\eta}{2} + \frac{1}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} A'_n \cos(\mu_n(1-\eta)) \cdot \exp(-\mu_n^2 \cdot Fo) \quad (25)$$

$$\theta''(\eta, Fo) = \frac{Fo^2}{2} + \frac{Fo}{3} + \frac{Fo \cdot \eta^2}{2} - Fo \cdot \eta - \eta + \frac{\eta}{2} + \frac{\eta^4}{24} - \frac{\eta^3}{6} - \frac{\eta^2}{6} - \frac{1}{45} - \sum_{n=1}^{\infty} A'_n \cos(\mu_n(1-\eta)) \cdot \exp(-\mu_n^2 \cdot Fo), \quad (26)$$

где  $Fo = at_1 / h^2$ ,  $\mu_n = n \cdot \pi$ ,  $A'_n = (-1)^{n+1} 2 / \mu_n^2$ ,  $A''_n = (-1)^{n+1} 2 / \mu_n^4$ ,  $a = \lambda / (c \cdot \rho)$ ,  $K = A_1 / A_2$ .

Также на основе поставленной задачи был проведен тепловой расчет тормозного диска на примере пары трения «тормозной диск и тормозная колодка».

Расчеты проводились для диска, так как его материал имеет гораздо большую теплопроводность, чем материал колодок, и, соответственно, подвергается большим термическим нагрузкам. Тормозной диск изготовлен из стали. Толщина диска 40 мм. Внешний диаметр диска составляет 640 мм.

Тормозная колодка изготавливается из металлокерамического материала. Площадь ее 364 см<sup>2</sup>. Толщина материала составляет 22 мм, при этом минимальная толщина материала для эксплуатации составляет

5 мм. Коэффициент трения этой пары трения равен 0,3.

Во время экстренного торможения сила нажатия колодки на диск остается постоянной. Примем, что скорость трения  $V(t)$  и интенсивность тепловыделения при трении  $q(t)$  изменяются линейно в зависимости от времени торможения  $t$  [9, 10]:

$$\begin{cases} V(t) = V_0 \cdot (1-t/t_1); \\ q(t) = q_0 \cdot (1-t/t_1), \end{cases} \quad (27)$$

где  $V_0$  – скорость трения в начале торможения;  $t_1$  – время торможения.

На поверхности трения  $\eta = 0$  среднее приращение температур диска определяется как [11, 12]:

$$v(0, Fo) - v_0 = \frac{(1-\alpha) q_0 Kh}{\lambda} \theta'(0, Fo) - \frac{(1-\alpha) q_0 Kh^3}{\lambda a t_1} \theta''(0, Fo); \quad (28)$$

$$\theta'(0, Fo) = Fo + \frac{1}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} A'_n \cos(\mu_n(1-\eta)) \cdot \exp(-\mu_n^2 \cdot Fo); \quad (29)$$

$$\theta''(0, Fo) = \frac{Fo^2}{2} + \frac{Fo}{3} - \frac{1}{45} - \sum_{n=1}^{\infty} A'_n \cos(\mu_n(1-\eta)) \cdot \exp(-\mu_n^2 \cdot Fo), \quad (30)$$

где  $\alpha = 0,092$  – коэффициент распределения теплового потока на колодку из тормозного механизма;  $1 - \alpha = 0,908$  – коэффициент распределения теплового потока в тормозной диск;  $q(t) = 11565$  (кВт/м<sup>2</sup>) – интенсивность тепловыделения на пятой секунде торможения;  $h_2 = 0,02$  м – толщина тормозного диска;

$K = 0,0364 / 0,1685 = 0,216$  – коэффициент взаимного перекрытия колодки и диска;  $\lambda_2 = 43$  Вт/(м·град) – теплопроводность диска.

Исследования теоретического расчета температур на поверхности трения диска при экстренном торможении приведены на рисунках 2 и 3.

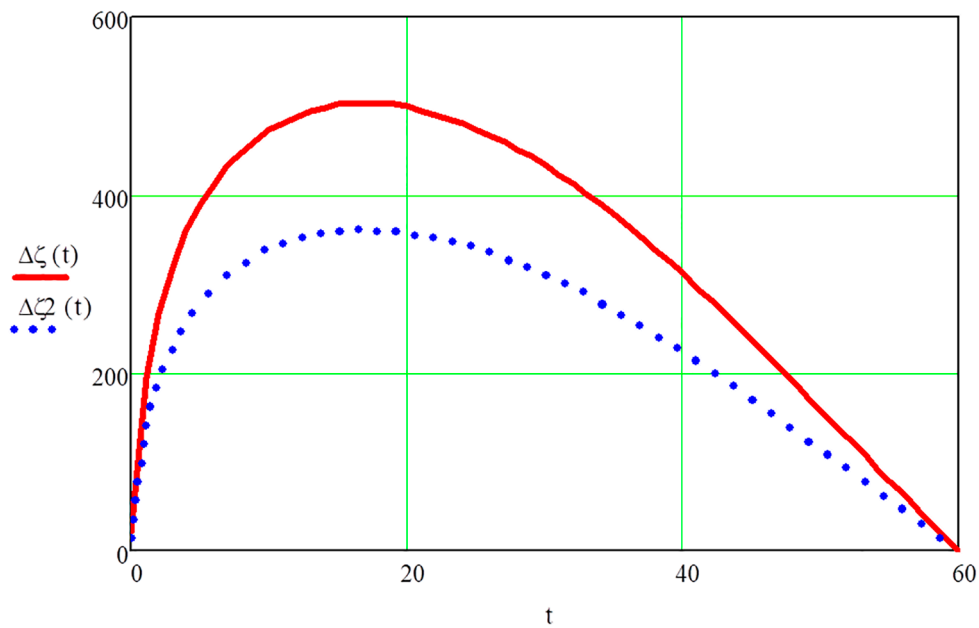


Рис. 2. Изменение приращений температур тормозного диска в зависимости от времени и коэффициента теплопроводности при переменном тепловом потоке:  $\lambda_2 = 43 \text{ Вт/(м·град)}$  – сплошная линия;  $\lambda_2 = 60 \text{ Вт/(м·град)}$  – пунктирная линия

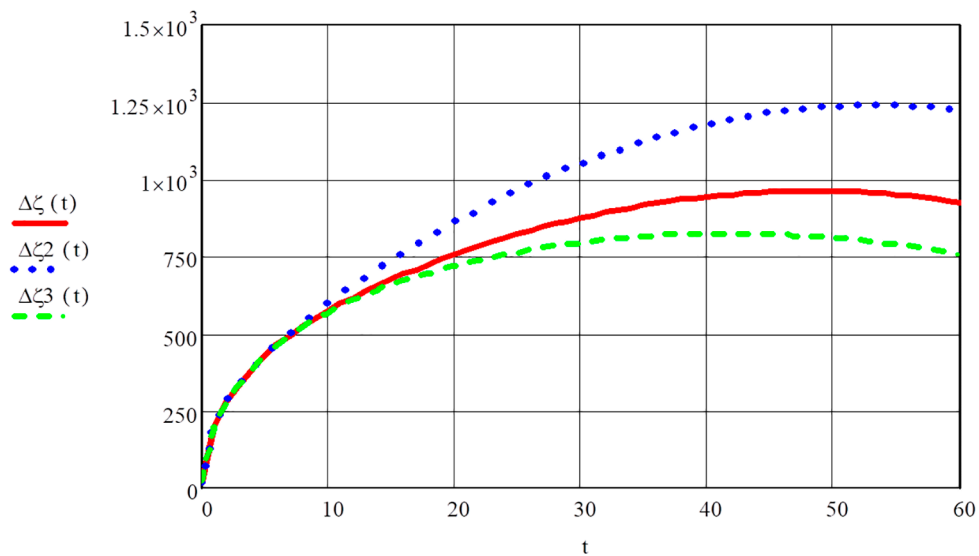


Рис. 3. Изменение приращений температур тормозного диска в зависимости от времени и толщины диска при постоянном тепловом потоке:  $h_2 = 20 \text{ мм}$  – сплошная линия;  $h_2 = 25 \text{ мм}$  – пунктирная линия;  $h_2 = 15 \text{ мм}$  – штрих-пунктирная линия

### Заключение

Из графиков на рисунках 2 и 3 видно, что при увеличении толщины диска и коэффициента теплопроводности материала тепловая нагрузка на тормозную систему уменьшается.

Полученные результаты позволяют констатировать, что максимальная температура тормозного диска при  $h_2 = 20 \text{ мм}$  дости-

гает  $961^\circ\text{C}$  за 50 с при экстренном торможении, а к концу торможения снижается до  $927^\circ\text{C}$  за 60 с. При этом в начальный момент торможения, на 5-й секунде температура вырастает до  $388^\circ\text{C}$ .

### Список литературы

1. Isaev Y.M., Semashkin N.M., Zlobin V.A. Motion patterns of a material particle on a helical surface // ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. 2020. Т. 15, № 5. С. 1-4.

2. Жильцов С.Н., Крючин Н.П., Артамонов Е.И., Сазонов Д.С. Результаты лабораторных исследований по совершенствованию режимов газотермического напыления // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. 2019. № 1 (75). С. 106-109.
3. Исаев Ю.М., Семашкин Н.М., Злобин В.А. Теоретическое описание перемещения частицы винтовой поверхностью по плоскости // Аграрная наука и образование на современном этапе развития: опыт, проблемы и пути их решения. 2015. С. 44.
4. Исаев Ю.М., Семашкин Н.М., Злобин В.А. Распределение скоростей перемещения сыпучих материалов в спирально-винтовых устройствах // Известия Санкт-Петербургского государственного аграрного университета. 2010. № 18. С. 258-263.
5. Морозов А.В., Кнуров А.А., Хабиева Л.Л. Исследование осевого усилия при объемном электромеханическом дорновании // Вестник Ульяновской государственной сельскохозяйственной академии. 2023. № 2 (62). С. 208-214.
6. Сабиев У.К., Сабиев И.У. Экспериментальное подтверждение эффективного снижения коэффициентов трения сыпучих кормов при вибрации // Перспективы технического сервиса для предприятий АПК: материалы Региональной научно-практической конференции, посвященной 95-летию ФГБОУ ВПО "Омский государственный аграрный университет им. П.А. Столыпина". Ответственный за выпуск Остроумов В.Л. Омск, 2013. С. 64-67.
7. Федоренко И.Я., Сабиев У.К. Особенности проявления эффективного снижения трения в лотковых вибрационных дозаторах // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. 2011. № 6 (80). С. 82-85.
8. Ashraf M.U., Naeem M., Javed A., Ilyas I. H2E: a privacy provisioning framework for collaborative filtering recommender system // International Journal of Modern Education and Computer Science. 2019. Т. 11, № 9. С. 1-13.
9. Крючин Н.П., Горбачев А.П. Исследование гасителя воздушного потока // Перспективные разработки и прорывные технологии в АПК: сборник материалов Национальной научно-практической конференции. 2020. С. 38-42.
10. Морозов А.В., Кнуров А.А., Хабиева Л.Л. Исследование осевого усилия при объемном электромеханическом дорновании // Вестник Ульяновской государственной сельскохозяйственной академии. 2023. № 2 (62). С. 208-214.
11. Морозов А.В., Кнуров А.А., Хабиева Л.Л. Влияние режимов объемного электромеханического дорнования на увеличение наружного диаметра посадочной поверхности // Вестник Ульяновской государственной сельскохозяйственной академии. 2023. № 1 (61). С. 197-202.
12. Салахутдинов И.Р., Глущенко А.А., Хохлов А.Л. Теоретическое обоснование снижения интенсивности кавитационного изнашивания стенок гильзы цилиндров нанесением антикавитационного покрытия // Вестник Ульяновской государственной сельскохозяйственной академии. 2022. № 2 (58). С. 18-24.