

УДК 519.248:65.011.46  
DOI 10.17513/snt.39761

## ПРИМЕНЕНИЕ КРИТЕРИЯ ПИРСОНА ДЛЯ ОЦЕНКИ СТАБИЛЬНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

<sup>1</sup>Харитонов Д.В., <sup>2</sup>Грошев А.В., <sup>1</sup>Рамазанова А.А., <sup>1</sup>Маслова Е.В.

<sup>1</sup>АО «Обнинское научно-производственное предприятие «Технология» имени А.Г. Ромашина», Обнинск, e-mail: haritonovdv@technologiya.ru;

<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева – КАИ», Казань, e-mail: groshevav@kai.ru

Статья рассматривает проблему анализа стабильности технологического процесса. Статистическое управление позволяет оперативно выявлять нарушения технологии, что сокращает время на решение возникшей проблемы на производстве. В производстве наукоемкой керамической продукции, когда дефекты приводят к полному разрушению качества, моделирование данных возможно при помощи биномиального распределения. В основу статистического анализа был положен метод математической статистики – критерий Пирсона. Критерий Пирсона позволяет сделать вывод о распределении выборки. Данный критерий был протестирован для оценки его надежности и чувствительности, что позволяет определить минимальный интервал выборки, требующийся для анализа. Результаты работы критерия Пирсона и атрибутивной величины – коэффициента запуска позволяют указать на положительные или негативные изменения технологического процесса. На производстве ОА «ОНПП «Технология» им. А.Г. Ромашина» при помощи производственного управленческого комплекса (ПО ПАУК) организован сбор статистических данных о результатах выполнения операций, технологических параметров и дефектов. Анализ данных, полученных за период с 2020 по 2022 г., показал преимущества использования критерия Пирсона на крупных предприятиях, степень его реагирования на изменения стабильности производства.

**Ключевые слова:** статистическое управление, критерий Пирсона, биномиальное распределение, стабильность производства, технологический процесс

## APPLICATION OF THE PEARSON CRITERION FOR PROCESS STABILITY

<sup>1</sup>Kharitonov D.V., <sup>2</sup>Groshev A.V., <sup>1</sup>Ramazanova A.A., <sup>1</sup>Maslova E.V.

<sup>1</sup>Obninsk Research and Production Enterprise «Technologiya» named after A.G. Romashin, Obninsk, e-mail: haritonovdv@technologiya.ru;

<sup>2</sup>Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev, Kazan, e-mail: groshevav@kai.ru

The article considers the problem of analyzing the stability of the technological process. Statistical process control (SPC) allows to quickly identify technology violations, which reduces the time to solve a problem in production. In the case of the production of science-intensive ceramic products when defect leads to destruction, data modeling is possible using the binomial distribution. At the basis of statistical analysis from mathematical statistics was chosen method – Pearson criterion. Pearson criterion allows to make a conclusion about the distribution of the sample. This criterion has been tested to assesses its reliability and sensitivity to determine the minimum sampling interval required for analysis. The result of the work of Pearson criterion and attribute value – the operation launch ratio allows to indicate positive and negative changes in technological process. At the production of ceramic products, JSC “ORPE “Technologiya” named after A.G. Romashin” with the help of the production automated management complex (PAUK), collection of statistical data on the results of operations, technological parameters and defects was organized. An analysis of the data obtained for the period from 2020 to 2022 showed the advantages of using the Pearson criterion in large enterprises and the degree of its response to changes in the stability of production.

**Keyword:** SPC, Pearson criterion, binomial distribution, production stability, technological process

Актуальность задачи оперативного контроля стабильности технологического процесса основывается на высоких издержках, возникающих при массовых отзывах продукции, которые исчисляются миллионами рублей.

Анализ стабильности технологического процесса можно реализовать при помощи программно-аппаратного комплекса, который включает в себя программное обеспечение класса MES, систему сбора данных,

алгоритмы и методы выявления сбоев внутри производства.

Применение цифровых технологий Индустрии 4.0 [1] «цифрового двойника» позволяет обеспечить необходимый уровень достоверности и актуальности данных внутри осуществляемой производственной деятельности. Пример реализации такого комплекса подробно описан в публикации [2] и реализован на предприятии ОНПП «Технология» им. А.Г. Ромашина.

Методика, описанная в [3], позволяет анализировать данные технического процесса, обрабатывать их, делать выводы о качестве производства, но обладает рядом недостатков внутри математического аппарата, выбранный метод статистического анализа не дает полного анализа.

Целью исследования является усовершенствование методики на основе статистических методов и критериев, по которой можно будет анализировать стабильность производства, делать вывод о состоянии технологического процесса и устранить недостатки ранее описанной работы.

Оценка качества производства с помощью статистических методов начинается с формирования выборки данных. В случае технологического процесса модель составляет через бинарные величины, т.е. предполагается, что результаты контроля фиксированного количества изделий можно рассматривать как совокупность независимых одинаково распределенных случайных величин, которые принимают значение 0, если изделие дефектно, и 1, если дефекты не были обнаружены и изделия являются годными.

Эффективная методика должна содержать вопрос о распределении полученной выборки.

Из Центральной предельной теоремы следует, что при увеличении объема выборки распределение случайной величины сближается с нормальным распределением. Увеличение объема выборки, с другой стороны, приводит к увеличению времени анализа и росту затрат на обнаружение нестабильности ТП, таким образом, допускать, что выборка распределена по нормальному закону, некорректно.

Для правильного выбора методики следует выбрать критерий, по которому можно опровергнуть или принять статистическую гипотезу о распределении.

Критерий Пирсона является наиболее часто используемым критерием проверки статистических гипотез в научных работах по причине его точности и достоверности результатов. Преимущества и сравнение критерия Пирсона с другими существующими критериями подробно рассмотрены в работе [4].

В этом исследовании предлагается методика анализа стабильности производства с помощью критерия Пирсона, выводы о распределении выборки брака на производстве и о возможности применения данного критерия как показателя ухудшения или улучшения технологического процесса.

Выборка строилась на данных 2020–2022 гг., взятых с крупного предприятия

керамической продукции, где дефекты у изделия приводят к полному разрушению. В предыдущих исследованиях была доказана возможность моделирования выборки внутри такого типа производства с помощью биномиального закона. Таким образом, следует проверить статистическим критерием именно эту гипотезу о моделировании выборки на производствах с разрушающим контролем и посмотреть реагирование критерия на изменение стабильности технологического процесса. Данное допущение о распределении выборки предполагается во многих научных работах последних лет.

Точность и достоверность результатов критерия Пирсона были проверены на случайно сгенерированных выборках. Результаты исследования и срабатывания методики по данным ОНПП «Технология» им. А.Г. Ромашина были подтверждены данными о технологическом процессе у технологов предприятия.

### Материалы и методы исследования

Статистический контроль технологического процесса – одно из важных условий как рентабельного управления качеством выпускаемой продукции, так и способа повышения стабильности и эффективности производства.

Изучению данного вопроса уделяется много времени и внимания, опубликовано множество научных исследований по данной тематике. Так, в работе [5] рассмотрены различные виды и инструменты статистического контроля, программное обеспечение, содержащие методы многомерного статистического анализа, статистических случайных процессов и временных рядов, а также методы статистического регулирования технологического процесса. Основными методами в исследовании систематического контроля качества были выделены: контрольная карта, контрольный лист, стратификация, гистограмма, анализ Паретто, причинно-следственная диаграмма Исикавы и диаграмма разброса.

Контрольные карты как статистический метод были подробно рассмотрены в исследовании В.И. Кузнецова [6]. Различают качественные и количественные контрольные карты в зависимости от типа показателя качества. Применение контрольных карт позволяет предугадать появление дефектных изделий и помогает предположить изменение технологического процесса. В анализе технологического процесса внутри производства широко используются статистические критерии.

Во многих исследованиях используют метод анализа данных – «правило трех

сигм» [7]. Правило трех сигм показывает, что вероятность того, что случайная величина (ошибка) отклонится от указанного диапазона, пренебрежимо мала, а значения, которые лежат вне полученного интервала, являются нарушением и отклонением технического процесса.

В исследовании, проведенном на базе предприятия ОНПП «Технология» им. А.Г. Ромашина, было рассмотрено и использовано правило трех сигм для значения атрибутивной величины – коэффициента запуска. Результаты, полученные таким способом, являются не совсем верными, так как использование правила трех сигм предполагает нормальное распределение величины, что в случае величины коэффициента запуска является неверным предположением. Коэффициент запуска по определению – это отношение числа изделий, запущенных в производство, к числу годных изделий.

В работе [8] были построены контрольные карты методом, схожим с правилом трех сигм. Отличие метода заключается в том, что вероятность отказов в сформулированной модели для качественных или количественных признаков, таких же, как коэффициент запуска, подчинена биномиальному закону.

Для выбора распределения следует рассмотреть понятие брака и дефектов в процессе производства. Изучение бракованных изделий, причин брака и видов дефекта важно в управлении производством, данная тема до сих пор является актуальной. В одном из последних исследований по данному вопросу при составлении математической модели данные о дефекте были представлены в виде бинарной величины, так как брак может быть либо выявлен, либо пропущен [9]. С двоичными данными расчет модели как Гауссовское (нормальное) распределение создаст неточные и ненадежные оценки параметров. Автором В.Ю. Чертищевым был предложен алгоритм для оценки вероятности обнаружения дефекта, где статистическая модель основана на биномиальном распределении, за счет того, что вероятность обнаружения дефекта можно принять за отношение совокупности дефектов, которые будут найдены при многократном осмотре.

В работе [10] при бинарных значениях данных в условиях малых выборок поведение случайных величин определяют также биномиальным законом распределения. Такое допущение было выбрано потому, что применять разработанный алгоритм при большом количестве опытов, который позволит использовать методы описательной статистики, основанной на нормальном

распределении случайных величин, экономически невыгодно производствам.

Разница в моделировании бракованных изделий при разных законах распределения хорошо описана в исследовании [11], где моделирование потока случайных событий появления бракованных деталей выполнялось в MathCad, но с изначальным заданным нормальным распределением и вероятностью появления брака, а не на основе данных с производства. Анализировались выборки объемом от 1000 до 100000 с шагом 50. Данные, сгенерированные таким образом, проверялись критерием Пирсона, который показывал, к какому распределению относится выборка. Результатом исследования стало то, что при любом объеме выборки в диапазоне от 200 до 10000 случайно сгенерированная величина бракованных изделий распределена биномиально. Изучение брака и дефектов на производстве является до сих пор открытой темой для изучения, и нет определенного правила рассмотрения бракованных изделий в производстве.

В данной работе предлагается улучшенный алгоритм, который является продолжением описанных выше работ.

#### *Алгоритм статистического анализа*

Критерий Пирсона, или критерий  $\chi^2$  (Хи-квадрат), применяется для проверки гипотезы о соответствии эмпирического распределения предполагаемому теоретическому распределению при достаточном объеме выборки. Критерий применим для любых видов функций, даже при неизвестных параметрах, что имеет место при анализе результатов механических испытаний, в этом заключается его уникальность. Использование критерия  $\chi^2$  предусматривает разбиение размаха варьирования выборки на интервалы и определения числа наблюдений (частоты) для каждого из интервалов. Для удобства оценок параметров распределения интервалы выбирают одинаковой длины. Число интервалов зависит от объема выборки. Для проверки критерия вводится статистика:

$$\chi_{\text{набл}}^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}, \quad (*)$$

где  $n_i$  – частота события в интервале,  
 $n'_i$  – теоретическая частота события в интервале,

$\chi_{\text{набл}}^2$  – наблюдаемая величина критерия.

Рассчитанная наблюдаемая величина (\*) критерия сравнивается с критическим значением критерия Пирсона. Критическое значение ( $\chi_{\text{кр}}^2$ ) является табличной величиной

ной, зависящей от числа степеней свободы. Вывод по критерию Пирсона о принятии гипотезы делается по сравнению наблюдаемой величины критерия и критического значения. Гипотеза о распределении принимается и считается верной, если значение наблюдаемой величины меньше табличного критического значения ( $\chi_{\text{набл}}^2 < \chi_{\text{кр}}^2$ ), в противном случае гипотеза о распределении анализируемой выборки отвергается.

Для проверки результатов критерия Пирсона на точность и достоверность в программе RStudio были сгенерированы случайные выборки, распределенные по биномиальному закону с разными вероятностями (p): p = 0,5, p = 0,6, p = 0,7.

График (рис. 1) показывает значение наблюдаемой величины критерия ( $\chi_{\text{набл}}^2$ ). На рисунке изображены четыре графика: значение наблюдаемой величины критерия у случайно сгенерированной биномиальной выборки с вероятностью, равной 0,5 (зеленый), значение наблюдаемой величины критерия у случайно сгенерированной биномиальной выборки с вероятностью, равной 0,6 (синий), значение наблюдаемой величины критерия у случайно сгенерированной биномиальной выборки с вероятностью, равной 0,7 (фиолетовый), и значение критической величины критерия (красный).

Из графика видно, что нет ни одного срабатывания критерия Пирсона (т.е. значения выше критического – красная прямая на графике) ни для одной из моделируемых биномиальных случайно сгенерированных выборок, значит, нет причин отвергнуть гипотезу об их распределении по биномиальному закону.

Для оценки выбранного метода был проведен анализ чувствительности данного критерия. Модель для оценки чувствительности критерия Пирсона была составлена из двух случайно сгенерированных выборок одинакового объема, распределенных по биномиальному закону, но с разными вероятностями. Данные две выборки были склеены последовательно в одну, и получившаяся выборка была протестирована в программе RStudio по критерию Пирсона, значения были усреднены на 100 реализаций программы и построен график срабатываний значений. Для анализа чувствительности были протестированы разные выборки одинакового объема, с разным шагом от 10 до 1000 и разными начальными вероятностями двух выборок, которые подлежали склеиванию.

Результатом программы были значения по критерию Пирсона и момент срабатывания для разных выбранных интервалов и разности вероятностей двух начальных выборок.

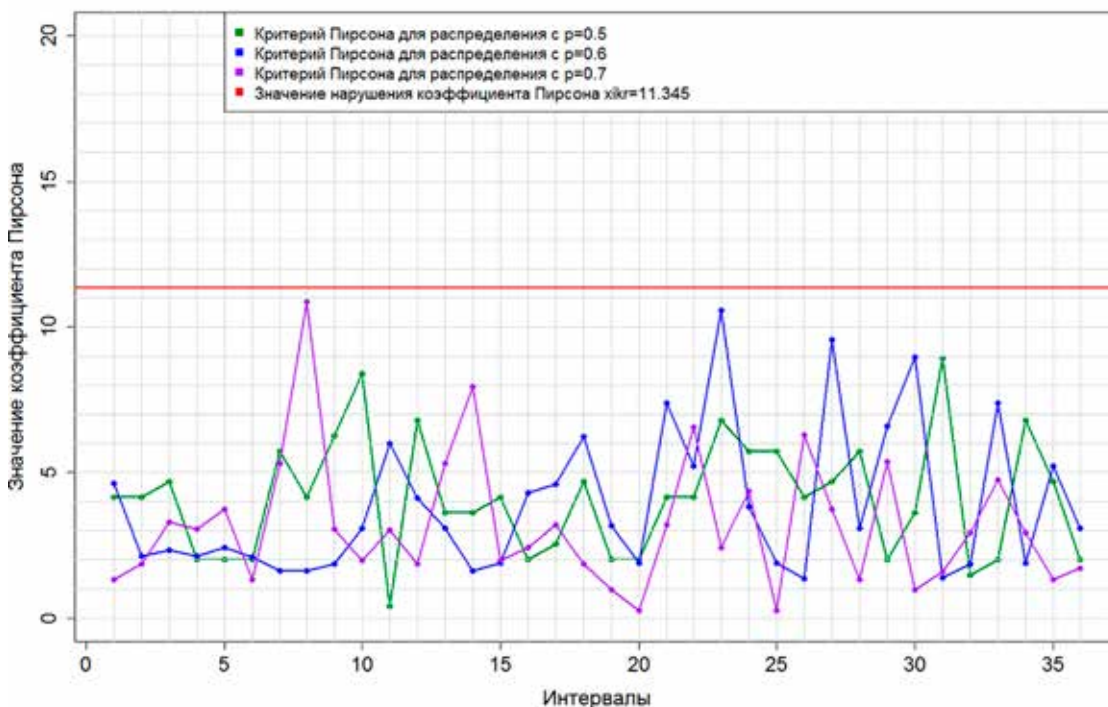


Рис. 1. График значений величины критерия для случайно сгенерированных биномиальных распределений с разными вероятностями

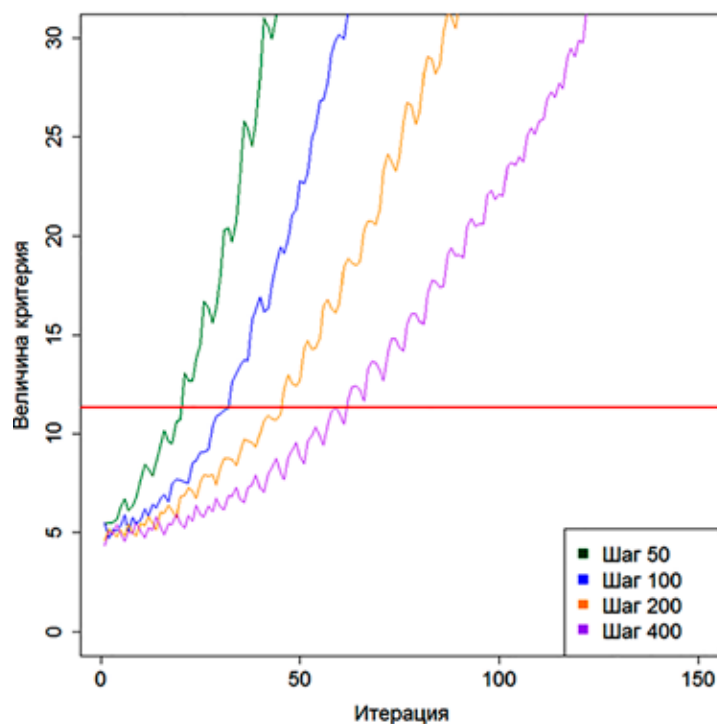


Рис. 2. График значений величины критерия для случайно сгенерированных биномиальных распределений с разным шагом

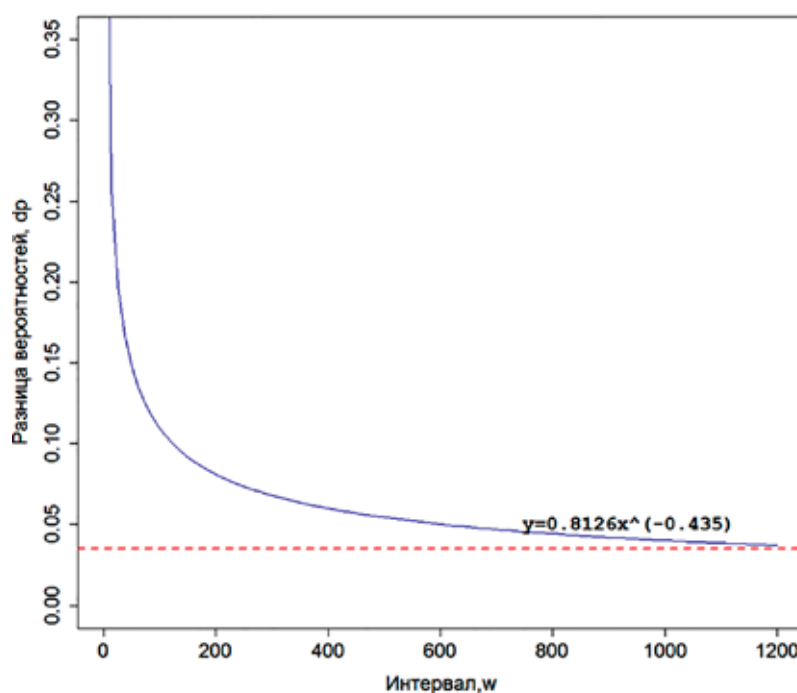


Рис. 3. График чувствительности критерия Пирсона

График (рис. 2) – пример работы программы при склейке двух случайных выборок объемом 500 и вероятностями, равными 0,5 и 0,7. На данном графике видно, что при определен-

ной итерации критерий Пирсона срабатывает, и гипотеза о том, что выборка является биномиальным распределением, с начальной вероятностью 0,5 отвергается.

После множества тестирований и экспериментов с изменением начальных входных данных была выведена зависимость между разницей вероятностей выборок и интервалом анализа, минимально нужным для применения метода. Тренд данной зависимости показал, что она является степенной функцией с мерой совпадения 98,6%. Это позволяет сделать вывод о том, что использование окна размером более 1200 изделий нецелесообразно, потому что критерий Пирсона не срабатывает при разнице вероятностей, которая равна или меньше 0,04.

Полученная зависимость разницы вероятностей и минимального интервала (рис. 3) для правильного реагирования метода без ложных срабатываний и есть чувствительность критерия Пирсона.

### Результаты исследования и их обсуждение

Данный метод был применен на данных с предприятия ОНПП «Технология» им. А.Г. Ромашина. Были проанализированы данные 2020–2022 гг., взятые с базы данных ПО ПАУК, созданного в виде «цифрового двойника» предприятия. Сбор данных для анализа был организован в виде запроса в программе и выгружен для создания дальнейшей выборки. Анализ стабильности производства проводился по месяцам с помощью критерия Пирсона. Выводы

относительно стабильности гипотезы делались от результатов критерия Пирсона. Срабатывание критерия, когда значение наблюдаемого критерия Хи-квадрат выше табличного критического значения, означает, что выборка не является биномиальным распределением с начальной вероятностью, и произошли некие изменения в процессе производства. При отсутствии срабатывания критерия значения ниже критического соответствуют тому, что производство стабильно.

Анализ стабильности включает в себя не только выводы по критерию Пирсона, но и вспомогательные величины. Величина, также характеризующая технологический процесс, коэффициент запуска. Коэффициент запуска – величина, показывающая отношение всех изделий, запущенных в производство, к числу годных изделий. Задача предприятия состоит в том, чтобы принимать меры по уменьшению коэффициента запуска для улучшения производства и своевременно обнаруживать повышение коэффициента запуска для устранения проблемы, возникшей внутри технологического процесса. На рис. 4 отображен график метода анализа стабильности, где сами точки (рис. 4 – черный цвет) графика – это значения наблюдаемой величины критерия Пирсона, а над ними посчитан коэффициент запуска.

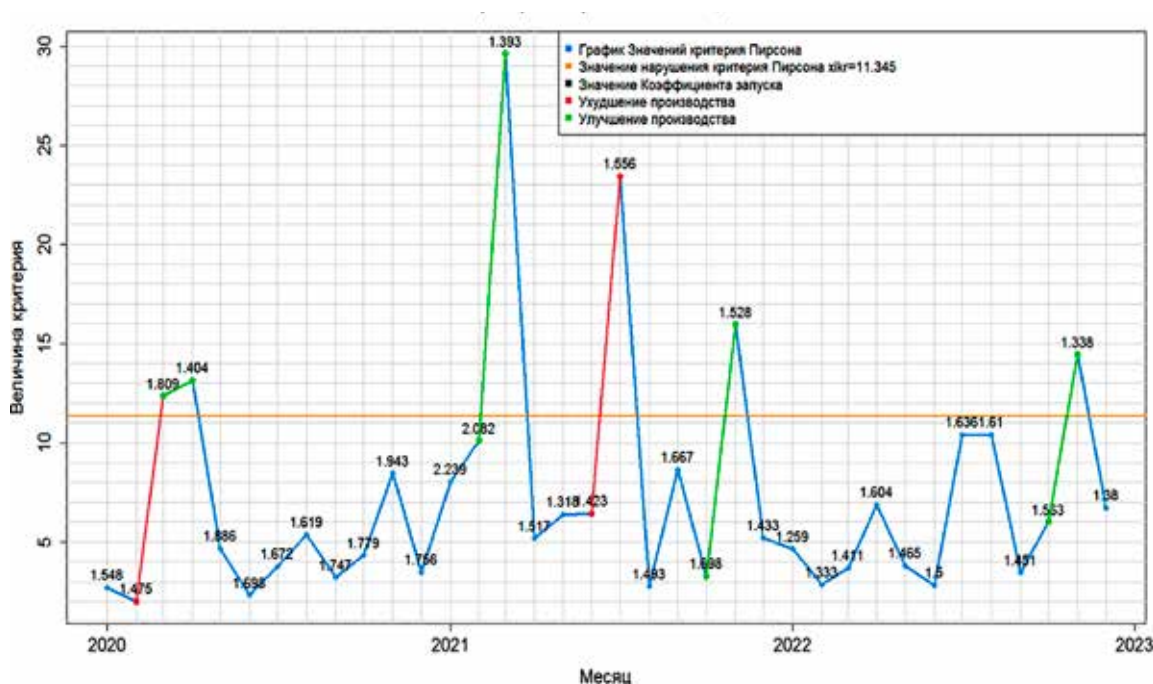


Рис. 4. График метода анализа стабильности по критерию Пирсона за 2020–2022 гг. по данным предприятия

Выводы об изменениях технологического процесса можно делать на основе совокупности двух расчетов. Отсутствие срабатываний критерия Пирсона – производство стабильно. Срабатывание критерия Пирсона говорит о том, что в технологическом процессе произошли изменения, с учетом значения коэффициента запуска, уменьшение которого обозначает улучшение в производстве (рис. 4 – красный цвет отрезков), а увеличение означает ухудшение (рис. 4 – зеленый цвет отрезков). Полученные данные были проверены технологами предприятия, выводы методики совпали с историческими событиями на производстве.

### Заключение

Внедрение элементов статистического анализа имеет большое значение для крупных предприятий. Методика позволяет оперативно выявить изменения в процессе производства, быстро среагировать на проблему, что приводит к уменьшению времени на поиск и реализацию решения проблемы. На основании предыдущих исследований модель распределения бракованных изделий определяется распределенной по биномиальному закону. Методика была улучшена добавлением в нее критерия Пирсона, который позволяет сделать выводы о распределении выборки. Критерий Пирсона был проверен на точность и надежность на случайных моделях, также получена зависимость критерия, которая позволяет с нужной чувствительностью к разнице вероятностей подобрать минимальный интервал для исследования выборки. Отсутствие срабатывания критерия говорит о том, что производство стабильно. Расчет коэффициента запуска в совокупности с критерием Пирсона помогает увидеть, в какую сторону направлены изменения технологического процесса. Увеличение коэффициента запуска отражает негативные изменения, уменьшение – положительные.

Методика была опробована на данных крупного предприятия керамической продукции. Результаты методики подтверждены данными технологов предприятия, улучшения отражают время введения новых операций или замену материала на производство, ухудшения отражают отклонения внутри технологического процесса.

Результаты исследования и алгоритм статистического анализа могут быть ис-

пользованы для внедрения в системы автоматизированного управления наукоемкими производствами. В дальнейшем методика может быть усовершенствована добавлением еще одного статистического критерия для анализа или более полным анализом минимального интервала выборки для необходимой чувствительности вероятности.

### Список литературы

1. Тарасов И.В. Индустрия 4.0: понятие, концепции, тенденции развития // Стратегии бизнеса. 2018. № 6. С. 57–63.
2. Маслова Е.В., Харитонов Д.В., Анашкина А.А., Грошев А.В. Разработка инструментов анализа производственных данных в программно-аппаратном управленческом комплексе, интегрированном в производство керамических изделий // Наука, инновации и технологии: от идеи к внедрению. Статья в сборнике трудов конференции (Комсомольск-на-Амуре, 07–11 февраля 2022 г.). 2022. С. 124–127.
3. Харитонов Д.В., Грошев А.В., Анашкина А.А., Маслова Е.В. Статистическое управление процессом повышения производительности производства наукоемких керамических изделий // Современные наукоемкие технологии. 2022. № 8. С. 97–102.
4. Иванов А.И., Малыгина Е.А., Серикова Ю.И., Вятчинин С.Е., Куприянов Е.Н. Обоснование и выбор статистических критериев для корректной оценки данных малых выборок биометрических образов // Труды международного симпозиума «Надежность и качество». 2018. С. 176–179.
5. Гузанов Б.Н., Кривоногова А.С. Статистические методы анализа и управления качеством машиностроительной продукции // Техническое регулирование в едином экономическом пространстве. Статья в сборнике трудов конференции (Екатеринбург, 20 мая 2020 г.). 2020. С. 69–79.
6. Кузнецов В.И. Статистический взгляд на управление качеством // Статистика и математические методы в экономике. 2015. № 1. С. 158–162.
7. Тарасенко И.Д., Дударев В.А. Использование статистических критериев для оценки качества данных (на примере данных по свойствам неорганических веществ) // Тонкие химические технологии. 2017. Т. 12, № 3. С. 101–105.
8. Кузьмин А.Б., Гевак Н.В. Алгоритм оценки качества функционирования авиационных технических объектов в процессе их производства // Научный вестник МГТУ ГА. 2010. № 162. С. 93–100.
9. Чертищев В.Ю. Оценка вероятности обнаружения дефектов акустическими методами в зависимости от их размера в конструкциях из ПКМ для выходных данных контроля в виде бинарных величин // Авиационные материалы и технологии. 2018. № 3 (52). С. 65–79.
10. Коновальцев Э.В., Линник А.П. Обоснование минимального объема выборки при малых количествах наблюдений для оценки характеристик авиационных средств поражения, оснащенных радиолокационными головками самонаведения // Воздушно-космические силы. Теория и практика. 2022. № 23. С. 43–49.
11. Школина Д.И., Бехер С.А. Восстановление потоков случайных событий результатов неразрушающего контроля методами математического моделирования // Вестник Сибирского государственного университета путей сообщения. 2021. № 4 (59). С. 46–54.