УДК 004:62-529
DOI 10.17513/snt.39758

ПЛАНИРОВАНИЕ РАБОТЫ КОЛЛЕКТИВА РОБОТОВ-ЛАБОРАНТОВ

Калинин В.Ф., Погонин В.А.

ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет», Тамбов, e-mail: vfkalinin@rambler.ru, pogvas@inbox.ru

Создание различного вида систем роботов-лаборантов, включение их в качестве подсистем в автоматизированных системах управления химико-технологическими процессами являются жизненно необходимыми, так как только решение этих проблем позволяет автоматизировать химические производства, создать гибкие производственные системы, освободить человека от опасных и вредных работ, удалить его из сферы производства. Рассмотрены теоретические вопросы планирования работы коллектива роботов-лаборантов в условиях неопределенности. Приводятся постановки ряда задач нахождения планов распределения работ, выполняемых роботами-лаборантами, при которых гарантируется выполнение технологических ограничений с вероятностью не ниже заданной. Рассмотрены задачи гарантийного линейного программирования с суммируемой случайной величиной, с мультипликативным вхождением случайной величины. Для каждой задачи найдена эквивалентная детерминированная задача, решение которой тождественно решению соответствующей задачи гарантийного управления. В работе использованы методы: математическое моделирование, современная теория управления, математическая статистика, искусственный интеллект. Для каждой задачи гарантийного линейного программирования сформулирована сопутствующая детерминированная задача, целевая функция которой для оптимального решения равна оптимальному значению целевой функции гарантийной задачи. Сформулирован и доказан ряд теорем, с использованием которых доказывается для каждой задачи гарантийного управления тождественность их решений с решением соответствующих эквивалентных задач и равенства оптимальных значений целевой функции оптимальным значениям целевых функций сопутствующих задач.

Ключевые слова: робот-лаборант, оптимальное управление, вероятность

PLANNING THE WORK OF A GROUP OF ROBOTIC-LABORATORY ASSISTANT

Kalinin V.F., Pogonin V.A.

Tambov State Technical University, Tambov, e-mail: vfkalinin@rambler.ru, pogvas@inbox.ru

creation of various types of systems of robotic laboratory assistants, their inclusion as subsystems in automated control systems for chemical and technological processes are vital, since only the solution of these problems allows you to automate chemical production, create flexible production systems, free a person from dangerous and harmful work, remove him from the sphere of production. The theoretical issues of planning the work of a team of robotic laboratory assistants under conditions of uncertainty are considered. A number of tasks are formulated to find plans for the distribution of work performed by robotic laboratory assistants, in which the fulfillment of technological restrictions is guaranteed with a probability not lower than the specified one. The problems of guarantee linear programming with a summable random variable, with a multiplicative occurrence of a random variable, are considered. For each problem, an equivalent deterministic problem is found, the solution of which is identical to the solution of the corresponding problem of guarantee management. Methods: mathematical modeling, modern control theory, mathematical statistics, artificial intelligence. For each problem of guarantee linear programming, an accompanying deterministic problem is formulated, the objective function of which for the optimal solution is equal to the optimal value of the objective function of the guarantee problem. A number of theorems have been formulated and proved, with the use of which the identity of their solutions with the solution of the corresponding equivalent problems and the equality of the optimal values of the objective function to the optimal values of the objective functions of the accompanying problems are proved for each problem of guarantee control.

Keywords: robotic laboratory assistant, optimal control, probability

Продукция, сырье химических производств могут быть пылящими, ядовитыми, токсичными, обладать мутагенными и канцерогенными свойствами. Этими свойствами продукции и сырья обусловлено обилие участков с вредными или особо опасными условиями труда [1].

Отметим, что наличие в производственной среде мутагенных и канцерогенных соединений указывает на необходимость систематического мониторинга загрязнений, гигиенической оценки рабочих мест. Это определяет необходимость использования в химических производствах коллектива роботов-лаборантов производящих определенные виды работ на разных аппаратах в различное время.

Невозможность ошибок в работе коллектива роботов-лаборантов, тяжелейшие последствия таких ошибок требуют разработки принципиально новых алгоритмов управления роботами-лаборантами, учитывающих возможность случайных помех и гарантирующих выполнение технологических и технических требований с вероятностью не ниже заданной [2].

При управлении коллективом роботов-лаборантов (РЛ) в робототехнических автоматизированных системах управления (РоАСУ) должно приниматься решение о распределении работ среди РЛ, о времени, выделяемом конкретным РЛ на обслуживание тех или иных технологических объектов. При этом эффект от распределения РЛ обычно пропорционален времени, выделяемому роботам на выполнение той или иной работы. Так, частота взятия на лабораторный анализ проб в АСУТП позволяет чаще корректировать программу управления, увеличивая при этом экономический эффект. Частота отбора проб в определенном месте, например, химико-технологического процесса повышает их аварийную и экологическую безопасность. При этом увеличение эффективности технологических процессов в зависимости от частоты взятия проб различно для различных процессов. Учитывая ограниченность ресурсов времени работы РЛ, встает задача оптимизации времени загрузки РЛ. Эта задача в ограниченном диапазоне вариации времени загрузки РЛ может трактоваться как задача линейного программирования [2–4].

При допустимости существенной вариации времени загрузки РЛ скорость прироста экономического эффекта при увеличении частоты проб уменьшается. Действительно, при достаточно большой частоте отбора проб дальнейшее увеличение этой частоты сказывается незначительно. Таким образом, при больших областях вариации времени загрузки РЛ имеет место нелинейная зависимость целевой функции (эффективность технологического процесса) от увеличения частоты отбора проб. В этом случае, очевидно, задачи оптимизации времени загрузки РЛ относятся к классу нелинейных задач оптимизации.

Наличие возмущающих воздействий и случайного характера протекания технологического процесса (например, неидеальности смешения реакционных смесей, наличия застойных зон) делают качественные характеристики технологического процесса случайными. При этом нельзя считать детерминированной и постановку задачи управления коллективами РЛ. При этом целевая функция и технологические ограничения являются, очевидно, случайными величинами. Однако в РоАСУ все технологические ограничения должны быть выполнены с вероятностью не ниже заданной. Таким образом, необходимо рассматривать при управлении коллективом РЛ следующую задачу, которую будем в дальнейшем называть задачей надежного оптимального управления [5].

Необходимо определить вектор $u^* \in U$, при котором принимает минимальное значение $\bar{Q}^*$ математическое ожидание целевой функции:

$$\bar{Q}^* = \min_{u \in U} M[Q(u)]. \qquad (1)$$

и вероятность P выполнения технологических ограничений

$$P[H_i(u)] \geq \sigma_i, \; i = \overline{1,n} \qquad (2)$$

превосходит некоторое заданное значение σ_i, где M – математическое ожидание случайной целевой функции Q;

U – множество допустимых значений вектора управления u;

$H_i(u)$ – i-е технологическое ограничение;

n – число технологических ограничений;

σ_i – константа.

Цель исследования заключается в разработке теоретических положений планирования работы коллектива роботов-лаборантов в условиях неопределенности.

Материалы и методы исследования

Рассмотрим постановку и решение задачи надежного линейного программирования с суммарной случайной величиной.

Пусть линейная целевая функция имеет суммарную величину V:

$$Q(u) = Cu + V, \qquad (3)$$

где $C = (c_1, \ldots, c_n)$, $u = (u_1, \ldots, u_n)$.

Пусть технологические ограничения имеют аналогичную форму:

$$b_i u + V_i \geq a_i, \qquad (4)$$

где $b_i = (b_{i1}, \ldots, b_{1n})$.

Будем считать известными плотности распределения $\omega(V)$ и $\omega(V_i)$ случайных величин V и V_i.

В соответствии с (1) и (2) сформулируем следующую задачу надежного управления.

Необходимо найти вектор $u^* \in U$, при котором принимает минимальное значение математическое ожидание функции (3):

$$M[Q(u^*)] = \min_{u \in U} M[Cu + V] \qquad (5)$$

и вероятность выполнения условий (4) не ниже заданных:

$$P[b_i u + V_i \geq a_i] \geq \sigma_i, \qquad (6)$$

где σ_i – заданное значение вероятности выполнения i-го условия (4) и

$$u_i \geq 0. \qquad (7)$$

Задачу (5)–(6) будем называть задачей надежного линейного программирования с суммарной случайной величиной.

Учитывая линейность целевой функции (3) задача (5)–(7) может быть переформулирована в следующем виде.

Необходимо найти вектор $u^* \in U$, при котором принимает минимальное значение целевая функция:

$$\bar{Q}(u) = Cu + \bar{V}, \tag{8}$$

где $\bar{V}$ – математическое ожидание случайной величины V:

$$\bar{V} = \int_{-\infty}^{\infty} V\omega(V)dV, \tag{9}$$

и удовлетворении ограничений

$$\int_{E_i} \omega_i(V_i)dV_i \geq \sigma_i. \tag{10}$$

$$E_i = (V_i \mid b_i u + V_i \geq a_i). \tag{11}$$

Будем называть эквивалентной задачей следующую задачу линейного программирования.

Найти n-мерный вектор u, при котором принимает минимальное значение целевая функция:

$$q(u) = Cu + \bar{V} \tag{12}$$

И удовлетворяются ограничения

$$b_i u \geq \alpha_i \tag{13}$$

$$u \geq 0, \tag{14}$$

где

$$\alpha_i = a_i - t_i, \tag{15}$$

$$\int_{t_i}^{\infty} \omega_1(V_i)dV_i = \sigma_i \tag{16}$$

Теорема 1. Задача надежного линейного программирования с суммируемой случайной величиной (8)–(11) тождественная эквивалентной задаче линейного программирования (12)–(16).

Доказательство. Так как целевые функции задач (3)–(11) и (12)–(16) совпадают, для доказательства тождественности этих задач необходимо и достаточно доказать тождественность условия (10), где E_i определяется (11), условию (13), где α_i определяется (15)–(16).

Для доказательства введем параметр t_i, определяемый условием

$$\int_{t_i}^{\infty} \omega_1(V_i)dV_i = \sigma_i. \tag{17}$$

Выразим технологическое неравенство (4), участвующее в определении (11) E_i в виде

$$V_i \geq a_i - b_i u$$

При этом условие (10)–(11) может быть переписано в виде

$$\int_{a_i - b_i}^{\infty} \omega_i(V_i)dV_i \geq b_i. \tag{18}$$

Сравнение (17), (18) показывает, что условие (10), (11) выполняется, если

$$a_i - b_i u \leq t_i. \tag{19}$$

Действительно, в этом случае

$$b_i = \int_{t_i} \omega_i(V_i)dV_i \leq \int_{a_i - b_i}^{\infty} \omega_i(V_i)dV_i = \int_{E_i} \omega_i(V_i)dV_i.$$

Используя (19), имеем

$$b_i u = a_i - t_i \tag{20}$$

или $b_i u \geq \alpha_i$, где $\alpha_i = a_i - t_i$.

Теорема 1 доказана.

Таким образом, задача надежного линейного программирования с суммарной случайной величиной свелась к традиционной детерминированной задаче линейного программирования (12)–(14), где в технологических ограничениях вместо a_i используется α_i, определенное по (15). При этом величина t_i должна быть предварительно найдена из соотношения (16).

Далее рассмотрим задачу надежного линейного программирования с мультипликативным вхождением случайной величины.

Рассмотрим задачу оптимизации, в которой целевая функция имеет вид

$$Q(u) = VCu, \tag{21}$$

а технологические ограничения могут быть представлены в виде

$$V_i b_i u \geq a_i. \tag{22}$$

где вектора C, b, u, а случайные величины V, V_i определяются так же, как в предыдущей задаче.

В соответствии с (1)–(2) сформулируем задачу надежного управления.

Необходимо найти вектор $u^* \in U$, при котором принимает минимальное значение математическое ожидание функции (21):

$$M[Q(u^*)] = \min_{u \in U} M[VCu] \tag{23}$$

и вероятности выполнения условий (22) не ниже заданных значений σ_i:

$$P[V_i b_i u \geq a_i] \geq \sigma_i, \tag{24}$$

$$u_i \geq 0. \tag{25}$$

Учитывая линейность целевой функции (21), задача (23)–(25) может быть переформулирована в следующем виде.

Необходимо найти вектор $u^* \in U$, при котором принимает минимальное значение целевая функция:

$$\bar{Q}(u) = \bar{V}Cu \to \min, \qquad (26)$$

где $\bar{V}$ – математическое ожидание случайной величины V, определяемой (9), и удовлетворяются ограничения

$$\int_{E_i} \omega_i(V_i)dV_i \geq \sigma_i, \qquad (27)$$

где

$$E_i = (V_i \mid V_i b_i u \geq a_i). \qquad (28)$$

$$u_i \geq 0. \qquad (29)$$

Будем называть эквивалентной задачей следующую задачу линейного программирования.

Найти n-мерный вектор u, при котором принимает минимальное значение целевая функция:

$$\bar{q}(u) = \bar{V}Cu \to \min \qquad (30)$$

и удовлетворяются ограничения

$$t_i^1 b_1 u \geq a_i, \qquad (31)$$

$$t_i^2 b_i u \geq a_i \qquad (32)$$

$$u \geq 0, \qquad (33)$$

где t_i^1, t_i^2 определяются из соотношений

$$\int_{t_i^1}^{\infty} \omega(V_i)dV_i = \sigma_i, \qquad (34)$$

$$\int_{-\infty}^{t_i^2} \omega(V_i)dV_i = \sigma_i \qquad (35)$$

Теорема 2. Задача надежного линейного программирования с мультипликативным вхождением случайной величины (26)–(29) тождественна эквивалентной задаче (31)–(35).

Доказательство. Так как целевые функции задач (26)–(29) и (31)–(35) совпадают, то для доказательства тождественности этих задач достаточно доказать тождественность условий (27), где E_i определяется (28) и (31)–(32). Пусть параметры t_i^1, t_i^2 определяются соотношениями (34)–(35).

Технологическое неравенство (22) может быть, очевидно, записано в виде системы неравенств

$$v_i \geq a_i / b_i u, \text{ если } b_i u \geq 0,$$
$$v_i \leq a_i / b_i u, \text{ если } b_i u < 0.$$

При этом (28) может быть переписано в следующем тождественном виде:

$$E_i = (v_i \mid v_i \geq a_i / b_i u), \text{ если } b_i u \geq 0,$$
$$\text{и } v_i \leq a_i / b_i u, \text{ если } b_i u < 0). \qquad (36)$$

С использованием (36) условие (27) может быть записано в следующей тождественной форме:

$$P_i(u) = \int_{a_i/b_i u}^{\infty} \omega_i(V_i)dV_i \geq \delta_i, \text{если } b_i u \geq 0 \quad (37)$$

$$P_i(u) = \int_{-\infty}^{a_i/b_i u} \omega_i(V_i)dV_i \geq \delta_i, \text{ если } b_i u < 0, \quad (38)$$

где $P_i(u)$ – обозначение вероятности i-го условия.

Сравнение (34) с (37) показывает, что условие (27)–(28) будет выполнено для $b_i u \geq 0$, если

$$a_i / b_i u \leq t_i^1. \qquad (39)$$

Доказательство в этом случае

$$\delta_i = \int_{t_1}^{\infty} \omega_i(V_i)dV_i \leq \int_{a_i/b_i u}^{\infty} \omega_i(V_i)dV_i = \int_{E_i} \omega_i(V_i)dV_i = P_i(u). \qquad (40)$$

Аналогично, сравнение (35) с (38) показывает, что при $b_i u$ условие (27)–(28) будет выполнено, если

$$a_i / b_i u \geq t_i^1. \qquad (41)$$

Действительно, при этом имеет место

$$\delta_i = \int_{-\infty}^{t_i^1} \omega_i(V_i)dV_i \leq \int_{-\infty}^{a_i/b_i u} \omega_i(V_i)dV_i = \int_{E_i} \omega_i(V_i)dV_i = P_i(u). \qquad (42)$$

Таким образом, из (40), (42) с учетом (39) и (41) следует, что условия (27)–(28) выполняются, если в эквивалентной задаче выполняются системы неравенств

$$t_i^1 b_i u \geq a_i\,,\ b_i u \geq 0 \tag{43}$$

или

$$t_i^1 b_i u \leq a_i\,,\ b_i u \geq 0 \tag{44}$$

Теорема 2 доказана.

Таким образом, задача надежного линейного программирования в мульпликативном вхождении случайной величины свелась к детерминированной задаче линейного программирования вида (30)–(35), в которой использованы вдвое большие технологические ограничения (31), (32), нежели в первоначальной задаче. При этом в определении (31), (32) параметры t_i^1, t_i^2 являются константами, определяемыми из (34) и (35).

Заключение

Рассмотренные теоретические положения позволяют планировать работу коллектива роботов-лаборантов, обеспечивая требуемую вероятность выполнения объемов работ технических и технологических условий. Однако в РоАСУ все технологические ограничения должны быть выполнены с вероятностью не ниже заданной. Таким образом, необходимо рассматривать и решать при управлении коллективом роботов-лаборантов задачи надежного оптимального управления. Результаты, полученные в данном исследовании, подтверждают результаты исследований технологического процесса производства азопигментов.

Список литературы

1. Бодров В.И., Калинин В.Ф., Погонин В.А. Роботы в химической промышленности. М.: Химия, 1989. 136 с.

2. Белоглазов Д.А., Гайдук А.Р., Косенко Е.Ю. Групповое управление подвижными объектами в неопределенных средах. М.: Физматлит, 2015. 305 с.

3. Бурлаков И.Д., Булдаев А.С. Об одном методе оптимизации химических реакторов // Известия Иркутского государственного университета. Серия «Математика». 2019. Т. 30. С. 16–30. DOI: 10.26516/1997-7670.2019.30.16.

4. Orazbaev B.B., Ospanov E.A. Hybrid method of development of mathematical models of chemical-technological systems under uncertainty // Matem. Mod. 2017. № 29 (4). P. 30–44. DOI: 10.1134/S2070048219010125.

5. Назарова А.В., Рыжова Т.П. Методы и алгоритмы мультиагентного управления робототехнической системой // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2013. № 6. С. 93–105.