

УДК 37.01:372.851

## О ВЫБОРЕ ЗАДАЧ ДЛЯ ПРАКТИКУМА ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

<sup>1</sup>Тутынина О.И., <sup>1</sup>Беспалько А.А., <sup>2</sup>Мазниченко В.В.

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского», Нижний Новгород, e-mail: tutynina@mail.ru;

<sup>2</sup>Волго-Вятский филиал Московского технического университета связи и информатики, Нижний Новгород, e-mail: maznich@mail.ru

В статье рассматривается методика выбора и составления задач по теории вероятностей и математической статистике для студентов высших учебных заведений. В работе выделяются аспекты, которые важно учитывать при составлении задач. На конкретных примерах из опыта обучения студентов экономических и инженерных специальностей показано, как использование практико-ориентированных задач позволяет устанавливать межпредметные связи с профильными дисциплинами и способствует формированию профессиональных компетенций. Важную роль в условии задачи играет выбор числовых данных, который в некоторых случаях позволяет вывести обсуждение решения на более высокий уровень. Также рассматриваются примеры заданий, численные данные для которых определяются и подбираются самими учащимися. Еще одно направление, реализуемое при составлении задач по теории вероятностей и математической статистике – это задачи с познавательными и веселыми сюжетами. Занимательность используется как средство активизации учебной работы при объяснении сложного материала или для поддержания трудоспособности учащихся в конце занятия. Важную методическую роль играет практика придумывания таких задач самими студентами. Результаты проведенного исследования наглядно показывают, что правильный выбор задач служит не только для закрепления теоретического материала, но и для повышения эффективности обучения, формирования профессиональных компетенций. Учащиеся будут более активно участвовать в познавательном процессе, если сделать для них этот процесс более интересным, полезным и занимательным.

**Ключевые слова:** задачи по теории вероятностей и математической статистике, практико-ориентированные задачи, составление условий, численные данные, занимательные и познавательные задачи, междисциплинарные связи, профессиональные компетенции, познавательный процесс

## ON THE CHOICE OF TASKS FOR A WORKSHOP ON PROBABILITY THEORY AND MATHEMATICAL STATISTICS

<sup>1</sup>Tutynina O.I., <sup>1</sup>Bespalko A.A., <sup>2</sup>Maznichenko V.V.

<sup>1</sup>National Research Nizhny Novgorod State University named after N.I. Lobachevskiy, Nizhny Novgorod, e-mail: tutynina@mail.ru;

<sup>2</sup>Volga-Vyatka Branch of Moscow Technical University of Communications and Informatics, Nizhny Novgorod, e-mail: maznich@mail.ru

The article discusses the method of selecting and composing problems in probability theory and mathematical statistics for students of higher educational institutions. The paper highlights aspects that are important to take into account when compiling tasks. Using concrete examples from the experience of teaching students of economic and engineering specialties, it is shown how the use of practice-oriented tasks makes it possible to establish interdisciplinary connections with specialized disciplines and contributes to the formation of professional competencies. An important role in the problem condition is played by the choice of numerical data, which in some cases allows you to bring the discussion of the solution to a higher level. Examples of tasks are also considered, numerical data for which are determined and selected by the students themselves. Another direction implemented in the compilation of problems in probability theory and mathematical statistics is problems with informative and funny stories. Entertaining is used as a means of activating educational work when explaining complex material or to maintain the ability of students to work at the end of the lesson. The results of the conducted research clearly show that the correct choice of tasks serves not only to consolidate the theoretical material, but also to increase the effectiveness of training, the formation of professional competencies. Students will be more actively involved in the cognitive process if this process is made more interesting, useful and entertaining for them.

**Keywords:** problems in probability theory and mathematical statistics, practice-oriented problems, drawing up conditions, numerical data, entertaining and cognitive tasks, interdisciplinary connections, professional competencies, cognitive process

Известный советский математик и педагог И.В. Арнольд отмечал, что решение учеником любой задачи должно преследовать определенные цели: обучающие, развивающие и воспитательные [1]. Для этого при составлении математического задания следует четко определять его место и роль в процессе освоения учебного материала, степень самостоятельности учащегося

при работе над ним, знания, умения и навыки, необходимые для получения конечного результата. Особую роль в этом процессе И.В. Арнольд отводил фабуле или сюжету математической задачи. Задачи должны быть актуальными, познавательными и занимательными, чтобы вызвать у учащихся интерес к их решению. Даже шаблонные типовые задания, без которых никак

не обойтись при изучении математических дисциплин, можно «оживить» необычным сюжетом или нестандартной постановкой вопроса.

Методика подбора и составления условий задач актуальна не только при обучении математике в школе или в учреждениях среднего профессионального образования, но и в высших учебных заведениях. Проблема заключается в том, что приложения математики в специальных дисциплинах становятся востребованными на старших курсах обучения, а сам этот предмет изучается на первом и втором курсах и является для многих студентов, особенно непрофильных специальностей, сложным в силу своей абстрактности и отвлеченности. Целью исследования является актуализация преподавания теории вероятностей и математической статистики путем решения специальной подборки задач, позволяющих установить межпредметные связи с профильными дисциплинами и повысить познавательную активность учащихся.

#### **Материалы и методы исследования**

Опыт преподавания дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» студентам как технических, так и экономических специальностей наглядно показывает, что содержание курса в том и другом случаях остается практически неизменным. Небольшая разница может быть только в количестве часов и, соответственно, в объеме учебного материала. Это не означает, что методика преподавания тоже должна быть одинаковой для студентов различных профилей, потому что компетенции, которые должны формироваться при изучении теории вероятностей и математической статистики, для разных направлений существенно различаются. Дифференцировать обучение и, соответственно, повысить эффективность учебного процесса можно путем соответствующего подбора практических заданий с учетом специализации учащихся [2, 3].

Материалами исследования выступают задачи по теории вероятностей и математической статистике, как известные в учебной литературе, так и составленные авторами самостоятельно.

В качестве методов исследования мы выделяем три основных направления работы над условиями практических заданий, которые при желании можно обобщить на любые разделы дисциплины «Математика»:

1) практико-ориентированные задачи, условия которых составляются в соответствии с профилем обучения;

2) выбор числовых данных задач, которые позволяют провести эффективное обсуждение полученных результатов;

3) задачи с занимательными, познавательными и веселыми сюжетами для активизации учебной работы.

#### *Практико-ориентированные задачи*

Несмотря на то, что в настоящее время имеется достаточное количество сборников задач по теории вероятностей и математической статистике, рекомендованных студентам самых разных специальностей, они чаще всего предлагают стандартные сюжеты заданий, не содержащие профессиональной направленности. И если для студентов экономических факультетов подобные примеры довольно часто встречаются в учебной литературе [4, 5], то при обучении будущих инженеров различных направлений преподавателям приходится придумывать и составлять их в большинстве случаев самостоятельно. Для этого не только необходимо знать свой предмет, но и хорошо ориентироваться в дисциплинах профессионального блока [6].

В частности, для студентов, обучающихся в институте связи по специальности «Инфокоммуникационные системы и сети», мы готовим задачи, связанные с передачей и приемом сигналов. Например, вместо того, чтобы решать типовые примеры с шарами, картами и рулеткой, студенты выполняют задания с электрическими цепями, содержащими замыкающие и размыкающие реле, и находят вероятности прохождения сигнала по участку цепи при разном количестве реле и различных способах их подключения (схемы подключений можно варьировать бесконечно). В задачах на гипергеометрическое распределение им предлагается определить вероятности разрыва определенного количества жил при повреждении кабеля. Практически в каждом разделе дисциплины основная масса задач носит подобный характер.

Вот пример задания на использование формулы полной вероятности и формулы Байеса:

«При передаче сообщений с космической станции на Землю используется двоичный код, “единица” и “ноль” в котором встречаются в среднем в соотношении  $m:n$ . Статистические свойства помех при передаче сигнала таковы, что в среднем искажаются  $k$  сообщений “единица” и  $p$  сообщений “ноль”. Определить вероятность того, что:

а) поступивший сигнал был принят без искажений;

б) сигнал, который был принят без искажений, оказался “единица”».

Для студентов экономического факультета, осваивающих специальность «Финансы и кредит», по той же теме дается задача с другим условием:

«Банк выдает физическим лицам три вида кредитов: кредиты на покупку автомобиля, кредиты на покупку жилья и потребительские кредиты. В среднем  $m\%$  от всех выданных кредитов составляют автокредиты,  $n\%$  – ипотека, остальные кредиты – потребительские. Вероятности того, что кредит не будет возвращен, для них равны  $a$ ,  $b$ ,  $c$  соответственно. Найти вероятность того, что:

а) очередной выданный кредит не будет возвращен;

б) невозвращенный кредит оказался кредитом на покупку автомобиля».

Легко видеть, что математические шаблоны условий и, соответственно, решения двух последних задач абсолютно идентичны. Однако, как показывает практика, если первое задание дать группе учащихся-экономистов, а второе – группе будущих инженеров, то они вызовут гораздо меньший интерес и познавательную активность студентов. Именно поэтому рекомендуется использовать такую фабулу задач, чтобы, обсуждая вопросы теории вероятностей и математической статистики, устанавливать междисциплинарные связи с профильными предметами. В результате такого подхода студенты получают наглядное представление о применимости изучаемого материала в практической деятельности и более эффективно овладевают профессиональными компетенциями.

#### *Подбор числовых данных*

Важный аспект при составлении задач, на который указывал И.В. Арнольд, заключается в выборе числовых данных [1]. Во многих случаях подбор исходных параметров позволяет выйти за рамки текущего условия задачи и вывести решение на новый уровень обсуждения.

В качестве примера приведем известную задачу на нахождение числовых характеристик дискретных случайных величин [7, с. 248]:

«Некий брокер имеет некоторую фиксированную сумму денег, которую может вложить в ценные бумаги трех видов. Случайными величинами выступают доходности этих ценных бумаг, для которых задаются соответствующие законы распределения. Требуется определить наиболее выгодное вложение средств».

В исходной задаче средний ожидаемый доход, который находится как математическое ожидание случайной величины, получается различным, что дает основание

вложить деньги в ценную бумагу, для которой он получается самым большим. Однако мы изменили численные данные таким образом, чтобы средний ожидаемый доход во всех трех случаях получился одинаковым. Это приводит к продолжению обсуждения и естественному заключению о том, что мерой «выгодности» в случае одинаковой доходности может служить риск, связанный с покупкой акций: неудачно вложив средства, можно недополучить средний ожидаемый доход или потерять деньги. Естественнее сделать выбор в пользу тех ценных бумаг, риск для которых будет наименьшим. Рассчитав степень риска как среднее квадратичное отклонение, снова численно получаем близкие результаты (опять-таки за счет подбора данных задачи) и переходим к обсуждению еще одной возможности, когда средства вкладываются поровну в покупку всех трех видов ценных бумаг. Повторяя вычисления, студенты убеждаются в том, что ожидаемый доход при этом остается на прежнем уровне, а вот риск уменьшается почти в два раза, что является наглядной иллюстрацией экономического принципа диверсификации.

Еще один прием, который мы активно используем в своей работе, касается формулировки данных задачи непосредственно при участии самих студентов. На занятии по теме «Зависимость дискретных случайных величин» вся группа учащихся составляет совместный закон распределения двух случайных величин: к примеру, оценок по высшей математике и по философии, полученных ими в предыдущую сессию. Затем они находят законы распределения отдельных компонент и условные законы распределения: распределение оценок по философии, при условии получения отличной оценки по математике или распределение баллов по математике при условии несданного экзамена по философии. Далее определяются числовые характеристики распределения и рассчитывается коэффициент линейной корреляции. На основании полученного значения для коэффициента корреляции формулируется вывод о наличии и характере линейной зависимости между этими двумя случайными величинами.

Такой же подход часто нами используется при изучении раздела «Математическая статистика». В качестве выборки, подлежащей исследованию, студенты сами предлагают различные наборы данных: количество денег, потраченных ими за предыдущий день, баллы ЕГЭ, полученные ими по какой-либо дисциплине, количество поездок в общественном транспорте за неделю и многое другое. В результате

обсуждения составляется выборка, которую учащиеся исследуют, составляя интервальный или дискретный вариационный ряд. Они строят многоугольник частостей, график выборочной функции распределения, находят числовые характеристики выборки и обсуждают полученные результаты с позиций поставленной задачи.

#### *Занимательный сюжет задачи*

Еще одно важное соображение при выборе и составлении задач – их увлекательность и занимательность. Нередко бытует мнение о том, что занимательность, как привлекательная сторона обучения, должна иметь место только в школе, где перед учителем стоит задача формирования познавательного интереса учащихся к своему предмету. В высшем учебном заведении такой подход часто считается излишним, так как туда приходят учиться уже достаточно взрослые люди, сумевшие сделать свой профессиональный выбор, и, следовательно, не нуждающиеся в дополнительном стимулировании к получению знаний.

Практика показывает, что это, безусловно, не так. В частности, занимательность может использоваться как своеобразная разрядка при объяснении большого по объему или трудного материала. Известно, что на протяжении всего занятия уровень интеллектуальной активности учащихся меняется и обычно снижается к концу пары. С другой стороны, решение задач на семинарах начинается с самых легких и далее идет с возрастающей трудностью, поэтому на конец занятия приходится самая большая умственная нагрузка. Чтобы сгладить это противоречие и поддержать трудоспособность студентов, мы используем веселые и занимательные задачи, вызывающие у ребят оживление и интерес.

Вот, например, задача на формулу Бернулли:

«Студент бросает монету. Если монета упадет орлом, он идет в кино, если монета упадет решкой – он садится играть на компьютере, если монета встанет на ребро, он отправится на занятия, а если повиснет в воздухе – будет готовиться к зачету. Считая эти исходы равновероятными, найти вероятность, что

а) в результате пяти попыток молодому человеку трижды выпадет необходимость идти на занятия;

б) все десять попыток окончились необходимостью готовиться к зачету».

Занимательность может служить эмоциональной основой для изучения наиболее трудных вопросов изучаемого материала, например для решения задач повышенной сложности. В таком случае наглядный сю-

жет помогает при разборе условия задачи и выборе методов ее решения. Например, вариант задачи на использование формулы Байеса, в которой требуется не только правильно выбрать гипотезы, но и найти условные вероятности события, которые по условию не заданы:

«Двое полицейских независимо друг от друга ведут слежку за наркоторговцем. Преступник может находиться либо в отеле, либо в кабаке, переходя из одного места в другое случайным образом. В отеле он находится 30% времени, а в кабаке – 70%. Первый полицейский передает ошибочные сведения в 2% случаев, а второй – в 8% случаев. В некоторый момент времени первый полицейский сообщил, что наркоторговец находится в отеле, а второй – что он находится в кабаке. Куда нужно выехать группе захвата, чтобы с большей вероятностью произвести арест преступника?»

Интересные и занимательные задачи по теории вероятностей, которые мы собирали в течение многих лет, нашли отражение в работе [8]. Тем не менее банк таких задач непрерывно пополняется.

#### **Результаты исследования и их обсуждение**

Наш опыт преподавания дает основание считать, что выбор задач в соответствии с изложенными выше принципами позволяет актуализировать обучение теории вероятностей и математической статистике в соответствии с профессиональной направленностью учащихся, а использование веселых и занимательных сюжетов активизирует работу студентов на практических занятиях. Разумеется, создание «банка» заданий – длительный и трудоемкий процесс, но сами студенты охотно принимают в нем участие, что демонстрирует высокий уровень вовлеченности их в процесс освоения дисциплины. Привлечение учащихся к составлению новых задач несет большой методический смысл: помогает им научиться выделять из сюжета структуру задачи и выбирать метод ее решения.

Практика показывает, что фантазия студентов не знает границ. В качестве примера приводим задачу, составленную студенткой второго курса по теме «Теорема гипотез. Формула Байеса»:

«Доктор Хаус ставит диагноз пациенту. Он подозревает у него одну из трех болезней: васкулит, волчанка или ревматоидный артрит. Вероятности этих заболеваний равны соответственно  $1/2$ ,  $1/6$  и  $1/3$ . Чтобы дифференцировать диагноз, Хаус назначил анализ, дающий положительный результат с вероятностью 0,1 для васкулита,

0,2 для волчанки и 0,9 для артрита. Анализ провели 5 раз, и он дал четыре положительных результата и один отрицательный. Требуется помочь доктору Хаусу с постановкой наиболее вероятного диагноза».

### Заключение

Правильный выбор задач служит не только для закрепления теоретического материала, но и для установления межпредметных связей между дисциплинами, которые играют важную роль в формировании профессиональных компетенций. В любом возрасте и на любой стадии обучения учащийся будет более активно участвовать в познавательном процессе, если сделать для него этот процесс более интересным, полезным и занимательным.

### Список литературы

1. Арнольд И.В. Принципы отбора и составления арифметических задач. М.: МЦНМО, 2008. 45 с.

2. Тутынина О.И., Куанышев В.Т. Компетентностный подход как средство преодоления кризиса преподавания высшей математики в вузах // Качество высшего и среднего профессионального образования в условиях перехода на федеральные государственные образовательные стандарты нового поколения: материалы LX межвузовской научно-методической конференции (Новосибирск, 25 апреля 2019 г.). Новосибирск: Издательство Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики, 2019. С. 227–233.

3. Власова Е.А., Меженная Н.М., Попов В.С., Пугачев О.В. Методические аспекты обеспечения дисциплины «Теория вероятностей» в техническом университете // Современные наукоемкие технологии. 2017. № 11 С. 96–103.

4. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математика для экономического бакалавриата. М.: ИНФРА-М, 2022. 472 с.

5. Песчанский А.И. Математика для экономистов: основы теории, примеры и задачи. М.: ИНФРА-М, 2022. 520 с.

6. Дорохова О.Е., Крылов А.Н. Методика конструирования метапредметных задач по высшей математике // Современные наукоемкие технологии. 2022. № 6. С. 114–119.

7. Малыхин В.И. Математика в экономике. М.: ИНФРА-М, 2000. 356 с.

8. Зеленцов Б.П., Тутынина О.И. Теория вероятностей в познавательных и забавных задачах. М.: Либроком, 2019. 138 с.