УДК 65.012.26:66.011
DOI 10.17513/snt.39787

НЕЧЕТКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

Громов Ю.Ю., Погонин В.А.

ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет», Тамбов, e-mail: gromovtambov@yandex.ru, pogvas@inbox.ru

При решении ряда задач, среди которых следует выделить такие, как оптимизация управления, особое значение приобретают вопросы, связанные с построением необходимых математических моделей, формализующих рассматриваемых объектов. Однако при построении математических моделей имеют место следующие трудности: достаточно сложно определить значения коэффициентов и параметров, используемых при построении математической модели и характеризующих теплофизические и гидромеханические свойства, особенности протекания химических реакций; сложно определить функциональные зависимости перечисленных выше параметров от переменных состояния; сложно выбрать набор параметров, которые будут использованы при построении математической модели. Всё это приводит к необходимости отказаться от традиционного подхода к построению математических моделей и особое внимание уделить интеллектуальным методам, в основу которых положены методы теории нечетких множеств. Использование интеллектуальных методов, положенных в основу моделирования, обуславливает необходимость введения в рассмотрение новых классов задач оптимизации и управления. Рассматривая перечисленные выше факторы как некоторые источники неопределенности и используя для их формализации нечеткие числа, приходим к необходимости рассмотрения задач гарантированной оптимизации и управления в условиях неопределенности. Однако для решения введенного в рассмотрение класса задач необходимо разработать специальные методы математического и алгоритмического обеспечения. Именно разработка таких методов и является целью настоящей работы. Методами исследования при достижении поставленной цели являются методы математического моделирования, интеллектуального анализа, оптимизации и теории управления. Обоснована концепция формализации и использования факторов неопределенности при построении математических моделей технологических объектов и систем, необходимость рассмотрения нового класса задач: гарантированной оптимизации и управления в условиях неопределенности. Разработано специальное математическое и алгоритмическое обеспечение решения введенного в рассмотрение нового класса задач. Предложена концепция постановки задачи гарантированной оптимизации и управления в условиях неопределенности, а также разработано специальное математическое и алгоритмическое обеспечение для их решения.

Ключевые слова: нечеткое управление, нечеткие множества, технологические процессы

FUZZY CONTROL OF TECHNOLOGICAL PROCESSES

Gromov Yu.Yu., Pogonin V.A.

Tambov State Technical University, Tambov, e-mail: gromovtambov@yandex.ru, pogvas@inbox.ru

When solving a number of problems, among which it is worth highlighting, such as control optimization, issues related to the construction of the necessary mathematical models that formalize the objects under consideration are of particular importance. However, when constructing mathematical models, the following difficulties occur: it is rather difficult to determine the values of the coefficients and parameters used in the construction of a mathematical model and characterizing the thermophysical and hydromechanical properties, especially the course of chemical reactions; the complexity of determining the functional dependencies of the above parameters on state variables; the complexity of choosing a set of parameters that will be used in the construction of a mathematical model. All this leads to the need to abandon the traditional approach to the construction of mathematical models and pay special attention to intellectual methods based on fuzzy set theory methods. The use of intelligent methods underlying the modeling necessitates the introduction of new classes of optimization and control problems. Considering the factors listed above as some sources of uncertainty and using fuzzy numbers for their formalization, we come to the need to consider problems of guaranteed optimization and control under uncertainty. However, to solve the class of problems introduced into consideration, it is necessary to develop special methods of mathematical and algorithmic support. It is the development of such methods that is the goal of this work. Methods of research, in achieving the goal, are: mathematical modeling, intellectual analysis, optimization and control theory. Results: the concept of formalization and use of uncertainty factors in the construction of mathematical models of technological objects and systems is substantiated, the need to consider a new class of problems: guaranteed optimization and control under uncertainty. A special mathematical and algorithmic support has been developed for the solution of a new class of problems introduced into consideration. Conclusions: the concept of setting the task of guaranteed optimization and control under uncertainty has been proposed, and special mathematical and algorithmic support has been developed to solve them.

Keywords: fuzzy control, fuzzy sets, technological processes

В настоящее время для решения задач оптимизации и управления используются хорошо разработанные методы, которые, как правило, основаны на использовании одного из двух допущений [1, 2]:

– рассматриваемый объект или процесс рассматриваются с детерминистических позиций;

– рассматриваемый объект или процесс рассматриваются со статистических или стохастических позиций.

Первое приводит к тому, что полностью отсутствуют источники неопределенности, второе – к тому, что неопределенности имеют место, но вместе с этим известны их статистические или стохастические характеристики, что достаточно сложно себе представить при изучении реальных технологических объектов или процессов.

Еще один из путей, позволяющих выполнить формализацию неопределенностей с целью их дальнейшего использования при построении математических моделей, основан на применении интервального анализа. В настоящее время хорошо известны методы решения задач оптимизации и управления, построенные на основе его использования [3, 4].

При этом методы, основанные на использовании интервального анализа, не позволяют использовать качественную информацию при построении математических моделей, что, с одной стороны, существенно ее обедняет, а с другой, снижает ее адекватность.

Таким образом, обоснованным является предположение о необходимости использования как на этапе моделирования, так и на этапе решения соответствующих задач оптимизации и управления интеллектуальных методов, основанных на применении теории нечетких множеств, для формализации неопределенностей и необходимой качественной информации.

Материалы и методы исследования

В достаточно общем виде математическая модель рассматриваемого процесса или объекта представляет собой систему операторных уравнений, которая имеет вид

$$\tilde{y} = \boldsymbol{M}(\tilde{x}, \mathbf{u}, \tilde{b}), \qquad (1)$$

где $\boldsymbol{M}$ – оператор нечеткой математической модели; $\tilde{x}$, $\tilde{b}$ – элементы соответствующих нечетких подмножеств $\tilde{\mathrm{X}}, \tilde{\mathrm{B}}$; $\tilde{y}$ – нечеткая выходная величина.

Математическую модель, позволяющую определить функцию принадлежности $\mu_{\tilde{Y}}(\mathbf{y} \mid \mathbf{u})$ в зависимости от детерминированного значения управляющего воздействия $\mathbf{u}$ и функций принадлежности $\mu_{\tilde{X}}(\mathbf{x})$ и $\mu_{\tilde{B}}(\mathbf{b})$, запишем в виде

$$\mu_{\tilde{Y}}(\mathbf{y} \mid \mathbf{u}) = \mathbb{M}(\mu_{\tilde{X}}(\mathbf{x}), \mathbf{u}, \mu_{\tilde{B}}(\mathbf{b})),$$

где $\mathbb{M}$ – оператор математической модели с заданным набором свойств, $\mu_{\tilde{X}}(\mathbf{x}), \mathbf{u}, \mu_{\tilde{B}}(\mathbf{b})$ – соответствующие функции принадлежности элементов подмножеств, $\mu_{\tilde{Y}}(\mathbf{y} \mid \mathbf{u})$ – функция принадлежности нечеткого решения.

Определим оператор $\mathbb{M}$, положив в основу определение функции принадлежности нечеткого решения принцип расширения Заде, следующим образом:

$$\mu_{\tilde{Y}}(\mathbf{y} \mid \mathbf{u}) = \max_{x,b} \min(\mu_{\tilde{X}}(\mathbf{x}), \mu_{\tilde{B}}(\mathbf{b})) \mid \mathbf{y} = M(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{b}),$$

$$\mu_{\tilde{Y}}(\mathbf{y} \mid \mathbf{u}) = 0, \text{ если } \{(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{b}) \mid \mathrm{y} = M(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{b})\} = \varnothing,$$

где M – детерминированная математическая модель.

Так как выходная величина $\mathbf{y}$ становится нечеткой, то размытой величиной становится и значение функции технологических требований $\varphi_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u})$.

Нечеткое подмножество значений $\varphi_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u})$ будем характеризовать функцией принадлежности $\mu_{\tilde{\mathfrak{Z}}}(\varphi_i \mid \mathbf{u})$, зависящей от управления $\mathbf{u}$ и связанной с $\mu_{\tilde{X}}(\mathbf{x})$, $\mu_{\tilde{Y}}(\mathbf{y} \mid \mathbf{u})$ оператором вида

$$\mu_{\tilde{\mathfrak{Z}}}(\varphi_i \mid \mathbf{u}) = \psi(\mu_{\tilde{X}}(\mathbf{x}), \mu_{\tilde{Y}}(\mathbf{y} \mid \mathbf{u})).$$

Определим функцию принадлежности технологических требований следующим образом:

$$\mu_{\tilde{\mathfrak{Z}}}(\varphi_i \mid \mathbf{u}) = \max_{x,y} \min(\mu_{\tilde{X}}(\mathbf{x}), \mu_{\tilde{Y}}(\mathbf{y} \mid \mathbf{u})) \mid \varphi_i = \varphi_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}),$$

$$\mathbf{x} \in \mathrm{X}, \mathbf{u} \in \mathrm{U}, \mathbf{y} \in \mathrm{Y},$$

$$\mu_{\tilde{\mathfrak{Z}}}(\varphi_i \mid \mathbf{u}) = 0, \text{ если } \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}) \mid \varphi_i = \varphi_i^{-}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u})\} = \varnothing.$$

Целевая функция также становится нечеткой величиной и определяется функцией принадлежности, которая зависит от управления $\mathbf{u}$.

Будем обозначать функцию принадлежности целевой функции $\mu_{\tilde{J}}(J \mid \mathbf{u})$ и определять ее по формуле

$$\mu_{\tilde{J}}(J \mid \mathbf{u}) = \max_{x,y} \min(\mu_{\tilde{X}}(\mathbf{x}), \mu_{\tilde{Y}}(\mathbf{y} \mid \mathbf{u})), \mid J = J(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}),$$

$$\mu_{\tilde{J}}(J \mid \mathbf{u}) = 0, \text{ если } \{(x, u, y) \mid J = J^{-}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y})\} = \varnothing.$$

В условиях нечеткости выходной величины задача оптимизации может быть поставлена как задача нахождения вектора $\mathbf{u}^* \in U$ управляющих воздействий, при котором некоторая норма функции принадлежности целевой функции $\| \mu_{\tilde{J}}(J \mid \mathbf{u}) \|$ принимает оптимальное значение и при этом гарантируется, что функция принадлежности технологических требований φ_i будет подтверждать выполнение этих требований с «достаточной убедительностью».

Такую задачу назовем задачей гарантирующей оптимизации в условиях неопределенности. В этих условиях необходимо формализовать гарантированность с «достаточной убедительностью» выполнения технологических требований.

Предлагается считать, что i-е технологические требования выполняются с «гарантией», если

$$\forall \varphi_i \le a_i : \mu_{\tilde{\mathfrak{Z}}}(\varphi_i \mid \mathbf{u}) < \varepsilon_i;$$

$$\exists \varphi_i : \mu_{\tilde{\mathfrak{Z}}}(\varphi_i \mid \mathbf{u}) \ge \varepsilon_i, \ i = \overline{1, n},$$

где ε_i – постоянная величина, так называемый «уровень существенности».

Назовем областью существенности E_i множество φ_i, таких, что

$$E_i = \{ \varphi_i \mid \mu_{\tilde{\mathfrak{Z}}}(\varphi_i \mid \mathbf{u}) \ge \varepsilon_i \}.$$

Назовем границей существенности $\varphi_i^{г}$ значений φ_i число, определяемое по формуле

$$\varphi_i^{г}(\mathbf{u}) = \min_{E_i} \varphi_i.$$

Сформулируем задачу гарантирующей оптимизации в условиях неопределенности следующим образом: необходимо найти $\mathbf{u}^*$ из некоторого $\mathbf{u}^* \in U_д$, при котором принимает минимальное значение целевая функция $Q(\mathbf{u})$:

$$Q^* = Q(\mathbf{u}^*) = \min_{u} Q(\mathbf{u}), \tag{2}$$

где $Q(\mathbf{u}) = \min J \mid \mu_{\tilde{J}}(J \mid \mathbf{u}) \ge \mu_з$,

при гарантированном удовлетворении технологических требований для $i = \overline{1, n}$

$$\varphi_i^{г}(\mathbf{u}) \ge a_i, \ i = \overline{1, n}, \tag{3}$$

где $\varphi_i^{г}(\mathbf{u}) = \min_{E_i} \varphi_i$,

$$E_i = \{ \varphi_i \mid \mu_{\tilde{\mathfrak{Z}}}^{i}(\varphi_i \mid \mathbf{u}) \ge \varepsilon_i \},$$

$$\mu_{\tilde{\mathfrak{Z}}}^{i}(\varphi_i \mid \mathbf{u}) = \max_{x,y} \min(\mu_{\tilde{X}}(\mathbf{x}), \mu_{\tilde{Y}}(\mathbf{y} \mid \mathbf{u})) \mid \varphi_i = \varphi_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}),$$

и удовлетворении уравнений математической модели

$$\mu_{\tilde{Y}}(\mathbf{y} \mid \mathbf{u}) = \max_{x,b} \min(\mu_{\tilde{X}}(\mathbf{x}), \mu_{\tilde{B}}(\mathbf{b})) \mid y = M(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{b}). \tag{4}$$

Управление $\mathbf{u}^*$, найденное при решении задачи (2)–(4), будем называть гарантирующим оптимальным управлением.

Решение задачи гарантирующей оптимизации в форме (2)–(4) сопряжено со значительными трудностями многократных вычислений, как уравнений математической модели $\boldsymbol{M}$, так и систем ограничений, обусловленных необходимостью расчета функций принадлежности выходных величин и технологических параметров по известным функциям принадлежности входных величин.

Рассмотрим декомпозиционный метод, который будем называть α-оптимизацией [5, 6].

Введем вектор $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$, где n – число технологических требований, а также моды $\overline{x}$ и $\overline{b}$ нечетких величин $\tilde{x}$ и $\tilde{b}$.

Назовем α-задачей следующую задачу.

α-задача.

Необходимо найти вектор $\mathbf{u}^{опт} \in U$ управляющих воздействий, при котором принимает минимальное значение целевая функция $J(\overline{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \mathbf{y})$

$$J^* = \min_{u \in U} J(\overline{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \mathbf{y}),$$

где $\mathbf{y} = \boldsymbol{M}(\overline{x}, \mathbf{u}, \overline{b})$,

при удовлетворении технологических требований

$$\varphi_i(\overline{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}) \ge \alpha_i, \ i = \overline{1, n}. \tag{5}$$

Чтобы подчеркнуть зависимость оптимального значения целевой функции J^* от α, будем его в дальнейшем обозначать $J^*(\alpha)$.

Оптимальное управление $u^{опт}$, найденное при решении α-задачи, так же как и целевая функция, зависит от значения α. Обозначим это управление $u_\alpha^{опт}$.

В качестве математической модели $\boldsymbol{M}$ может быть использован оператор $\boldsymbol{M}$, определенный в (1), где вместо $\tilde{x}$ и $\tilde{x}$ следует использовать моды $\bar{x}$, $\bar{b}$. Однако могут быть случаи, когда $\boldsymbol{M}$ целесообразнее заменить более простым оператором, если он будет обладать соответствующими свойствами.

Будем называть множество управлений

$$U_\alpha = \{\mathbf{u} \mid \mathbf{u} \in U \wedge \varphi_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}) \geq \alpha_i,$$
$$i = \overline{1, n} \wedge \mathbf{y} = \boldsymbol{M}(\bar{x}, \mathbf{u}, \bar{b})\}$$

множеством α-допустимых управлений.

Управление $\mathbf{u} \in U_\alpha$ будем называть α-допустимым.

Тогда α-задача может быть сформулирована следующим образом.

Необходимо найти вектор $\mathbf{u}_\alpha^{опт} \in U_\alpha$ управляющих воздействий, при котором принимает минимальное значение $J^*(\boldsymbol{\alpha})$ целевая функция $J(\bar{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y})$

$$J^*(\boldsymbol{\alpha}) = \min J(\bar{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}). \ \mathbf{u} \in U\alpha$$

Математически задача нахождения оптимального $\boldsymbol{\alpha}$ ставится следующим образом.

Необходимо найти такое значение $\boldsymbol{\alpha}^* \in \Theta$, при котором принимает минимальное значение целевая функция $J^*(\boldsymbol{\alpha})$

$$\boldsymbol{\alpha}^* = \arg \min_{\alpha \in \Theta} J^*(\boldsymbol{\alpha}),$$

где величина $J^*(\boldsymbol{\alpha})$ определяется решением α-задачи:

$$\mathbf{u}_\alpha^{опт} = \arg \min_{u \in U_\alpha} J(\bar{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}),$$

$$U_\alpha = \{\mathbf{u} \mid \mathbf{u} \in U \wedge \varphi_i(\bar{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}) \geq \alpha_i,$$
$$i = \overline{1, n} \wedge \mathbf{y} = \boldsymbol{M}(\bar{x}, \mathbf{u}, \bar{b})\},$$
$$J^*(\boldsymbol{\alpha}) = J(\bar{x}, \mathbf{u}^{опт}, \mathbf{y}).$$

Область Θ (область гарантированного удовлетворения технологических требований) определяется следующим образом:

$$\Theta = \{\boldsymbol{\alpha} \mid \mathbf{u}_\alpha^{опт} \in \mathcal{D}\}. \tag{6}$$

Значение $\boldsymbol{\alpha} \in \Theta$ будем называть Θ-допустимым значением $\boldsymbol{\alpha}$.

Оптимальное управление $\mathbf{u}_\alpha^{опт} \in U_\alpha$, соответствующее Θ-допустимому $\boldsymbol{\alpha}$, будем называть Θ-допустимым оптимальным управлением.

Значение $\mathbf{u}_{\alpha^*}^{опт} \in U_{\alpha^*}$ является оптимальным управлением, найденным в результате решения задачи α-оптимизации.

Рассмотрим условия тождественности задач гарантирующей оптимизации в условиях неопределенности и α-оптимизации. При принятых обозначениях сформулируем следующую теорему.

Теорема. Пусть задача гарантирующей оптимизации в условиях неопределенности (ЗГО) имеет решение и пусть модели $\boldsymbol{M}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \bar{\mathbf{b}})$, $\mathbb{M}(\mu_{\tilde{X}}(\mathbf{x}), \mathbf{u}, \mu_{\tilde{B}}(\mathbf{b}))$ и функционалы $Q(\mathrm{u})$, $\varphi_i(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{y}, \mathbf{u})$ таковы, что для любых $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2 \in U$ выполняются следующие отношения:

$$[J(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}_1, \mathbf{y}) \mid \mathrm{y} = \boldsymbol{M}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}_1, \bar{\mathbf{b}})] > [J(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}_2, \mathbf{y}) \mid \mathbf{y} = \boldsymbol{M}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}_2, \bar{\mathbf{b}})] \Rightarrow$$
$$\Rightarrow [Q(\mathbf{u}_1) = (\min J \mid \mu_{\tilde{J}}(J \mid \mathbf{u}_1) > \mu_3)] > [Q(\mathbf{u}_2) = (\min J \mid \mu_{\tilde{J}}(J \mid \mathbf{u}_2) > \mu_3)],$$
$$\varphi_i(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{y}, \mathbf{u}_1) \geq \varphi_i(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{y}, \mathbf{u}_2) \Rightarrow \varphi_i^г(\mathbf{u}_1) \geq \varphi_i^г(\mathbf{u}_2).$$

Тогда существует решение задачи α-оптимизации, и оно совпадает с решением задачи гарантирующей оптимизации в условиях неопределенности.

Доказательство. Обозначим $\mathbf{u}^*$ – решение задачи гарантирующей оптимизации в условиях неопределенности (2)–(4).

Таким образом, для всех $\mathbf{u} \in U$ выполняется

$$Q(\mathbf{u}^*) < Q(\mathbf{u}), \tag{7}$$

где U – множество $\mathbf{u}$, удовлетворяющих (3),

$$U = \{\mathbf{u} \mid \varphi_i^г(\mathbf{u}) \geq a_i, i = \overline{1, n}\}. \tag{8}$$

Так как существует такая α^*-задача, что ее решение совпадает с решением ЗГО, т.е. $\mathbf{u}_\alpha^* = \mathbf{u}^*$.

Таким образом, $J(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}^*, \mathbf{y}) \leq J(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \mathbf{y})$ для всех $\mathbf{u} \in U_{\alpha^*}$.

При этом, так как $\mathbf{u}^*$ является решением ЗГО, по определению (6) удовлетворяется условие $\varphi_i^г(\mathbf{u}^*) \geq a_i$, $i = \overline{1, n}$, и так как $\mathbf{u}_{\alpha^*}^* = \mathbf{u}^*$, то $\mathbf{u}_{\alpha^*}^* \in \Theta$.

Таким образом, множество Θ не пустое и решение задачи α-оптимизации существует. Докажем, что это решение совпадает с решением задачи α-оптимизации.

Допустим, что это не так, то есть существует некоторое $\hat{\alpha} \in \Theta$, такое, что для решения $\hat{\alpha}$-задачи выполняется соотношение

$$J(\hat{\alpha}) < J(\boldsymbol{\alpha}^*). \quad (9)$$

Так как $\hat{\alpha} \in \Theta$, то по определению $\boldsymbol{\alpha}_i = \varphi_i(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{y}, \mathbf{u}^*)$, $i = \overline{1, n}$, выполняется условие

$\varphi_i^{г}(\mathbf{u}_\alpha^*) \ge a_i$, $i = \overline{1, n}$, то есть решение $\mathbf{u}^*_{\hat{\alpha}}$ $\hat{\alpha}$-задачи принадлежит допустимому множеству D задачи ЗГО, определяемой (2)–(4).

Очевидно, что

$$J_c(\hat{\alpha}) = J^*(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}^*_{\hat{\alpha}}, \mathbf{y}^*_{\hat{\alpha}}),$$

$$J_c(\boldsymbol{\alpha}^*) = J^*(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}^*_{\alpha^*}, \mathbf{y}^*_{\hat{\alpha}}),$$

где $\mathbf{y}^*_{\hat{\alpha}} = M(\bar{x}, \mathbf{u}^*_{\hat{\alpha}}, \bar{b})$,

$\mathbf{y}^*_{\alpha^*} = M(\bar{x}, \mathbf{u}^*_{\alpha^*}, \bar{b})$.

Таким образом, из (9) имеем

$$J^*(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}^*_{\hat{\alpha}}, \mathbf{y}^*_{\hat{\alpha}}) < J^*(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}^*_{\alpha^*}, \mathbf{y}^*_{\alpha^*}). \quad (10)$$

По условию теоремы из (10) следует $\boldsymbol{Q}(\mathbf{u}^*_{\hat{\alpha}}) < \boldsymbol{Q}(\mathbf{u}^*_{\alpha^*})$, что невозможно, так как $\mathbf{u}^*_{\alpha^*} = u^*$ и является решением ЗГО в условиях неопределенности. Теорема доказана.

Предлагается итерационный алгоритм решения задачи гарантирующей оптимизации в условиях неопределенности, который заключается в следующем.

1. Вводятся начальные значения вектора α.

2. Решается α-задача с использованием детерминированной модели $\boldsymbol{M}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{b})$.

3. Для найденного α-допустимого значения управления u_α с использованием модели $\mathbb{M}$ проверяется выполнение технологических требований.

4. При невыполнении технологических требований происходит коррекция составляющих вектора α для которых гарантированность выполнения требований нарушена.

5. Если технологические требования соблюдены, то проверяется целесообразность дальнейшего уточнения (улучшения) допустимого управления.

6. Если поиск оптимального управления необходимо продолжить, то корректируются составляющие вектора α, для которых технологические требования выполнены.

Математическая формализация нечетких величин и параметров осуществляется соответствующими функциями принадлежности. Предложен алгоритм построения функций принадлежности выходных величин.

В блоке 1 блок-схемы вводится значение управляющего воздействия $\mathbf{u}$, для которого необходимо построить реакцию: функцию принадлежности $\mu(\mathbf{y})$.

Блок 2 – организует цикл перебора $\mathbf{x}$ и $\mathbf{b}$.

Блок 3 – для каждого $\mathbf{x}_j$ и $\mathbf{b}_k$ определяет соответствующие значения функции принадлежности $\mu(\mathbf{x}_j)$ и $\mu(\mathbf{b}_k)$ и минимальное значение из этих двух величин a_{ijk}: $a_{ijk} = \min[\mu(\mathbf{x}_j), \mu(\mathbf{b}_k)]$.

Блок 4 – вычисляет $\mathbf{y}_{ijk}$, соответствующее заданным значениям $\mathbf{u}, \mathbf{x}_j, \mathbf{b}_k$ по математической модели $\mathbf{y} = M(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{b})$.

Блок 5 – запоминаются значения $\mathbf{y}_{ijk}$ и a_{ijk}, формируя таблицы Y и A.

Блок 6 – определяет окончание цикла перебора $\mathbf{x}$ и $\mathbf{b}$.

Таким образом, в блоках 2–6 рассчитываются и запоминаются все возможные $\mathbf{y}_{ijk}$ для заданного $\mathbf{u}$ и соответствующие им a_{ijk}.

Блок 7 – организует цикл перебора $\mathbf{y}$ и определяет для каждого из них значение функции принадлежности $\mu(\mathbf{y}_i)$.

Блок 8 – определяет интервал величиной $2\Delta_i$, где Δ_i – заданная точность расчета такая, что принадлежность $\mathbf{y}$ этому интервалу идентифицируется как значение $\mathbf{y} = \mathbf{y}_i$.

Блок 9 – находит из заполненной таблицы $Y = \{\mathbf{y}_{ijk}\}$, значения $\mathbf{y}_{ijk} \in [\underline{\mathbf{y}}_i, \overline{\mathbf{y}}_i]$, где $\underline{\mathbf{y}}_i = \mathbf{y}_i - \Delta_i$, $\overline{\mathbf{y}}_i = \mathbf{y}_i + \Delta_i$ и идентифицирует их как $\mathbf{y}_i$.

Блок 10 – для каждого из найденных $\mathbf{y}_{ijk}$ выбирается из таблицы A соответствующее значение a_{ijk}.

Таким образом, формируется множество a_{ijk}, соответствующих $\mathbf{y}_i$.

Блок 11 – определяет значение функции принадлежности $\mu(\mathbf{y}_i)$, соответствующее значению $\mathbf{y}_i$ по формуле $\mu(\mathbf{y}_i) = \max_{j,k} a_{ijk}$.

Блок 12 – определяет окончание цикла.

Если цикл окончен, то функция принадлежности $\mu(\mathbf{y})$ для заданного значения $\mathbf{u}$ построена.

Заключение

В работе получены условия, обеспечивающие выполнение технологических требований с заданным уровнем гарантии. Это привело к необходимости постановки задачи гарантирующей оптимизации химико-технологических процессов в условиях неопределенности и разработки методов ее решения. Получены теоретические результаты в виде необходимых и достаточных условий тождественности задачи гарантирующей оптимизации в условиях неопределенности и последовательности детерминированных задач в зависимости от заданного уровня гарантии альфа. Для решения последовательности детерминированных оптимизационных задач, решение которых обеспечивает достижение заданного уровня гарантии, предложен итерационный алгоритм. Применение предложенного подхода, суть которого заключается в замене оптимизационной задачи в условиях неопределенности, последовательностью детерминированных оптимизационных задач, обеспечивает сокращение времени получения результата. Результаты, полученные в данном исследовании, подтверждают результаты исследований процесса производства обесфторенных фосфатов.

Список литературы

1. Бочкарев В.В. Оптимизация химико-технологических процессов. Томск: Издательство Томского политехнического университета, 2014. 264 с.

2. Cavazzuti M. Optimization methods: from theory to design // Springer. 2013. 262 p. DOI: 10.1007/978-3-642-31187-1.

3. Orazbaev B.B., Ospanov E.A. Hybrid method of development of mathematical models of chemical-technological systems under uncertainty // Matem. Mod. 2017. № 29 (4). P. 30–44. DOI: 10.1134/S2070048219010125.

4. Ostrovsky G.M., Volin Yu.M., Senyavin M.M. An approach to solving the optimization problem under uncertainty // International Journal of Systems Science.1997. № 28 (4). P. 379–390. DOI: 10.1080/ 00207729708929398.

5. Кафаров В.В., Бодров В.И., Матвейкин В.Г. Теоретические положения решения задач управления детерминированно-стохастическими моделями // ДАН СССР. 1991. Т. 317, № 4. С. 927–931.

6. Rozenberg V.L. A guaranteed control problem for a linear stochastic differential equation1 // Ural mathematical journal. 2015. Vol. 1, Is. 1. P. 68–82.