СТАТЬЯ

УДК 517.956.25:519.624.2:66.01

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА МАССООБМЕНА В ОКРЕСТНОСТИ КАПЛИ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ОБТЕКАНИЯ И ОБЪЕМНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ

Абрамова В.А., Ахметов Р.Г.

ФГБОУ ВО «Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы», Уфа, e-mail: akhmetov051@bk.ru, vict.abramova2016@yandex.ru

В работе рассматривается процесс массообмена в малой окрестности вне капли, обтекаемой потоком жидкости. Предполагается, что число Рейнольдса мало. Другая особенность процесса: большие значения числа Пекле *Pe* и постоянной скорости химической реакции k_v. Здесь их отношение – постоянное. Задача носит сингулярный характер и состоит в том, что содержит эллиптическую часть оператора, которая вырождается при больших значениях *Pe*. Поэтому сначала задача исследуется в малой окрестности сферы в переменных диффузионного пограничного слоя. Вне окрестностей особых точек в этом пограничном слое решение вдали от границы по пространственным переменным носит экспоненциально убывающий характер. Затем, вблизи седловой точки, соответствующей точке стекания жидкости с капли, приходится дополнительно исследовать . Это связано с тем, что нелинейная функция, соответствующая объемной химической реакции, вырождается на бесконечности вместе с производной, что приводит к изменению структуры асимптотики и появлению особенностей логарифмического типа. Этот факт значительно усложняет решение задачи. Для построения решения приходится найти достаточное количество членов асимптотики. Для этого применяются методы абстрактных математических преобразований в среде Maple, что дает возможность построить асимптотическое разложение решения на бесконечности в эллиптическом пограничном слое. Затем решается краевая задача численными методами с использованием построенной асимптотики, что позволяет достичь требуемой точности. При этом важным свойством является устойчивость разностной схемы.

Ключевые слова: асимптотическое разложение (а.р.), массообмен, метод согласования, число Пекле

COMPUTER SIMULATION OF THE PROCESS OF MASS TRANSFER IN THE SURROUNDING OF A DROP WITH ACCOUNT FOR THE EFFECT OF THE FLOW AND VOLUME NONLINEAR CHEMICAL REACTION

Abramova V.A., Akhmetov R.G.

Bashkir State Pedagogical University named after M. Akmulla, Ufa, e-mail: akhmetov051@bk.ru, vict.abramova2016@yandex.ru

The process of mass transfer is considered in a small neighborhood outside a drop in a fluid flow. It is assumed that the Reynolds number is small. Another feature of the process: large values of the Peclet number and the constant rate of the chemical reaction. Here their relationship is constant. The problem is singular in nature and consists in the fact that it contains the elliptic part of the operator, which degenerates for large values of. Therefore, the problem is first studied in a small neighborhood of the sphere in the variables of the diffusion boundary layer. Outside the neighborhoods of singular points in this boundary layer, the solution far from the boundary in space variables has an exponentially decreasing character. Then, near the saddle point corresponding to the point where the liquid drains from the drop, one has to additionally investigate. This is due to the fact that the nonlinear function corresponding to the bulk chemical reaction degenerates at infinity together with the derivative, which leads to a change in the structure of the asymptotics and the appearance of logarithmic-type singularities. This fact greatly complicates the solution of the problem. To construct a solution, one has to find a sufficient number of asymptotic terms. For this, methods of abstract mathematical transformations in the Maple environment are used, which makes it possible to construct an asymptotic expansion of the solution at infinity in an elliptical boundary layer. Then the boundary value problem is solved by numerical methods using the constructed asymptotics and it is possible to achieve the required accuracy. In this case, an important property is the stability of the difference scheme.

Keywords: asymptotic expansions (a. e.), mass transfer, matching method, Peclet number

Рассмотрим массообмен около сферической капли при наличии объемной химической реакции. Концентрация в потоке удовлетворяет уравнению (см., напр., [1], гл. 5, (6.1)–(6.3)):

$$\Delta C = Pe(\overline{V},\ \nabla)C + k_v F(C), \qquad (1)$$

где *Pe* – число Пекле, k_v – постоянная скорости химической реакции. Поле скоростей жидкости вне сферической капли определяется из выражений ([2], стр. 73):

$$\overline{V} = (v_r, v_\theta, v_0),$$

$$v_r = \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\theta},\ v_\theta = -\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\psi}{\partial r}, \qquad (2)$$

$$\psi(r,\theta) = \sin^2\theta(r-1)\left(2r - \frac{\lambda}{\lambda+1}\left(1+\frac{1}{r}\right)\right)/4, \qquad (3)$$

где $\psi(r, \theta)$ – функция тока. Требуется построить а.р. решения уравнения (1) при граничных условиях:

$$C = 1 \text{ когда } r = 1;\ C \to 0 \text{ для } r \to \infty. \qquad (4)$$

Процесс массообмена тонкой капли в потоке исследован в работе [3], массообмена между каплей или пузырьком в изотропном турбулентном потоке – в [4], массоперенос вокруг тонкой капли в нелинейном продольно-ползучем течении – в [5], массоперенос вокруг сферических пузырьков, капель и твердых частиц в одноосных и двухосных нелинейных ползущих течениях – в [6], массообмен вокруг сферической капли двойной эмульсии в однородном ползучем потоке и при больших числах Пекле – в [7], точные решения уравнений конвективной диффузии с переменными коэффициентами – в работе [8]. А классы нелинейных уравнений массообмена с переменными коэффициентами, решенные с функциональным разделением переменных, исследованы в работе [9].

Особенность задачи (1), (4): 1) величина $\mu_0 = k_v / Pe$ – постоянная и 2) $Pe \to \infty$. При таких же предположениях, но в случае, когда функция F(C) удовлетворяет условиям $F(0) = 0$, $F'(0) > 0$, а.р. решения внутри капли построено в работе [10], вне капли построено в работе [11]. В этих случаях асимптотики носят степенной характер.

Заметим, что в случае, когда $F(0) = 0$, $F'(0) > 0$, главный член разложения функции $F(C)$ при $C \to 0$ носит линейный характер.

В данной работе предполагается, что:

$$F: R^1 \to R^1,\ F(0) = 0,\ F'(0) = 0,\ 0 < F''(u) \quad (5)$$

и справедливо представление:

$$F(u) = u^2 + F_2u^4 + F_3u^6 + F_4u^8 + F_5u^{10} + O(u^{12}), \quad (6)$$

При $u \to 0$. В этом случае главный член разложения имеет квадратичную структуру, что приводит к появлению медленно убывающих членов по пространственной переменной логарифмического типа на бесконечности.

Цель работы: исследовать задачу (1), (4) в малой окрестности капли: сначала строится асимптотика по $\varepsilon = (Pe)^{-1/2}$, затем строится асимптотика на бесконечности по пространственной переменной как решение обыкновенного дифференциального уравнения. Для исследования асимптотики используется Maple.

Новизна работы состоит в том, что построено а.р. решения на бесконечности по пространственной переменной в диффузионном пограничном слое около капли. Затем методом согласования а.р. получено решение в эллиптическом пограничном слое. Полученные а. р. используются для численного моделирования решения около границы.

Диффузионный пограничный слой

Уравнение (1) с учетом обозначений $\varepsilon = (Pe)^{-1/2}$ и $\mu_0 = k_v / Pe$ перепишем в виде:

$$\varepsilon^2 \Delta C - \frac{1}{r^2 sin\theta}\left(\frac{\partial C}{\partial r}\frac{\partial \psi}{\partial \theta} - \frac{\partial C}{\partial \theta}\frac{\partial \psi}{\partial r}\right) - \mu_0 F(C) = 0. \quad (7)$$

В диффузном слое переходим к переменным $t = \varepsilon^{-1}(r - 1)$, θ. Асимптотическое разложение решения ищется в виде ряда:

$$c(t,\theta,\varepsilon) = c_0(t,\theta) + \varepsilon c_1(t,\theta). \quad (8)$$

Функцию $F(C)$, а также функцию тока ψ заменим главными членами разложения в окрестности $c_0(t,\theta)$. Тогда для главного члена $c_0(t,\theta)$ в области $0 < \theta < \pi$, $0 < t$ получается уравнение:

$$\frac{\partial^2 c_0}{\partial t^2} - \frac{t\cos\theta}{\lambda+1}\frac{\partial c_0}{\partial t} + \frac{\sin\theta}{2(\lambda+1)}\frac{\partial c_0}{\partial \theta} - \mu_0 F\left(c_0(t,\theta)\right) = 0, \quad (9)$$

и условия

$$c_0(0,\theta) = 1;\ c_0(t,\theta) \to 0 \text{ при } t \to \infty,\ \frac{\partial c_0}{\partial \theta}(t,\pi) = 0. \quad (10)$$

Асимптотическое разложение для $c_0(t,\theta)$ при $\theta \to 0$ строится в виде:

$$u(x) + O(\theta^2), \quad (11)$$

где $x = t/\sqrt{\lambda+1}$. Из уравнения пограничного слоя (9), при малых θ относительно $u(x)$ получаем:

$$u''(x) - xu'(x) - \mu F(u) = 0, \quad (12)$$

где $\mu = \mu_0(\lambda+1)$, учитывая условия (10), находим:

$$u(0) = 1, u(x) = O(1) \text{ при } x \to \infty. \quad (13)$$

Основной результат в этом пограничном слое состоит в следующем.

Теорема. Предположим, что выполнены условия (5), (6). Тогда найдется $\mu_1 > 0$ такое, что при всех $\mu \in (0, \mu_1)$ решение задачи (12), (13) при $x \to +\infty$ имеет а.р.

$$u\left(x\right)=\sum_{k=1}^{n}\frac{b_{0,k}}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{k}}+O\left(\frac{1}{ln^{n+1}\left(x\right)}\right) \tag{14}$$

для некоторого C, где:

$$\left.\begin{gathered}
b_{0,1}=1\ ,\quad b_{0,2}=const\ ,\quad b_{0,3}=b_{0,2}^{2}\ ,\ b_{0,4}=2F_2b_{0,2}+b_{0,2}^{3},\\
b_{0,5}=\frac{F_3+14F_2b_{0,2}^{2}+3b_{0,2}^{4}}{3}\ ,\quad b_{0,6}=\frac{5}{3}F_3b_{0,2}+\frac{25}{3}F_2b_{0,2}^{3}+2F_2^{2}b_{0,2}+b_{0,2}^{5},\\
b_{0,7}=b_{0,2}^{6}+13F_2b_{0,2}^{4}+\frac{152}{15}F_2^{2}b_{0,2}^{2}+5F_3b_{0,2}^{2}+\frac{4}{15}F_2F_3+\frac{1}{5}F_4,\\
b_{0,8}=b_{0,2}^{7}+\frac{168}{9}F_2b_{0,2}^{5}+\frac{1352}{45}F_2^{2}b_{0,2}^{3}+\frac{4}{3}F_2^{3}b_{0,2}+\frac{105}{9}F_3b_{0,2}^{3}+\frac{184}{45}F_2F_3b_{0,2}+\frac{7}{5}F_4b_{0,2},\\
b_{0,9}=b_{0,2}^{8}+\frac{76}{3}F_2b_{0,2}^{6}+\frac{1036}{15}F_2^{2}b_{0,2}^{4}+\frac{496}{35}F_2^{3}b_{0,2}^{2}+\frac{70}{3}F_3b_{0,2}^{4}+\\
+\frac{6952}{315}F_3F_2b_{0,2}^{2}+\frac{16}{105}F_2^{2}F_3+\frac{28}{5}F_4b_{0,2}^{2}+\frac{4}{35}F_2F_4+\frac{19}{63}F_3^{2}+\frac{1}{7}F_5,\\
b_{0,10}=b_{0,2}^{9}+\frac{63}{2}F_2b_{0,2}^{7}+\frac{666}{5}F_2^{2}b_{0,2}^{5}+\frac{21262}{315}F_2^{3}b_{0,2}^{3}+42F_3b_{0,2}^{5}+\\
+\frac{2}{3}F_2^{4}b_{0,2}+\frac{16379}{210}F_3F_2b_{0,2}^{3}+\frac{1664}{315}F_2^{2}F_3b_{0,2}+\frac{84}{5}F_4b_{0,2}^{3}+\frac{219}{70}F_2F_4b_{0,2}+\\
+\frac{19}{7}F_3^{2}b_{0,2}+\frac{9}{7}F_5b_{0,2}.
\end{gathered}\right\} \tag{15}$$

Справедливы неравенства $u > 0$, $u < 0$ при $x > 0$. Такое решение единственно в классе ограниченных функций.

Доказательство теоремы. Сначала строится асимптотическое решение вида (14). Коэффициенты разложения находим, применяя метод неопределенных коэффициентов в среде Maple. Особенность задачи состоит в том, что структура асимптотики носит медленно убывающий характер на бесконечности. Приходится строить достаточное число членов асимптотики. Сперва в программе Maple наберем частичную сумму ряда порядка n (n = 10) :

$$>u:=u:=\sum_{k=1}^{10}\frac{b_{0,k}}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{k}}\ . \tag{16}$$

Вычислим производную данного ряда:

$$>du:=x\to diff\left(u,x\right):\ >du\left(x\right);$$

$$\frac{du}{dx}=\sum_{k=1}^{10}\frac{-\mu k b_{0,k}}{x\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{k+1}}\ . \tag{17}$$

Вторая производная ряда имеет оценку порядка $O\left(\frac{1}{x^{2}}\right)$, поэтому ее не будем учитывать. Сохраняем лишь медленно убывающие члены. Находим степень $>expand\left(\left(u\right)^{2}\right);$

и находим u^{2}, затем после каждой операции удаляем степени выше 11.

Итак, находим:

$$u^{2}=\sum_{i=1}^{5}\frac{b_{0,i}^{2}}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{2i}}+\frac{2b_{0,1}b_{0,2}}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{3}}+\frac{2b_{0,1}b_{0,3}}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{4}}+\sum_{\substack{i=1\\ i+j=5}}^{2}\frac{2b_{0,i}b_{0,j}}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{5}}+$$

$$+\sum_{\substack{i=1\\ i+j=6}}^{2}\frac{2b_{0,i}b_{0,j}}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{6}}+\sum_{\substack{i=1\\ i+j=7}}^{3}\frac{2b_{0,i}b_{0,j}}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{7}}+\sum_{\substack{i=1\\ i+j=8}}^{3}\frac{2b_{0,i}b_{0,j}}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{8}}+\sum_{\substack{i=1\\ i+j=9}}^{4}\frac{2b_{0,i}b_{0,j}}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{9}}+$$

$$+\sum_{\substack{i=1\\ i+j=10}}^{4}\frac{2b_{0,i}b_{0,j}}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{10}}+\sum_{\substack{i=1\\ i+j=11}}^{5}\frac{2b_{0,i}b_{0,j}}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{11}};$$

Так же вычисляются четвертая и шестая степени, опустим их вид в силу большого количества членов: $> expand\left(u^4\right);$: $> expand\left(u^6\right);$ далее находим:

$> expand\left(u^8\right);$

$$u^8 = \frac{b_{0,1}^8}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^8} + \frac{56b_{0,1}^6 b_{0,2} b_{0,3}}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{11}} + \frac{56b_{0,1}^5 b_{0,2}^3}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{11}} + \frac{8b_{0,1}^7 b_{0,2}}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^9} + \\ + \frac{8b_{0,1}^7 b_{0,3}}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{10}} + \frac{28b_{0,1}^6 b_{0,2}^2}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{10}} + \frac{8b_{0,1}^7 b_{0,4}}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{11}};$$

$> expand\left(u^{10}\right);$

$$u^{10} = \frac{10b_{0,1}^9 b_{0,2}}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{11}} + \frac{b_{0,1}^{10}}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^{10}};$$

затем находим:

$> eq := -x\cdot du\left(x\right) - \mu\cdot\left(u^2 + F_2\cdot u^4 + F_3\cdot u^6 + F_4\cdot u^8 + F_5\cdot u^{10}\right);$

Далее находим p,

$> p := expand\left(eq\right);$

А затем находим коэффициенты (здесь приходится вводить для коэффициентов при одинаковых степенях новые обозначения):

$> b[1] := coeff\left(p, \frac{1}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^2}\right);$ $b_1 = -\mu b_{0,1}^2 + b_{0,1}\mu;$

$> b[2] := coeff\left(p, \frac{1}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^3}\right);$ $b_2 = -2\mu b_{0,1} b_{0,2} + 2\mu b_{0,2};$

$> b[3] := coeff\left(p, \frac{1}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^4}\right);$ $b_3 = -\mu\left(2b_{0,1}b_{0,3} + b_{0,2}^2\right) + 3b_{0,3}\mu;$

$> b[4] := coeff\left(p, \frac{1}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^5}\right);$ $b_4 = -4\mu F_2 b_{0,1}^3 b_{0,2} - 2\mu b_{0,1} b_{0,4} - 2\mu b_{0,2} b_{0,3} + 4\mu b_{0,4};$

$> b[5] := coeff\left(p, \frac{1}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^6}\right);$

$b_5 = -\mu F_3 b_{0,1}^6 - 4\mu F_2 b_{0,1}^3 b_{0,3} - 6\mu F_2 b_{0,1}^2 b_{0,2}^2 - 2\mu b_{0,1} b_{0,5} - 2\mu b_{0,2} b_{0,4} - \mu b_{0,3}^2 + 5\mu b_{0,5};$

$> b[6] := coeff\left(p, \frac{1}{\left(\mu\ln\left(x\right)+C\right)^7}\right);$

$$b_6=-6\mu F_3 b_{0,1}^5 b_{0,2}-4\mu F_2 b_{0,1}^3 b_{0,4}-12\mu F_2 b_{0,1}^2 b_{0,2} b_{0,3}-4\mu F_2 b_{0,1} b_{0,3}^2$$

$$-2\mu b_{0,1} b_{0,6}-2\mu b_{0,2} b_{0,5}-2\mu b_{0,3} b_{0,4}+6\mu b_{0,6} \;,$$

$$> b[7]:=coeff\left(g,\frac{1}{\left(\mu\ln(x)+C\right)^8}\right);$$

$$b_7=-\mu F_4 b_{0,1}^8-6\mu F_3 b_{0,1}^5 b_{0,3}-15\mu F_3 b_{0,1}^4 b_{0,2}^2-4\mu F_2 b_{0,1}^3 b_{0,5}$$

$$-12\mu F_2 b_{0,1}^2 b_{0,2} b_{0,4}-6\mu F_2 b_{0,1}^2 b_{0,3}^2-12\mu F_2 b_{0,1} b_{0,2}^2 b_{0,3}-\mu F_2 b_{0,2}^4$$

$$-2\mu b_{0,1} b_{0,7}-2\mu b_{0,2} b_{0,6}-2\mu b_{0,3} b_{0,5}-\mu b_{0,4}^2+7\mu b_{0,7} \;, \ldots$$

Далее получаем выражения для b_8, b_9, b_{10}. Из полученных выражений, приравнивая к нулю, находим искомые коэффициенты:

$b_1=-\mu\cdot b_{0,1}^2+b_{0,1}\cdot\mu=0$; $-\mu\cdot b_{0,1}\cdot\left(b_{0,1}-1\right)=0$, отсюда находим $b_{0,1}=1$,

$b_2=-2\mu b_{0,1} b_{0,2}+2\mu b_{0,2}=0$, тогда $b_{0,2}=const$, аналогично находим

$$b_3=-\mu\left(2b_{0,1}b_{0,3}+b_{0,2}^2\right)+3\mu b_{0,3}=0, \quad b_{0,3}=b_{0,2}^2, \quad b_{0,4}=2F_2 b_{0,2}+b_{0,2}^3,$$

$$b_{0,5}=\frac{F_3+14F_2 b_{0,2}^2+3b_{0,2}^4}{3}, \quad b_{0,6}=\frac{5}{3}F_3 b_{0,2}+\frac{25}{3}F_2 b_{0,2}^3+2F_2^2 b_{0,2}+b_{0,2}^5,$$

$$b_{0,7}=b_{0,2}^6+13F_2 b_{0,2}^4+\frac{152}{15}F_2^2 b_{0,2}^2+5F_3 b_{0,2}^2+\frac{4}{15}F_2F_3+\frac{1}{5}F_4, \ldots$$

Таким образом, продолжая аналогично, получаем справедливость выражений (15) для коэффициентов.

Итак, построено формальное асимптотическое разложение решения порядка n (n =10). С учетом медленного убывания слагаемых ряда и в целях численного моделирования приходится находить достаточное количество слагаемых. Далее обоснование формальной асимптотики доказывается так же, как и в теореме 1 работы [11].

Область задней критической точки

В этом пограничном слое решение строится в переменных

$$x=\varepsilon^{-1}(\lambda+1)^{-\frac{1}{2}}(r-1),\ \xi=\varepsilon^{-1}(\lambda+1)^{-\frac{1}{2}}\theta.$$

Для главного члена асимптотики получаем уравнение:

$$\frac{\partial^2 v(x,\xi)}{\partial\xi^2}+\frac{\partial^2 v(x,\xi)}{\partial x^2}-t\frac{\partial v(x,\xi)}{\partial x}+\left(\frac{\xi}{2}+\frac{1}{\xi}\right)\frac{\partial v(x,\xi)}{\partial\xi}-\mu(\lambda+1)F\left(v(x,\xi)\right)=0, \quad (18)$$

и условия:

$$v(0,\xi)=1;\frac{\partial v(x,\xi)}{\partial\xi}=0 \text{ при } \xi=0, \quad (19)$$

$$v(x,\xi)-u(x)\to 0 \text{ при } x\to+\infty \quad (20)$$

Из теоремы, рассмотренной выше, получаем, что функция u(x) удовлетворяет условиям (18) – (20).

Численное моделирование

Переходим к численному моделированию решений задачи (12), (13). В а. р. (15) есть произвольная константа $b_{0,2}$. Это дает возможность удовлетворить граничным условиям (13). Уравнение (12) перепишем в виде системы:

$$\begin{cases} u'(x) = z(x) \\ z'(x) = xz(x) + \mu F(u(x)) \end{cases}. \qquad (21)$$

Функцию $F(u(x))$ перепишем в виде суммы $F(c_0) + F'(c_0)(u(x) - c_0)$. Начальные условия получим, пользуясь теоремой:

$$u(X_0) = u_0,\ z(X_0) = z_0, \qquad (22)$$

где постоянные u_0, z_0 определяются из выражения (16) и ее производной (17), например в точке $X_0 = 150$.

Для определения постоянной $b_{0,2}$ выбираем промежуток (a,b), например $a = 0.01$, $b = 20$. Далее постоянная $b_{0,2}$ находится методом половинного деления, при этом требуется выполнение граничного условия $u(0) = 1$.

Рассмотрим случай, когда $F(u) = u^2 - u^4$. Методом Эйлера получены следующие результаты, например:

$\mu = 0.5$, $u = 1.0000$; $z = -0.8468$; $C = 0.9626$,
$\mu = 1$, $u = 1.0000$; $z = -0.8891$; $C = 0.2435$;

$\mu = 2$, $u = 1.0000$; $z = -0.9286$; $C = 0.6043$,
$\mu = 3$, $u = 1.0000$; $z = -0.9657$; $C = 1.6021$.

Заключение

В работе показано, что а.р. решения в диффузионном пограничном слое на бесконечности по пространственной переменной имеет логарифмическую структуру. Методом согласования а.р. решений диффузионного и эллиптического пограничных слоев в промежуточном пограничном слое получена аналогичная структура в эллиптическом слое.

Заметим, что в работе проведено математическое моделирование процесса массообмена методом согласования а.р. в двух пограничных слоях, описаны этапы программного построения а.р. с использованием программы Maple. Затем полученные результаты использованы для разработки алгоритма численного метода решения краевой задачи. Работа представляет теоретический интерес в области математической физики, а также практически может быть использована в химической технологии при анализе процесса массообмена около капли.

Список литературы

1. Гупало Ю.П., Полянин А.Д., Рязанцев Ю.С. Массотеплообмен реагирующих частиц с потоком. М.: Наука, 1985. 336 с.

2. Животягин А.Ф. Влияние гомогенной химической реакции на распределение концентрации в диффузном следе капли // Вестник Московского университета. Сер. 1. Математика и механика. 1980. № 6. С. 73-78.

3. Favelukis M., Lavrenteva O.M., Nir A. On the evolution and breakup of slender drops in an extensional flow. Phys. Fluids. 2012. Vol. 24. P. 043101.

4. Келбалиев Г. И. Массообмен между каплей или газовым пузырем и изотропным турбулентным потоком // Теоретические основы химической технологии. 2012. Том 46. № 5. С. 554-562.

5. Favelukis M. Mass transfer around a slender drop in a nonlinear extensional flow. Nonlinear Eng. 2019. V. 8. P. 117-126.

6. Favelukis M. Mass transfer around bubbles, drops, and particles in uniaxial and biaxial nonlinear extensional flows. AIChE. 2019. V. 65. P. 398-408.

7. Favelukis M. Mass transfer around a compound drop in an extensional flow. Can. J. Chem. Eng. 2021. V. 99. P. S800-S808.

8. Полянин А.Д. Редукции и новые точные решения нелинейных уравнений конвективной диффузии с переменными коэффициентами // Вестник национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». 2018. Т. 7. № 6. С. 497-507. DOI: 10.1134/S2304487X1806010X.

9. Полянин А.Д. Точные решения в неявном виде нелинейных уравнений конвективного массо- и теплопереноса с переменными коэффициентами // Вестник национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». 2019. Т. 8. № 5. С. 415-427. DOI: 0.1134/S2304487X19040084.

10. Ахметов Р.Г., Милюкова А.В. Асимптотические решения задачи конвективной диффузии внутри капли, обтекаемой потоком жидкости // Современные наукоемкие технологии. 2018. № 9. С. 29-34.

11. Ахметов Р.Г., Ложкина Е.В. Компьютерное моделирование процесса массообмена в окрестности капли с учётом объёмной нелинейной химической реакции // Современные наукоемкие технологии. 2021. № 6. С. 9-16.