УДК 372.851

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ-МАТЕМАТИКОВ ПЕДВУЗА К ОБУЧЕНИЮ УЧАЩИХСЯ ГЕОМЕТРИИ В КОНТЕКСТЕ УКРУПНЕНИЯ ДИДАКТИЧЕСКИХ ЕДИНИЦ

Ульянова И.В.

ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический университет имени М.Е. Евсевьева», Саранск, e-mail: klyaksa13r@gmail.com

В современном обществе особенно востребованными являются люди, обладающие прочными математическими знаниями и умениями. Геометрия среди многих математических разделов занимает особое место, в большей степени способствуя формированию у человека способности творчески осознавать и преобразовывать действительность, вносить рациональные предположения, успешно аргументируя свои доводы и опровергая чужие, исследовать мир сквозь призму пространственных форм и объектов. Между тем одной из проблем современной школы выступает необходимость повышения качества геометрического образования учащихся. В качестве причин этой проблемы исследователи называют разные явления. На наш взгляд, одной из них может быть названа сегодняшняя загруженность учителей и учеников, приводящая к дефициту учебного времени. Тогда для разрешения указанной проблемы целесообразно обратиться к технологии укрупнения дидактических единиц (УДЕ). Она предполагает переструктурирование изучаемого материала и его группирование в крупные блоки, что способствует более прочному, осознанному и качественному восприятию учебного предмета учащимися при меньших временных затратах. Однако для эффективного применения технологии УДЕ в обучении школьников, целесообразно еще на стадии подготовки будущих учителей-предметников в педвузах осуществлять специальную методическую подготовку студентов. В статье автор определяет понятие методической задачи как основного средства такой подготовки, приводятся примеры соответствующих задач, целесообразных для использования на разных этапах подготовки студентов в контексте изучения ими такой вузовской дисциплины, как «Элементарная математика».

Ключевые слова: методическая задача, геометрия, технология укрупнения дидактических единиц, УДЕ, элементарная математика

METHODICAL PROBLEMS AS A MEANS OF PREPARING MATHEMATICS STUDENTS OF THE PEDAGOGICAL UNIVERSITY TO TEACH STUDENTS OF GEOMETRY IN THE CONTEXT OF THE ENLARGEMENT OF THE DIDACTIC UNITS

Ulyanova I.V.

Mordovian State Pedagogical University named after M.E. Evsevev, Saransk, e-mail: klyaksa13r@gmail.com

In modern society, people with strong mathematical knowledge and skills are especially in demand. Geometry occupies a special place among many mathematical sections. It is more contributing to the formation of a person's ability to creatively recognize and transform reality, make rational assumptions, successfully arguing one's arguments and refuting others' ones, and exploring the world through spatial forms and objects. Meanwhile, one of the problems of the modern school is the quality improvement of the geometric education of pupils. Researchers cite various phenomena as the causes of this problem. In our opinion, one of them can be called today's workload of teachers and pupils, leading to a shortage of study time. Then, to solve this problem, it is advisable to turn to the technology of enlargement of the didactic units (EDU). It involves the restructuring of the studied material and its grouping into large blocks, which contributes to a more solid, conscious and high-quality perception of the subject by students at a lower time cost. However, for the effective use of EDU technology in teaching schoolchildren, it is advisable to carry out special methodical training of students at the stage of training future teachers of mathematics in pedagogical universities. In the article, the author defines the concept of a methodical problem as the main means of such training, provides examples of relevant tasks that are appropriate for use at different stages of student training in the context of their study of such university discipline as «Elementary Mathematics».

Keywords: methodical problem, geometry, technology of the enlargement of the didactic units, EDU, elementary mathematics

Не секрет, что у современного школьника изучение геометрии вызывает значительные трудности. Учащиеся не любят и не понимают этот предмет, что подтверждает хотя бы то, что средние баллы за геометрические задания выпускных экзаменов последних лет традиционно оказываются самыми низкими среди всех баллов ОГЭ и ЕГЭ по математике. Причин этому может быть несколько, одна из которых – недостаточная эффективность современных методик и технологий обучения. В условиях сегодняшней загрузки учителей и учеников, приводящей к дефициту учебного времени, для повышения качества геометрического образования учащихся, на наш взгляд, имеет смысл обратиться к технологии укрупнения дидактических единиц (УДЕ) [1; 2]. Эта технология предполагает переструктурирование изучаемого материала и его группирование в крупные блоки, что способствует более прочному, осознанному и качественному восприятию обучаемыми содержания учебного предмета при меньших временных затратах. Значит, зародившись в 1960-х гг. эта технология не потеряла актуальности и сегодня.

В практике обучения в российских школах технология УДЕ до сих пор многими учителями нередко воспринимается как новаторская, инновационная технология обучения, так как они в лучшем случае слышали о ней, но не владеют достаточными навыками использования ее приемов и средств обучения. В связи с этим уже на этапе подготовки будущих учителей-предметников в педвузах необходимо организовывать специальную методическую подготовку слушателей к обучению учащихся геометрии в контексте УДЕ.

Целью исследования стал поиск и разработка средств методической подготовки студентов-математиков педвуза к обучению учащихся геометрии в контексте укрупнения дидактических единиц.

Материалы и методы исследования

Методами исследования явились: изучение научной и учебно-математической литературы, педагогическое моделирование, анализ и обобщение педагогического опыта преподавателей геометрии, обработка результатов исследования. Материалы исследования могут быть интересны как преподавателям педагогических вузов, так и учителям математики.

Результаты исследования и их обсуждение

Основным видом деятельности в изучении математики выступает решение задач. Через него учащийся познает изучаемый предмет, а учитель осуществляет достижение образовательных целей. В нашем исследовании задача должна не только быть носителем предметного содержания математики, но отражать методический характер подготовки студентов педвуза к будущей профессии. Поэтому, на наш взгляд, основным средством подготовки студентов-математиков педвуза к обучению учащихся геометрии в контексте УДЕ будет выступать методическая задача. *Методическая задача* есть предметно-содержательная модель деятельности учителя и/или учащихся, построенная для достижения конкретных учебных целей, обусловленных предметным содержанием. Данная модель представляет собой систему M = {A; B}, где A – предметная составляющая содержания частных учебных задач, B – методическая составляющая решения частных учебных задач. Компоненты A и B данной системы M представляют собой множество элементов, также взаимосвязанных между собой через некоторые свойства и отношения так, что образуется система. В частности, в обучении геометрии:

− компонент A включает в себя элементы предметного математического содержания, связи и отношения между ними (математические понятия, теоремы, задачи, методы решения задач и т.д.);

− компонент B включает в себя дидактические приемы преподавателя (предъявление плана, демонстрацию образца, постановку вопросов и др.), действия учащихся по решению частных учебных задач, а также различные методические понятия и термины (интеграция, деятельностный подход, методика решения задачи, формирования понятия, работы с теоремой и т.д.).

В подготовке будущих учителей геометрии к обучению учащихся в контексте УДЕ можно использовать разные виды соответствующих методических задач [3]. В частности, это зависит от того, какое из *двух основных направлений* такой подготовки реализуется в практике обучения студентов:

1) фрагментарная методическая подготовка при изучении математических дисциплин в педвузе;

2) целенаправленная систематическая методическая подготовка при изучении специального курса.

Наибольшими возможностями для реализации первого направления на математических факультетах педвуза, на наш взгляд, обладает курс элементарной математики [4]. Он является хорошей площадкой для интеграции школьных и вузовских математических дисциплин в педвузе, а также вузовских дисциплин методической направленности.

Например, после решения студентами на занятиях по элементарной математике нескольких геометрических задач с помощью метода поворота им можно предложить следующие методические задачи 1.1–1.4.

1.1. *На основе анализа решенных Вами математических задач, перечислите действия* $д_i$ *($i \in N$), адекватные методу поворота.*

1.2. *Укажите алгоритм решения задач с помощью метода поворота. Обобщите его до алгоритма решения задач методом геометрических преобразований.*

1.3. *На основе одной из решенных Вами задач составьте систему задач* $з_i$ *($i \in N$) для обучения учащихся методу поворота в соответствии со следующими принципами:*

1) $з_1 \leftrightarrow д_1; з_2 \leftrightarrow д_2; з_3 \leftrightarrow д_3; \ldots;$

2) $з_1 \leftrightarrow д_1; з_2 \leftrightarrow д_1, д_2; з_3 \leftrightarrow д_1, д_2, д_3; \ldots;$

3) $з_1 \leftrightarrow д_1; з_2 \leftrightarrow д_1, д_2 \left(з_1 з_2\right); з_3 \leftrightarrow д_1, д_2, д_3 \left(з_2 з_3 \text{ или } з_1 з_3\right); \ldots.$

Учитываются ли какие-либо из данных принципов взаимосоответствия между задачей и действиями, адекватными методу ее решения, авторами школьных учебников при разработке последних?

1.4. *Подберите задачи, направленные на обучение учащихся интеграции метода поворота и других методов (одного или нескольких) решения задач по геометрии. Ответ поясните.*

Выполнение студентами приведенной серии методических задач 1.1–1.4 способствует видению ими деятельностной основы обучения учащихся в контексте технологии УДЕ, восприятию ими средств и методов соответствующего обучения учащихся, осознанию методической составляющей школьного курса геометрии и т.д.

Также при формировании у студентов-математиков методических умений по обучению учащихся геометрии в контексте УДЕ большими возможностями обладают не только серии методических задач, но и блоки укрупненных математических задач, интегрированные с методическими заданиями. Такие блоки направлены на понимание студентами предметного содержания решаемой математической задачи, воспринимаемого сквозь призму методического содержания. Для демонстрации сказанного обратимся к блоку взаимосвязанных задач 2.1–2.4.

2.1 *В прямоугольник ABCD вписаны два квадрата EFGM и MGNK так, как показано на рис. 1, А. Докажите, что точки A, E, G и K лежат на одной окружности. Представьте ваши рассуждения по решению данной задачи в виде граф-схемы.*

2.2 *Квадраты EFGM и MGNK расположены внутри прямоугольника ABCD так, как показано на рис. 1, А. Вычислите угол APB. Поясните эстетический компонент выбранного вами способа решения.*

2.3 *На рис. 1, А, ABCD – прямоугольник, EFGM и MGNK – квадраты. Определите, в каком отношении AP делит площадь прямоугольника ABCD, если AB = 6, AD = 8. Перечислите общие действия, адекватные решению данной задачи. Установите зависимость между данной задачей и решенными ранее задачами 2.1 и 2.2. Выделите прием, с помощью которого составлены задачи 2.2 и 2.3 на основе предыдущей.*

2.4 *Составьте и решите задачу, обратную к задаче 2.3.*

При решении задачи 2.1 в процессе математических рассуждений (развитии математической компоненты методической подготовки обучаемых) у студентов одновременно происходит и развитие методической компоненты их подготовки (табл. 1).

Развивая математическую компоненту в контексте выбранного второго направления решения задачи 2.1, нетрудно заметить, что если EM = MK, то M – середина гипотенузы прямоугольного ΔAEK, значит, AM = EM = KM как радиусы описанной около него окружности. Тогда AM = EM = GM = KM, то есть точки A, E, G и K действительно лежат на одной окружности, центр которой расположен в точке M.

Развивая методическую компоненту, студенты, выполняя явное задание методического характера (сформулированное в тексте задачи 2.1 и направленное на формирование у будущих учителей математики умений составлять и использовать в обучении учащихся одного из средств обучения в контексте УДЕ – граф-схем [5]), могут представить наглядную схему (рис. 2), на основании которой также становится очевидным план решения задачи 2.1.

При решении задачи 2.2 студенты первоначально могут обосновать, что точки A, E, G и K лежат на одной окружности. То есть фактически выполнить те же действия (повторить проведенные ранее рассуждения), что и при решении задачи 2.1. Далее, учитывая, что центр этой окружности – точка M, можно сделать вывод, что ∠GMK – центральный, причем опирается на ту же дугу GK, что и вписанный ∠GAK. Значит,

$$\angle GAK = 1/2 \cdot \angle GMK = 1/2 \cdot 90^\circ = 45^\circ.$$

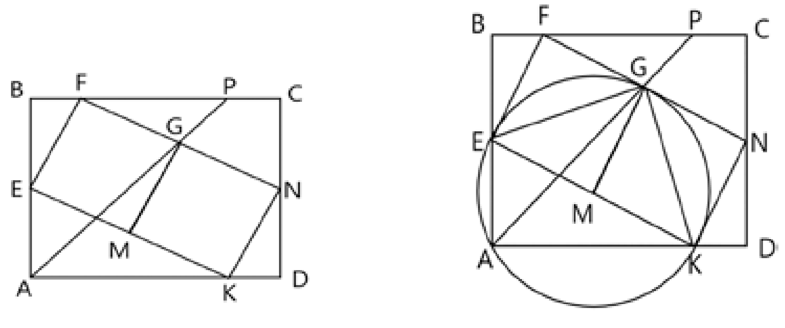
Отсюда ∠BPA = 45° как накрест лежащий с ∠GAK.

При работе с задачей 2.2 студенты, раскрывая ее методическую сторону через выполнение соответствующего методического задания, приходят к выводу, что эстетичность задачи 2.2 может быть обоснована появлением в решении окружности, о которой первоначально в ней ничего не говорилось. Эффект неожиданности, а также краткость решения демонстрируют красоту геометрических объектов и геометрии в целом [6].

Таблица 1

Математические и методические компоненты методической подготовки студентов при решении задачи 2.1

Компонент А (предметное содержание)	Компонент В (методическое содержание)
Пусть точки A, E, G и K лежат на одной окружности (рис. 1, Б). Следовательно: 1) эта окружность описана около четырехугольника AEGK; 2) точки A, E, G и K расположены на одном расстоянии от некоторой точки – центра этой окружности	Получение предварительной информации об объекте, выведение следствий из факта принадлежности объекта понятию
Если около четырехугольника AEGK описана окружность, то $\angle EAK + \angle EGK = 180°$ (или $\angle AEG + \angle AKG = 180°$). Значит, надо найти градусные меры двух противоположных углов четырехугольника AEGK и сложить их. Если точки A, E, G и K расположены на одном расстоянии от некоторой точки (которая будет центром окружности), то они будут концами четырех равных отрезков с общим концом, который в этом случае совпадет с центром этой окружности, а сами отрезки будут ее радиусами. Значит, надо искать равные отрезки, расположенные соответствующим образом	Планирование будущей деятельности, выдвижение гипотезы
По условию задачи очевидно, что $\angle EAK = 90°$ и $EM = GM = KM$ как стороны квадратов EFGM и MGNK. То есть, двигаясь в первом направлении, нам достаточно найти $\angle EGK$. А двигаясь во втором направлении, доказать, что хотя бы один из отрезков EM, GM или KM равен отрезку AM. Отсюда оба обозначенных направления равновозможные. Но так как второе направление дает нам больше оснований для развития темы задачи 4.1 (информации о задачной ситуации), позволяя увидеть еще и центр исследуемой окружности, то мы остановимся на этом направлении	Направленность на поиск нового, более информативного способа решения, объяснение выбора направления решения задачи, выбор основания прогнозирования



А) *Иллюстрация к условию задачи 2.1* **Б)** *Иллюстрация к решению задачи 2.1*

Рис. 1. Иллюстрации к задаче 2.1

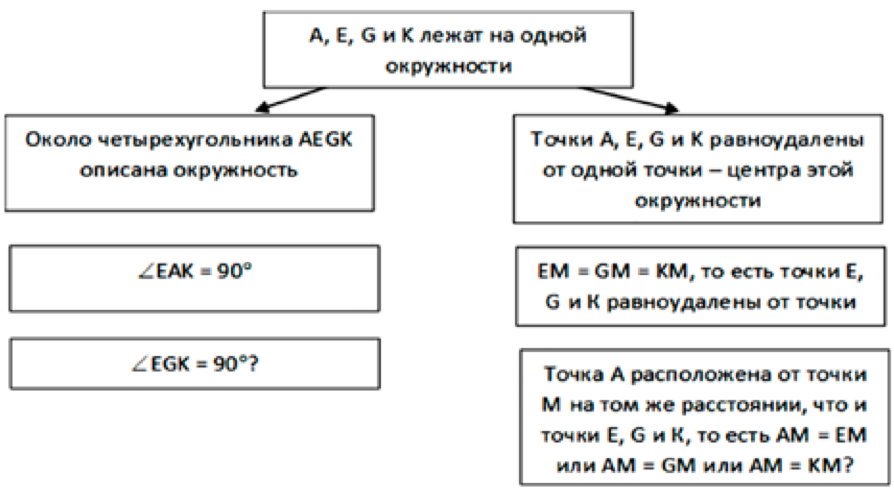


Рис. 2. Граф-схема, иллюстрирующая анализ задачи 2.1

Таблица 2

Действия, адекватные решениям задач 2.1–2.3

Задача 2.1	Задача 2.2	Задача 2.3
Докажем, что около четырехугольника AEGK можно описать окружность		
	Докажем, что $\angle BPA = 45°$	
		Вычислим площадь равнобедренного и прямоугольного ΔABP как половину произведения его катетов Вычислим площадь прямоугольника ABCD как произведение его смежных сторон Найдем отношение площади ΔABP к площади прямоугольника ABCD

Задача 2.3, в свою очередь, укрупняет решение задачи 2.2, как можно видеть из табл. 2. На основании этой таблицы можно утверждать, что $з_{4.1} \rightarrow з_{4.2} \rightarrow з_{4.3}$. При этом задача 2.2 получена на основе задачи 2.1 посредством замены требования последней при сохранении условия. Задача 2.3 получена из задачи 2.2 также посредством постановки нового требования, но при одновременном сохранении и расширении исходного условия. Осознание данных взаимосвязей между задачами способствует пониманию студентами оснований конструирования таких средств обучения учащихся в контексте технологии УДЕ как блоков взаимосвязанных задач [5].

При решении задачи 2.4 студенты знакомятся с таким приемом методической деятельности по обучению учащихся геометрии в контексте УДЕ как преобразование математической конструкции (задачи) посредством ее обращения.

Некоторые методические задачи, аналогичные приведенным выше, использовались нами в собственной практике обучения студентов-математиков педвузов. Как показывали текущие занятия со студентами и результаты контролирующих мероприятий, работа с такими задачами достаточно эффективно способствовала пониманию обучаемыми изучаемого предметного математического содержания (что также важно для учителя), а также – понимания специфики методики обучения учащихся предметному содержанию в контексте УДЕ [7].

Заключение

Итак, на основании проведенного исследования можно утверждать, что основным средством методической подготовки студентов-математиков педвуза к обучению учащихся геометрии в контексте укрупнения дидактических единиц выступают методические задачи. Через работу с ними будущие учителя математики приходят к пониманию возможностей разных средств обучения учащихся в контексте УДЕ: граф-схем, блоков укрупненных задач и др. При работе с такими задачами можно использовать разные специальные приемы обучения (исследования выполненных решений задач, поиска векторов развития темы задачи, установления связей между компонентами предметного содержания и др.) и формы обучения студентов (организации самостоятельного решения блоков задач студентами, составления новых задачных блоков, граф-схем и др.). Все это вкупе эффективно способствует становлению будущих учителей математики как активного пользователя технологии укрупнения дидактических единиц.

Исследование проведено в рамках гранта на проведение научно-исследовательских работ по приоритетным направлениям научной деятельности вузов-партнеров ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический университет им. М.Е. Евсевьева» и ФГБОУ ВО «Чувашский государственный педагогический университет им. И.Я. Яковлева» по теме «Обучение геометрии учащихся общеобразовательных учреждений в контексте укрупнения дидактических единиц».

Список литературы

1. Эрдниев П.М. Идея теории укрупнения дидактических единиц // Математика в школе. 1999. № 50. С. 26–31.

2. Микерова Г.Ж. Лингводидактические основы обучения русскому языку по технологии укрупненных дидактических единиц в начальных классах: дис. … докт. пед. наук. Майкоп, 2008. 381 с.

3. Зацепина Т.В., Зацепин А.В. Методические задачи как одно из средств формирования методических умений будущего учителя // Наука и образование. 2022. Т. 5. № 1. С. 238–245.

4. Лебедева С.В. Элементарная математика как основная дисциплина предметно-методической подготовки будущего учителя математики. Электронные библиотеки. 2019. Т. 22. № 5. С. 401–406. DOI: 10.26907/1562-5419-2019-22-5-401-406.

5. Ульянова И.В. Средства обучения учащихся геометрии в контексте укрупнения дидактических единиц // Наука и школа. 2016. № 3. С. 82–88.

6. Фирстова Н.И. Эстетическое воспитание при обучении математике в средней школе: учебное пособие. М.: Московский педагогический государственный университет (МПГУ): Прометей, 2013. 128 с.

7. Ульянова И.В., Сарванова Ж.А. Методика обучения учащихся решению геометрических задач в контексте укрупнения дидактических единиц // Учебный эксперимент в образовании. 2022. № 3 (122). С. 8997.