

УДК 004.94

ОПТИМИЗАЦИОННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ТЕРРИТОРИАЛЬНО-ПРОИЗВОДСТВЕННОГО КЛАСТЕРА

¹Киренберг А.Г., ²Кисляков И.М., ^{1,3}Медведев А.В., ¹Прокопенко Е.В.

¹ФГБОУ ВО «Кузбасский государственный технический университет
им. Т.Ф. Горбачева», Кемерово;

²Кемеровский институт (филиал) Российского экономического университета
имени Г.В. Плеханова, Кемерово;

³Кемеровский государственный университет, Кемерово, e-mail: alexm_62@mail.ru

Статья посвящена описанию постановки задачи и построению математической модели оценки экономической эффективности территориально-производственного кластера как сложной социально-экономической системы. Рассмотрены некоторые модельные подходы к решению указанной задачи, проведен их краткий анализ. Математическая модель кластера строится на основе оптимизационного подхода и является многокритериальной задачей линейного программирования, основной идеей применения которой представляется выявление экономического потенциала кластера. Знание максимальных инвестиционно-производственных возможностей кластерной структуры позволит принимать управленческие решения, мотивирующие экономических агентов к участию в кластере, задействовать рыночные механизмы внедрения инноваций в конкретные производственные отрасли или направления экономической деятельности территорий, а также сориентирует на выявление оптимальных объемов и пропорций осуществляемых ими инвестиционных, производственных и финансовых затрат с учетом маркетинговых, транзакционных, инновационных, инфраструктурных, экологических, финансовых и других аспектов функционирования кластера. В работе обосновано существование решения задачи, соответствующей представленной математической модели, что позволяет использовать эффективные численные методы ее анализа и разрабатывать системы поддержки принятия инвестиционных, производственных и финансовых решений относительно выбора оптимальных объемов инвестиций, производства продукции предприятиями кластера, способов финансирования его деятельности.

Ключевые слова: территориально-производственный кластер, инновации, оптимизационный подход, многокритериальная задача линейного программирования, система поддержки принятия решений

AN OPTIMIZATION MATHEMATICAL MODEL FOR ASSESSING THE ECONOMIC EFFICIENCY OF A TERRITORIAL-PRODUCTION CLUSTER

¹Kirenberg A.G., ²Kislyakov I.M., ^{1,3}Medvedev A.V., ¹Prokopenko E.V.

¹Kuzbass State Technical University, Kemerovo;

²Kemerovo Institute (branch) of the Russian Economic University named after G.V. Plekhanov, Kemerovo;

³Kemerovo State University, Kemerovo, e-mail: alexm_62@mail.ru

The article is devoted to the description of the problem statement and the construction of a mathematical model for assessing the economic efficiency of a territorial-production cluster as a complex socio-economic system. Some model approaches to solving this problem are considered, and their brief analysis is carried out. The mathematical model of the cluster is based on the optimization approach and is a multi-criteria linear programming problem, the main idea of which is to identify the economic potential of the cluster. Knowledge of the maximum investment and production capabilities of the cluster structure will make it possible to make managerial decisions that motivate economic agents to participate in the cluster, to use market mechanisms for introducing innovations in specific production sectors or areas of economic activity of the territories, and will also focus on identifying the optimal volumes and proportions of investment, production and financial costs, taking into account marketing, transaction, innovation, infrastructural, environmental, financial and other aspects of the functioning of the cluster. The paper substantiates the existence of a solution to the problem corresponding to the presented mathematical model, which makes it possible to use effective numerical methods for its analysis and develop systems to support the adoption of investment, production and financial decisions regarding the choice of optimal investment volumes, production of products by cluster enterprises, and methods of financing its activities.

Keywords: territorial-production cluster, innovations, optimization approach, multicriteria linear programming problem, decision support system

Проблема экономико-математического моделирования деятельности и оценки экономической эффективности территориально-производственных кластеров (ТПК) остается весьма актуальной [1, 2], прежде всего в связи с использованием моделей ТПК для решения задач планирования

и прогнозирования социально-экономического развития регионов. Математические модели ТПК базируются преимущественно на имитационном подходе, использующем методы анализа инвестиционных, производственных и финансовых потоков, циркуляция и динамика которых матема-

тически описывается дифференциальными уравнениями первого порядка. Не менее популярными остаются регрессионно-статистический [3] и экспертный [4] подходы, позволяющие строить и оценивать эффективность ТПК через регрессионные уравнения связи факторов с учетом их экспертных оценок. В работе [5] рассмотрена оптимизационная линейная модель кластера с заданным частным набором коэффициентов удельных ресурсных затрат в экономической системе. В данной работе рассматривается подход к анализу ТПК, включающий линейную оптимизационную модель его развития, ориентированную на использование описанного в [6] автоматизированного комплекса многопараметрического анализа указанной модели, представляющих соответствующую систему поддержки принятия решений с учетом эколого-экономического комплекса [7] проблем угледобывающей территории.

Материалы и методы исследования

Рассмотрим следующую содержательную постановку задачи, описывающую деятельность ТПК. Пусть на некоторой экономической территории функционирует совокупность организаций, объединенная в ТПК, связанная с производством и реализацией n видов продукции (товаров и/или услуг). Для производства каждого вида продукции используется комплект основных производственных фондов (комплект ОПФ), имеющий следующие характеристики: c_k – рыночная стоимость k -го комплекта ОПФ (денежных единиц, д.е.); V_k – производительность k -го комплекта ОПФ (количество единиц продукции, производимой данным комплектом; ед.прод./комплект ОПФ); T_k – срок полезного использования k -го комплекта ОПФ (экономических циклов, э.ц.). Предполагается, что стоимость комплектов ОПФ включает стоимости всех составляющих его материальных и нематериальных активов, без которых невозможно производство и реализация соответствующей продукции. Иначе говоря, в ОПФ осуществлены соответствующие капиталовложения (инвестиции). Производимая на указанных комплектах ОПФ (в соответствии с принципом чистых отраслей) продукция n видов имеет различную рыночную цену P_k единицы k -го вида и различный стоимостной спрос q_k на продукцию k -го вида, определяемый на территории долей рынка, занимаемой производимой продукцией. Производство k -го вида продукции характеризуется своими условиями (трудозатрат β_k и материалоемкостью p_k), как экспертно задаваемыми долями общепроизводственных

затрат на производство продукции), а также своими управленческим и рыночным окружением (системой управления, условиями финансирования, уровнем инфляции, горизонтом планирования и пр.). Для удобства проекта производства некоторого вида продукции в кластере далее будем также называть проектом кластера. Введем следующие

обозначения: $R = \sum_{k=1}^n R_k$, $Z = \sum_{k=1}^n Z_k$ – со-

ответственно суммарные общие доходы и расходы предприятий кластера, где R_k , Z_k – соответственно доходы и расходы предприятий, производящих k -й вид продукции; $Z = Am_k + F_k + N_{1k} + N_{2k} + N_{4k} + N_{5k} + z_k$ – общие расходы в кластере; где Am_k – амортизация ОПФ предприятий кластера, производящих k -й вид продукции; F_k – фонд оплаты труда (ФОТ) на предприятиях кластера, производящих k -й вид продукции; N_{1k} – налог на добавленную стоимость (НДС) предприятий кластера, производящих k -й вид продукции; N_{2k} – налог на имущество (НИ) предприятий кластера, производящих k -й вид продукции; N_3 – налог на прибыль (НП) предприятий кластера, производящих k -й вид продукции; N_4 – страховые взносы в социальные фонды (СВ), предприятий кластера, производящих k -й вид продукции; N_{5k} – дополнительные (страховочные) затраты предприятий кластера, производящих k -й вид продукции (в том числе экологические штрафы, метод учета которых представлен, например, в [7], другие налоговые и неналоговые затратные потоки, пропорциональные объемам производства продукции в материальном или финансовом отношении при функционировании ТПК); α_i ($i = 1, \dots, 5$) – соответствующие средние ставки указанных налоговых и неналоговых затрат; z – суммарные оборотные расходы предприятий кластера; z_k – оборотные расходы предприятий кластера, производящих k -й вид продукцию; $W_k = (1 - \alpha_3)(R_k - Z_k)$ – чистая прибыль предприятий кластера, производящих k -й вид продукции; S_k^0 – остаточная стоимость ОПФ предприятий кластера, производящих k -й вид продукции; $DSP = DSP_0 + W + Cr_p + Dot_p$ – суммарные текущие средства всех предприятий кластера, где DSP_0 – начальные средства всех предприятий кластера; Cr_p – сумма кредитования текущей деятельности кластера; Dot_p – сумма дотаций (государственное или другое беспроцентное (безвозвратное) финансирование) на функционирование кластера; $DSC = DSC_0 + ZP_c + Cr_c + Dot_c$ – суммарные текущие средства домохозяйств ТПК, где DSC_0 – начальные средства домохозяйств ТПК; ZP_c – заработная плата домо-

хозяйств от предприятий ТПК; Cr_C – сумма кредитования домохозяйств, сотрудничающих с организациями ТПК; Dot_C – сумма дотаций (государственное или другое беспроцентное (безвозвратное) финансирование) домохозяйствам, сотрудничающим с организациями ТПК;

$$NPV_1 = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^5 \frac{N_i}{(1+r)^t} \rightarrow \max,$$

$$NPV_2 = \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^N \frac{W_k + S_k^0}{(1+r_k)^t} \rightarrow \max,$$

$$NPV_3 = \sum_{t=1}^T \frac{ZP_C}{(1+r)^t} \rightarrow \max -$$

критерии эффективности управляющего центра, производителя и потребителя соответственно, где r_k – ставки дисконтирования потоков в k -м проекте кластера, учитывающие инфляцию, уровень требований инвестора и другие экономические и политические риски деятельности предприятий кластера; r – ставка инфляции на горизонте T планирования развития ТПК. В таблице представлены классификация введенных параметров по группам, их единицы измерения, а также описаны содержательные ограничения деятельности ТПК, учитываемые в формируемой модели.

Отметим, что большинство приведенных в таблице показателей, характеризующих комплекты ОПФ и продукцию предприятий кластера, особенности ее производства и продажи, ограничения производства и окружающей рыночной среды, могут быть «считаны» при анализе рыночной информации из различных источников (сайты официальной экономической статистики, публикации открытой аналитики, открытая бухгалтерская отчетность предприятий и т.п.). Введем далее следующие обозначения переменных и комплексов: x_k – объем инвестиций в ОПФ k -го вида, {д.е.}; x_{n+k} – выручка от продажи продукции k -го вида, {д.е.}; x_{2n+1} – объем кредита, взятого на финансирование текущей деятельности предприятий кластера, {д.е.}; x_{2n+2} – объем дотации на финансирование как стратегической, так и тактической деятельности предприятий кластера, {д.е.}. Тогда

$$I = \sum_{k=1}^n x_k, \quad R = \sum_{k=1}^n x_{n+k}, \quad Am = \sum_{k=1}^n \frac{T}{T_k} x_k,$$

$$S^0 = \sum_{k=1}^n S_k^0 = \sum_{k=1}^n \left(1 - \frac{T}{T_k}\right) x_k, \quad F = \sum_{k=1}^n \beta_k Z_k,$$

$$z = \sum_{k=1}^n p_k z_k.$$

Количественные характеристики и ограничения деятельности ТПК

Группа характеристик	Идентификатор характеристики	Единица измерения	Содержательный смысл характеристики
Характеристики комплекта ОПФ k -го предприятия кластера	c_k	д.е./ед.ОПФ	стоимость комплекта ОПФ k -го вида
	T_k	э.ц.	срок службы комплекта ОПФ k -го вида
	V_k	ед.пр. / ед.ОПФ	производительность комплекта ОПФ k -го вида
	$\delta_k = P_k V_k / c_k$	%	фондоотдача комплекта ОПФ k -го вида
Характеристики k -й продукции кластера и особенности ее производства	P_k	д.е./ед.прод.	рыночная цена единицы продукции k -го вида
	q_k	д.е.	спрос на продукцию k -го вида
	β_k	%	доля общих затрат Z_k , используемая для оплаты труда при производстве k -й продукции (трудоемкость производства)
	p_k	%	доля общих затрат Z_k , используемая на приобретение сырья, материалов и другие текущие затраты, расходуемые в течение одного экономического цикла при производстве k -й продукции (материалоемкость производства)
Характеристики внешней среды, финансовые условия работы предприятий кластера	T_0	э.ц.	срок кредита на финансирование текущей деятельности
	r_0	%	ставка кредита на финансирование текущей деятельности
	Cr_{max}	д.е.	максимальная сумма кредита, взятого на финансирование текущей деятельности
	Dot_{max}	д.е.	максимальная сумма дотаций производителю
	I_{max}	д.е.	максимальная сумма инвестиций

Окончание таблицы			
Группа характеристик	Идентификатор характеристики	Единица измерения	Содержательный смысл характеристики
Риски функционирования предприятий кластера	$r_{инф}$	%	риск инфляции (учитывается через ставку инфляции)
	$r_{инв}$	%	риск требований инвестора (учитывается через ставку кредита и/или другие формы заимствований, в том числе с учетом дивидендной политики крупных предприятий кластера)
	$r = r_{инф} + r_{инв}$	%	общий риск
Ограничения функционирования кластера	ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ		
	Объем производства не выше производственных возможностей (мощностей)		
	Объем производства не выше спроса на продукцию		
	ИНВЕСТИЦИОННО-ФИНАНСОВЫЕ		
	$DS \geq 0$ – условие платежеспособности предприятий кластера на горизонте планирования T		
	$I \leq I_{max}$ – условие ограниченности инвестиций максимальной суммой на горизонте планирования T		
	$Cr \leq Cr_{max}$ – условие ограниченности кредитов максимальной суммой на горизонте планирования T		
$Dot \leq Dot_{max}$ – условие ограниченности дотаций максимальной суммой на горизонте планирования T			

Суммарные производственные затраты состоят из суммарных инвестиционных затрат I и текущих затрат Z , включающих текущие затраты Z_k каждого из n предприятий, производящих продукцию ТПК:

$$Z = \sum_{k=1}^n Z_k = \sum_{k=1}^n (\xi_k x_k + \zeta_k x_{n+k}), \text{ где } Z_k = \frac{Am_k + N_{1k} + N_{2k} + N_{5k}}{1 - (1 + \alpha_4)\beta_k - p_k}, N_1 = \sum_{k=1}^n N_{1k} = \alpha_1 \sum_{k=1}^n x_{n+k};$$

$$N_2 = \sum_{k=1}^n N_{2k} = \alpha_2 \sum_{k=1}^n \left(1 - \frac{T}{T_k}\right) x_k; N_3 = \sum_{k=1}^n N_{3k} = \sum_{k=1}^n \alpha_3 (R_k - Z_k); N_4 = \alpha_4 \sum_{k=1}^n \beta_k Z_k;$$

$$N_5 = \sum_{k=1}^n N_{5k} = \alpha_5 \sum_{k=1}^n x_{n+k}.$$

Следует отметить, что все содержательные потоки (доходов, расходов, прибыли, инвестиций, собственных средств, остаточной стоимости ОПФ и др.) зависят линейно от искомым переменных задачи $x_k, x_{n+k}, x_{2n+1}, x_{2n+2}$. Поэтому с учетом приведенных обозначений и ограничений, математическая модель ТПК в матричном виде примет форму следующей трехкритериальной задачи линейного программирования:

$$A_{(2n+4) \times (2n+2)} \mathbf{x}_{(2n+2) \times 1} \leq \mathbf{b}_{(2n+4) \times 1}, \mathbf{x}_{(2n+2) \times 1} \geq 0, NPV_1(x) \rightarrow \max, NPV_2(x) \rightarrow \max, NPV_3(x) \rightarrow \max, (*)$$

где

$$A = \left(\begin{array}{ccc|ccc|cc} (1-\alpha_3)\xi_1 & \dots & (1-\alpha_3)\xi_n & (\alpha_3-1)(1-\zeta_1) & \dots & (\alpha_3-1)(1-\zeta_n) & -1 & -1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -\delta_1 & & 0 & & & & 0 & 0 \\ & \dots & & & & E_n & 0 & 0 \\ 0 & & -\delta_n & & & & 0 & 0 \\ & O_n & & & & E_n & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{array} \right),$$

$$b_{(2n+4) \times 1} = (DS^0; I_{\max}; 0, \dots, 0; q_1, \dots, q_n; 1Cr_{\max}; Dot_{\max})^T,$$

$$\xi_k = \frac{T/T_k + \alpha_2(1 - T/T_k)}{1 - (1 + \alpha_4)\beta_k - p_k}, \quad \zeta_k = \frac{\alpha_1 + \alpha_5}{1 - (1 + \alpha_4)\beta_k - p_k},$$

$$NPV_1 = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^5 \frac{N_i}{(1+r)^t} \rightarrow \max, \quad NPV_2 = \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^N \frac{W_k + S_k^0}{(1+r_k)^t} \rightarrow \max, \quad NPV_3 = \sum_{t=1}^T \frac{ZP_C}{(1+r)^t} \rightarrow \max.$$

Описание деятельности ТПК в форме (*) позволяет автоматизировать расчеты в соответствующей информационно-аналитической системе, так как модель (*) представляет собой многокритериальную задачу линейного программирования с допустимым множеством в виде непустого компакта, что гарантирует существование решения этой задачи для всех допустимых значений входящих в нее параметров. Кроме того, в силу линейности модели, например, в соответствии с [8], трехкритериальная модель эквивалентна соответствующей однокритериальной с критерием в виде выпуклой линейной комбинации критериев (1):

$$NPV_C = \sum_{m=1}^3 \alpha_m NPV_m \rightarrow \max; \quad \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1,$$

что позволяет автоматизированно получать решение (1) с использованием симплекс-метода Дж. Данцига [9], а также проводить многокритериальный анализ задачи путем анализа соответствующего ей Парето-множества с помощью описанного в [6] программного комплекса и алгоритмов работы [7]. Легко проверяется, что нулевой вектор является частным решением системы (1), а ее нетривиальное решение также получается с использованием указанного программного комплекса. Таким образом, это позволяет рассматривать данную совокупность инструментов (модель – алгоритм – пакет программ), как ориентированную на конечного пользователя – экономиста-аналитика – систему поддержки принятия управленческих решений в сфере функционирования, планирования и прогнозирования развития ТПК.

Результаты исследования и их обсуждение

Построенная математическая модель позволяет получить количественную оценку экономического потенциала ТПК, а также трактовать различные особенности его функционирования – маркетинговые, транзакционные, инновационные, инфраструктурные, экологические, финансовые. Напри-

мер, учет маркетинговых, транзакционных, экологических издержек возможен в модели путем рассмотрения пропорциональных объемам производства затратных потоков, например в потоке N_5 или в ставке дисконтирования. Инновационный характер производимой продукции можно учесть путем рассмотрения следующей цепочки рассуждений. Назовем набор $T(c_k, T_k, V_k, P_k, q_k, \beta_k, p_k)$ традиционной («старой») технологией производства продукции k -го вида (или соответствующего ей по функционалу аналога инновационной продукции), а набор $T^*(c_k^*, T_k^*, V_k^*, P_k^*, q_k^*, \beta_k^*, p_k^*)$, где $c_k^* = \gamma_k c_k$, $T_k^* = \tau_k T_k$, $V_k^* = v_k V_k$, $P_k^* = \pi_k P_k$, $q_k^* = \sigma_k q_k$, $\beta_k^* = \phi_k \beta_k$, $p_k^* = \rho_k p_k$ – инновационной («новой») технологией производства продукции k -го вида продукции. Здесь коэффициенты $\gamma_k, \tau_k, v_k, \pi_k, \sigma_k, \phi_k, \rho_k$ – экзогенно (в частности, экспертно) задаваемые величины, отражающие соответственно оценки изменения численных значений характеристик активов, продукции, особенностей производства и продажи продукции при переходе к «новой» технологии. Сравнение расчетов по модели (1) с характеристиками, соответствующими технологиям T и T^* , может помочь выявить влияние на показатели развития кластера производственных, технологических, маркетинговых инноваций путем комбинации коэффициентов $\gamma_k, \tau_k, v_k, \pi_k, \sigma_k, \phi_k, \rho_k$. Например, включение в кластер предприятия (группы предприятий) по производству некоторой продукции может повлиять на их доступ к производственным технологиям, государственной поддержке, расширению доли рынка и, соответственно, увеличению спроса на продукцию. Также возможен учет различных инфраструктурных особенностей производства, например, путем включения в состав ТПК соответствующих предприятий, не занимающихся производством профильной продукции. При этом указанные изменения и особенно-сти возможно учесть и оценить (как экспертно, так и путем маркетингового анализа) через варьирование значений параметров $\gamma_k, \tau_k, v_k, \pi_k, \sigma_k, \phi_k, \rho_k$. Наличие в ТПК подготовленных квалифицированных кадров для произ-

водства продукции кластера или, соответственно, учет необходимых для этого затрат может отражаться в значениях коэффициентов φ_k . Особенности системы управления в кластере, в том числе учитывающие дивидендную политику крупных предприятий кластера, – через ставки дисконтирования r_k и r , особенности финансирования развития кластера – через ставки r и r_0 и так далее.

Заключение

Представленная математическая модель ТПК является многокритериальной задачей линейного программирования, имеющей эффективные инструменты ее численного анализа. Аналогичные предложенной оптимизационные математические модели социально-экономических систем различного экономического уровня, учитывающих некоторые из присущих ТПК особенностей его функционирования, рассмотрены в работе [6]. Там же приведены результаты соответствующих расчетов, подтверждающих содержательную адекватность указанных математических моделей. Отметим, что необходимая для оперативного анализа экономической эффективности инвестиционно-производственных проектов развития ТПК скорость расчетов позволяет рассматривать используемый инструментальный комплекс как основу и ключевую составляющую построения социально-экономического цифрового двойника [10] такой сложной социально-экономической системы, как территориально-производственный кластер.

Список литературы

1. Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Сушко Е.Д. Агент-ориентированная социо-эколого-экономическая модель региона // Национальные интересы: приоритеты и безопасность. 2015. Т. 11. № 3 (288). С. 2–11.
2. Porter M.E. Cluster Mapping Project, Institute for Strategy and Competitiveness, Harvard Business School. [Electronic resource]. URL: <http://www.isc.hbs.edu/econ-clusters.htm> (date of access: 15.05.2021).
3. Буянова М.Э., Дмитриева Л.В. Оценка эффективности создания региональных инновационных кластеров // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 3: Экономика. Экология. 2012. № 2 (21). С. 54–62.
4. Боуш Г.Д., Куликова О.М., Шелков И.К. Агентное моделирование процессов кластерообразования в региональных экономических системах // Экономика региона. 2016. Т. 12. Вып. 1. С. 64–77.
5. Машунин Ю.К., Машунин К.Ю. Стратегическое и инновационное развитие кластера на базе цифровой экономики // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Экономические науки. 2018. Т. 11. № 4. С. 85–99.
6. Медведев А.В. Автоматизированная поддержка принятия оптимальных решений в инвестиционно-производственных проектах развития социально-экономических систем. М.: Издательский Дом «Академия Естествознания», 2020. 200 с. DOI: 10.17513/np.421.
7. Медведев А.В., Кисляков И.М. Автоматизированный расчет экологических платежей при взаимодействии предприятий угольной отрасли с региональным управляющим центром / Вестник научного центра ВостНИИ по промышленной и экологической безопасности. 2017. № 3. С. 54–61.
8. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация: теория, вычисления, приложения. М.: Наука, 1982. 600 с.
9. Данциг Дж. Линейное программирование, его обобщение и применение. М.: Прогресс, 1966. 600 с.
10. Медведев А.В. Цифровые двойники территорий для поддержки принятия решений в сфере регионального социально-экономического развития // Современные наукоемкие технологии. 2020. № 6–1. С. 61–66. DOI: 10.17513/snt.38072.