

УДК 519.872

МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОДСИСТЕМЫ «ПРОЦЕССОР – ПАМЯТЬ» НА ОСНОВЕ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ОТНОСИТЕЛЬНЫМИ ПРИОРИТЕТАМИ

Мартышкин А.И., Мартенс-Атюшев Д.С.

*ФГБОУ ВО «Пензенский государственный технологический университет»,
Пенза, e-mail: Alexey314@yandex.ru, novoselich93@mail.ru*

В данной работе представлено исследование усовершенствованного метода математического моделирования подсистемы «процессор – память» типа NUMA. Основной задачей является получение вероятностно-временных характеристик каждого устройства, которые входят в подсистему. Это требуется для того, чтобы была возможность выявить «узкие места», которые могли бы вызвать перегрузку во время функционирования подсистемы. Также из полученных характеристик рассчитывается время обмена между процессорными узлами и модулями локальной памяти. В статье представлены теоретическое описание метода, описание объекта исследования, основные математические выражения для расчета вероятностно-временных характеристик. Также представлены результаты проведенного вычислительного эксперимента в виде графиков зависимости от числа процессоров, где сравниваются значения, полученные усовершенствованным методом моделирования со значениями полученные базовым методом. Для проведения вычислительного эксперимента задаваемые параметры исследуемой подсистемы «процессор – память» брались исходя из параметров существующих устройств, для того чтобы результаты экспериментов были приближены к реальным показателям. Как показали результаты эксперимента, с помощью усовершенствованного метода математического моделирования появляется возможность оценить параметры устройств подсистемы «процессор – память», рассчитать время обмена, на основании которого можно сделать заключение о быстродействии проектируемой подсистемы «процессор – память». В конце статьи приводятся выводы по проведенному исследованию и эксперименту.

Ключевые слова: подсистема «процессор – память», NUMA, многопроцессорная система, время обмена, метод математического моделирования, СМО, относительные приоритеты

METHOD OF MATHEMATICAL MODELING OF THE PROCESSOR-MEMORY SUBSYSTEM BASED ON QUEUING SYSTEMS WITH RELATIVE PRIORITIES

Martyshkin A.I., Martens-Atyushev D.S.

Penza State Technological University, Penza, e-mail: Alexey314@yandex.ru, novoselich93@mail.ru

This paper presents a study of an improved method of mathematical modeling of the processor-memory subsystem of the NUMA type. The main task is to obtain the probability-time characteristics of each device that is included in the subsystem. This is required in order to be able to identify «bottlenecks» that could cause overload during the operation of the subsystem. Also, the exchange time between processor nodes and local memory modules is calculated from the obtained characteristics. The article presents a theoretical description of the method, a description of the object of research, and the main mathematical expressions for calculating the probability-time characteristics. The results of the computational experiment are also presented in the form of graphs of dependencies on the number of processors, where the values obtained by the improved modeling method are compared with the values obtained by the basic method. To conduct a computational experiment, the parameters set for the processor-memory subsystem under study were taken based on the parameters of existing devices, so that the results of the experiments were close to real indicators. As the results of the experiment showed, with the help of an improved method of mathematical modeling, it becomes possible to evaluate the parameters of the devices of the processor-memory subsystem, calculate the exchange time, on the basis of which it is possible to draw a conclusion about the performance of the designed processor-memory subsystem. At the end of the article, the conclusions of the study and experiment are presented.

Keywords: processor-memory subsystem, NUMA, multiprocessor system, exchange time, mathematical modeling method, queuing system, relative priorities

Во время разработки специализированных реконфигурируемых многопроцессорных систем (СРМС) [1, 2] с целью определения эффективной и производительной структуры проводят математическое моделирование. Одним из распространенных методов является моделирование, базирующееся на основе теории массового обслуживания (ТМО). В некоторых работах представлены подобные методы, однако стоит отметить, что обычно условия проведения моделирования характеризуются

простейшими входными потоками, экспоненциальным беспriorитетным обслуживанием и неограниченным числом мест в очередях систем массового обслуживания (СМО) [3, 4]. Как показала практика, подобные условия не всегда дают точные результаты при проведении моделирования, потому что в реальных СРМС при выполнении транзакции обмена между процессорными узлами (ПУ) и оперативной памятью (ОП) необходимо, чтобы одни запросы обрабатывались за меньшее время,

чем другие. Для выполнения данного условия функционирования СРМС требуется применять дисциплины обслуживания (ДО) с приоритетами.

Исходя из вышеописанного, в данной работе рассматривается возможность усовершенствовать математический метод моделирования, который основан на ТМО. Объектом исследования является подсистема «процессор – память» с неоднородным доступом к памяти (Non-Uniform Access Memory (NUMA)). Совершенствование метода заключается в применении ограниченных очередей в СМО, а также введение ДО с относительными приоритетами, с целью получения более точных значений вероятностно-временных характеристик подсистемы «процессор – память». Данные характеристики имеют особую важность, так как на их основании можно вычислить, за какое время один ПУ произведет запрос на запись или чтение в ОП. Также по этим параметрам можно определить пропускную способность общей шины (ОШ) или других отдельных устройств, входящих в подсистему «процессор – память».

Материалы и методы исследования

Введение относительных приоритетов при обслуживании в СМО предполагает различные значения входных интенсивностей потоков задач, поступающих на обработку, что является, по сути, неоднородным потоком. Функционирование СРМС как раз характеризуется подобной неоднородно-

стью. Запросы при ДО с относительными приоритетами обрабатываются следующим образом [5]. Так как существуют программы, выполнение которых представляют большую значимость, то запросы на запись и чтение, связанные с выполнением данных программ, будут обладать наивысшим приоритетом. Тогда прибывший запрос на обработку с высоким приоритетом и заставший при этом в СМО запрос с меньшим приоритетом, займет в очереди место, которое будет соответствовать классу его приоритета.

Далее представим описание исследуемой подсистемы «процессор – память» типа NUMA (рис. 1).

Схема подсистемы «процессор – память» представлена в виде сети массового обслуживания (СеМО), где отдельными СМО являются основные устройства исследуемой подсистемы. Таким образом, S_0 – источник запросов в виде ПУ, генерирующих запросы на чтение или запись, S_1 – ОШ, S_2 – буфер записи (БЗ), S_3 – буфер чтения (БЧ), S_4, \dots, S_m – модули локальной памяти (ЛП). Суммарный входной поток, состоящий из интенсивностей $\lambda_0, \dots, \lambda_n$ (запросы ПУ в общую память), а также интенсивностей $\gamma_0, \dots, \gamma_n$ (запросы ПУ в собственную ЛП). Если ПУ обращается в общую память, то запросы поступают на ОШ, а если ПУ необходимо произвести обмен данными с собственной ЛП, то запросы направляются в один из модулей ЛП. Запросы, прошедшую обработку, покидают подсистему через S_0 .

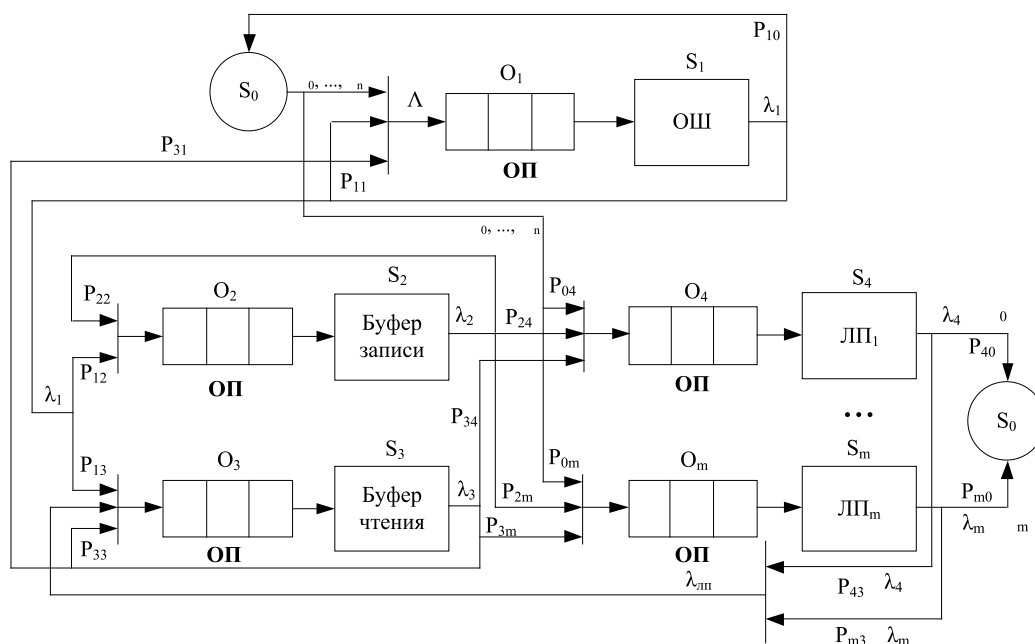


Рис. 1. Схема подсистемы «процессор – память» типа NC-NUMA с относительными приоритетами

Для суммарного потока Λ приоритеты распределяются следующим образом. Самым высоким по классу приоритетом будет обладать поток запросов, исходящий из БЧ на выдачу считанных данных $\lambda_3 p_{31} = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_R$. Поток запросов, который генерируют ПУ, состоит из следующих двух классов $\lambda_0 = \lambda_{02} + \lambda_{01}$, где $\lambda_{02} = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_W$ запросы на запись имеют второй уровень приоритетов, а $\lambda_{01} = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_R$ это запросы на чтение из модулей памяти, которые обладают третьим классом приоритетов.

Поток, обработанный в СМО ОШ, поступает на БЧ и БЗ. Перед БЗ формируется поток запросов на запись λ_1 с вероятностью p_{12} , который обладает одним приоритетом ПУ $\lambda_1 p_{12} = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_W$. На БЧ поступает поток запросов, который формируется из выходных потоков от ОШ и модулей ЛП. Первым классом по приоритетности будет обладать поток запросов, поступающий от ЛП $\lambda_{\text{ЛП}} = \lambda_4 + \lambda_5 + \dots + \lambda_m$, тогда второй класс приоритета присваивается запросам на чтение, поступающим от ОШ $\lambda_1 p_{13} = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_R$.

Рассмотрим, как распределяются запросы по классам приоритета перед модулями ЛП. Высоким приоритетом будут обладать запросы, поступающие от БЧ и БЗ, при этом запрос на запись будет обладать первым классом приоритета $\lambda_2 p_{2m} = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_W$, а вторым классом приоритета запросы на чтение данных $\lambda_3 p_{3m} = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_R$. Запросы из суммарного потока Y распределяются таким образом: запросы на запись третий уровень – $Y_{\text{м}} p_{0m} = \gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_W$, запросы на чтение четвертый уровень – $Y_R p_{0m} = \gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_R$.

Расчет среднего времени обслуживания и интенсивность входного потока, рассчитываются согласно выражениям, приведенным в работе [6]. В этой статье представим основные выражения для расчета вероятностно-временных характеристик и време-

ни обмена в подсистеме «процессор – память» типа NUMA.

Если в СМО прибывает поток M простейших запросов с интенсивностями $\lambda_1, \dots, \lambda_M$ или $\gamma_1, \dots, \gamma_M$, тогда среднее время ожидания запросов в очереди СМО, с приоритетами $k = 1, \dots, M$, вычисляется по следующему выражению

$$\omega_k^{\text{оп}} = \frac{\sum_{i=1}^M \rho_i \vartheta_i (1 + v_{\vartheta_i}^2)}{2 \left(1 - \sum_{i=1}^{k-1} \rho_{i-1} \right) \left(1 - \sum_{i=1}^k \rho_i \right)}, \quad (1)$$

где ρ_i – загрузка СМО (определяется как

$$\rho_i = \frac{\delta_i}{\mu_i} \quad (\delta_i - \text{интенсивность } (\lambda \text{ или } \gamma) \text{ посту-}$$

пления заявок i -го приоритета; μ_i – интенсивность обслуживания заявок i -го приоритета), ϑ_i – среднее время обслуживания заявок i -го приоритета, $v_{\vartheta_i}^2$ – коэффициент вариации длительности обслуживания заявок i -го приоритета.

Для расчета среднего времени ожидания, исходя из [3, 7] применяется выражение

$$u_k^{\text{оп}} = \frac{\sum_{i=1}^M \rho_i \vartheta_i (1 + v_{\vartheta_i}^2)}{2 \left(1 - \sum_{i=1}^{k-1} \rho_{i-1} \right) \left(1 - \sum_{i=1}^k \rho_i \right)} + \vartheta_j. \quad (2)$$

Получив выражения для расчета вероятностно-временных характеристик подсистемы «процессор – память» выведем выражения для оценки времени обмена в модуле ЛП. Следуя теоретическим сведениям, представленным в [8], время обмена в системе с общей памятью рассчитывается по выражению

$$t_{Om} = \frac{3(\tau + u_{\text{ОШ}}^{\text{оп}} + \omega_{\text{ЛП}\Lambda}^{\text{оп}}) + u_{\text{БЗ}}^{\text{оп}} p_{24} + \left(\frac{u_{\text{БЧ}}^{\text{оп}} p_{\text{ЛП}m}}{p_{\text{БЧ}}} \right) p_{23}}{N_{\text{cpu}}}, \quad (3)$$

где τ – время выдачи адреса\данных на ОШ ПУ, $p_{\text{ЛП}m}$ – вероятность того, что данные находятся в одном из модулей ЛП, $p_{\text{БЧ}}$ – вероятность того, что данные находятся в БЧ, $\omega_{\text{ЛП}\Lambda}^{\text{оп}}$ – среднее время ожидания в очереди перед модулем ЛП рассчитывается по выражению

$$\omega_{\text{ЛП}\Lambda}^{\text{оп}} = \frac{\gamma_n \vartheta_{\text{ПВ}}^{(2)}}{2} + \frac{\sum_{i=1}^M \rho_i \vartheta_i (1 + v_{\vartheta_i}^2)}{2 \left(1 - \sum_{i=1}^{k-1} \rho_{i-1} \right) \left(1 - \sum_{i=1}^k \rho_i \right)}. \quad (4)$$

Формула для расчета времени обмена ПУ с собственной ЛП:

$$t_{Lm} = \frac{\tau + \omega_{\text{ЛП} \gamma W}^{\text{ОП}} P_{2m} + \omega_{\text{ЛП} \gamma R}^{\text{ОП}} P_{3m}}{N_{\text{cpu}}}, \quad (5)$$

где $\omega_{\text{ЛП} \gamma W}^{\text{ОП}}$ – среднее время ожидания в очереди перед модулем ЛП при обращении команды записи ПУ в собственную память

$$\omega_{\text{ЛП} \gamma W}^{\text{ОП}} = \frac{\lambda_2 \vartheta_{\text{БЗ}}^{(2)}}{2(1 - \lambda_2 \vartheta_{\text{БЗ}})} + \frac{\sum_{i=1}^M \rho_i \vartheta_i (1 + v_{\vartheta_i}^2)}{2 \left(1 - \sum_{i=1}^{k-1} \rho_{i-1} \right) \left(1 - \sum_{i=1}^k \rho_i \right)}, \quad (6)$$

$\omega_{\text{ЛП} \gamma R}^{\text{ОП}}$ – среднее время ожидания в очереди перед модулем локальной памяти при обращении команды чтения ПУ в собственную память

$$\omega_{\text{ЛП} \gamma R}^{\text{ОП}} = \frac{\lambda_3 \vartheta_{\text{БЧ}}^{(2)}}{2(1 - \lambda_2 \vartheta_{\text{БЗ}})} + \frac{\sum_{i=1}^M \rho_i \vartheta_i (1 + v_{\vartheta_i}^2)}{2 \left(1 - \sum_{i=1}^{k-1} \rho_{i-1} \right) \left(1 - \sum_{i=1}^k \rho_i \right)}. \quad (7)$$

Результаты исследования и их обсуждение

Для анализа теоретических исследований по усовершенствованию математического метода моделирования были произведены экспериментальные расчеты. Полученные результаты сравнивались с результатами моделирования известным (базовым) методом математического моделирования. Входные параметры для модели подсистемы «процессор – память», представленной на рис. 1, задавались следующим образом: входной поток запросов, среднее время обслуживания устройств, число ПУ и модулей ЛП были одинаковы как для предлагаемого метода моделирования, так и для базового метода. Различие заключалось в том, что очереди в усовершенствованном методе ограничены, а также в СМО применяется ДО с относительными приоритетами. Ограничение по числу мест распределялось следующим образом, перед ОП 1 место, в БЧ 20 мест, в БЗ 10 мест и в ЛП на каждый модуль приходится по 1 месту. Для базового метода принято, что очереди не ограничены и обслуживание в СМО беспriorитетное.

Значения параметров для СМО принимались, исходя из описания реально существующих устройств в многопроцессорных системах. Интенсивность входного потока рассчитывалась, на основании того, что число ПУ изменялось от 2 до 16, а в качестве одного ПУ выступало софт-процессорное ядро NIOS II с тактовой частотой 50 МГц [9]. Среднее время обслуживания каждого устройства, вычислялось согласно

его описанию, следовательно, $\vartheta_{\text{ОП}} = 20$ нс (согласно описанию на шину Avalon [10]), $\vartheta_{\text{БЧ}} = 10$ нс, $\vartheta_{\text{БЗ}} = 10$ нс, $\vartheta_{\text{ЛП}} = 27,5$ нс. Количество модулей ЛП изменялось от 2 до 16.

Далее представим результаты экспериментальных расчетов. На рис. 2 представлены графики зависимостей среднего времени в очередях от числа ПУ. На графиках приняты следующие обозначения: Б – базовый метод моделирования, Р ОП 1 кл. – разработанный метод моделирования с относительным приоритетом 1 класс, Р ОП 2 кл. – разработанный метод моделирования с относительным приоритетом 2 класс, Р ОП 3 кл. – разработанный метод моделирования с относительным приоритетом 3 класс.

Результаты, приведенные на графиках, показывают, что характеристики, полученные усовершенствованным методом, имеют приемлемые временные значения, в отличие от значений, полученных базовым методом моделирования. Хотя стоит отметить, что в случае расчета характеристик ОШ значения по одному классу приоритетов совпали. Еще одним преимуществом предлагаемого метода математического моделирования является то, что мы можем проанализировать и оценить, какое влияние оказывает на работу подсистемы «процессор – память» обработка различных запросов по классу приоритета, т.е. чем выше класс, тем меньшее время требуется для обслуживания данного запроса. В случае базового метода моделирования такой возможности нет. Также представляет интерес поведение модуля ЛП. Так как при увеличении числа ПУ среднее время ожидания

не изменяется, что как раз характеризует работу подсистемы типа NUMA, память данного типа локально распределена, таким образом, что очереди для каждого модуля индивидуальны и весь входной поток запросов распределяется равномерно по очередям, не нагружая модули памяти.

На рис. 3 представлены результаты вычисления среднего времени пребывания

в устройствах подсистемы «процессор – память». Данные графики также показывают зависимость от уровня класса приоритета и по форме схожи по графикам среднего времени ожидания в очередях, однако в данном случае можно оценить, сколько в целом времени затрачивается на обработку запроса в определенном устройстве подсистемы «процессор – память».

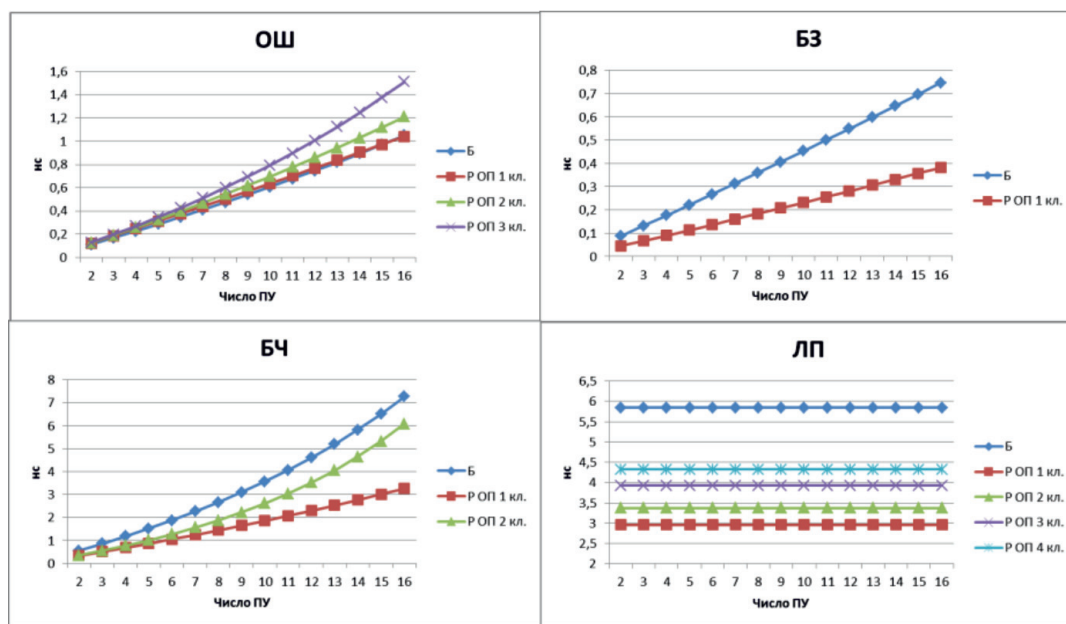


Рис. 2. Зависимость среднего времени ожидания в очередях приоритетных СМО подсистемы NUMA от числа ПУ

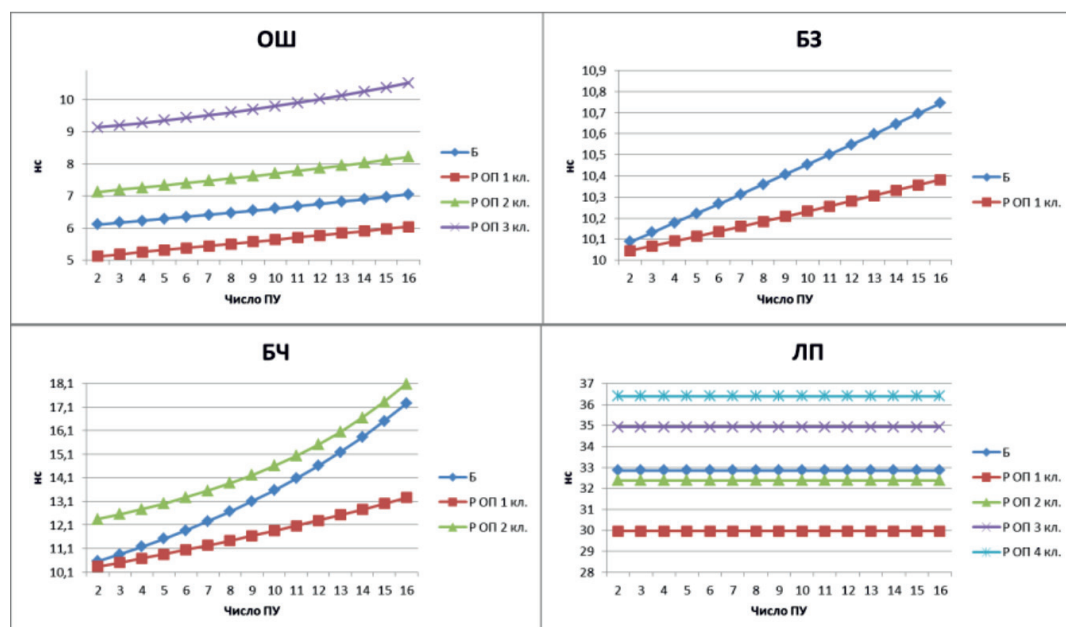


Рис. 3. Зависимость среднего времени пребывания в приоритетных СМО, подсистемы NUMA от числа ПУ

На основании полученных результатов оценки вероятностно-временных характеристик, были получены значения времени обмена в подсистеме «процессор – память». На рис. 4 представлены графики зависимостей времени обмена от числа ПУ. Для детального анализа во время проведения эксперимента, время обмена вычислялось при разных комбинациях классов приоритетов запросов. На графике приняты следующие обозначения:

- ОШ 1 кл., БЗ 1 кл., БЧ 1 кл., ЛП 1 кл. на графике 1-1-1-1;
- ОШ 2 кл., БЗ 1 кл., БЧ 1 кл., ЛП 2 кл. на графике 2-1-1-2;
- ОШ 3 кл., БЗ 1 кл., БЧ 1 кл., ЛП 3 кл. на графике 3-1-1-3;
- ОШ 1 кл., БЗ 1 кл., БЧ 2 кл., ЛП 4 кл. на графике 1-1-2-4;

– ОШ 2 кл., БЗ 1 кл., БЧ 2 кл., ЛП 2 кл. на графике 2-1-2-2;

– ОШ 3 кл., БЗ 1 кл., БЧ 2 кл., ЛП 3 кл. на графике 3-1-2-3.

Результаты, приведенные на графике, показывают, как уменьшается время обмена с увеличением числа ПУ. Также можно отметить, влияние класса приоритета на время обмена, то есть запросы, обладающие первым классом приоритетов, обрабатываются быстрее, потому как время ожидания в очереди у них меньше, чем у запросов, имеющих класс приоритета ниже. Таким образом, можно проанализировать быстродействие передачи данных одного ПУ к модулю ЛП, относящегося к другому ПУ.

На рис. 5 представлен график зависимости времени обмена ПУ в собственную ЛП от числа ПУ в приоритетной подсистеме типа NUMA.

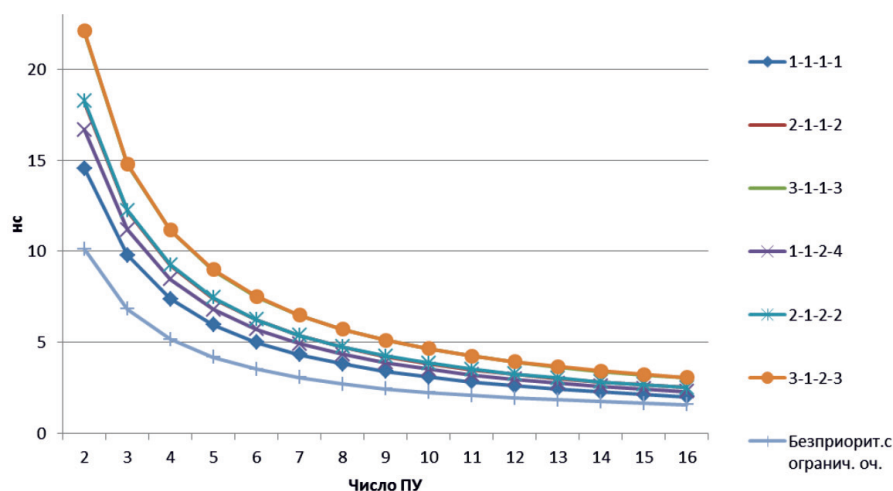


Рис. 4. Зависимость времени обмена ПУ с памятью приоритетной и бесприоритетной дисциплины обслуживания подсистемы NUMA от числа ПУ

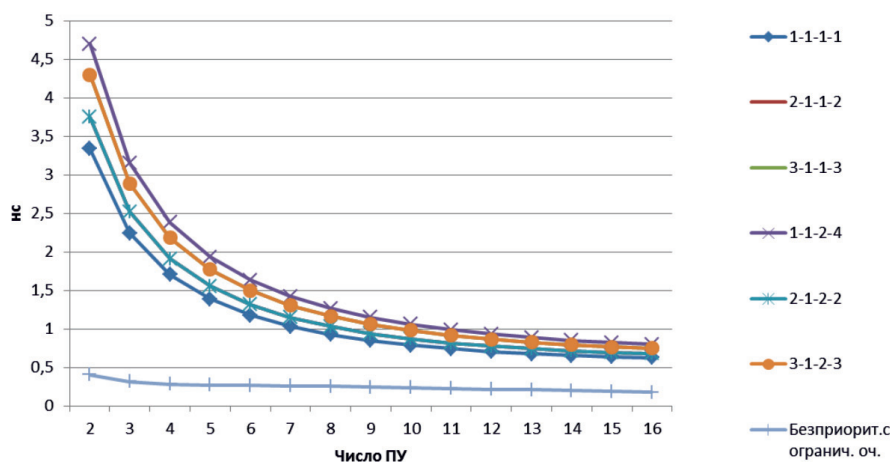


Рис. 5. Зависимость времени обмена ПУ в собственную локальную память от числа ПУ в приоритетной подсистеме типа NUMA

По данным графикам можно сделать такие же, как и в случае с обращением в ЛП другого ПУ, выводы о влиянии уровня класса на время обмена ПУ в собственный модуль ЛП. При этом показатели времени обмена не превышают 5 нс при подобной конфигурации подсистемы «процессор – память».

Заключение

В статье представлено описание усовершенствованного метода математического моделирования для подсистемы «процессор – память» типа NUMA. Метод основан на расчете моделей, представленных в виде СМО с приоритетным обслуживанием и ограничением числа мест в очередях. Данные условия проведения моделирования позволяют получить более точные значения вероятностно-временных характеристик, что влияет на конечный результат при расчете времени обмена данными между ПУ и модулем ЛП. Данный вывод основывается на представленных в статье результатах экспериментальных вычислений, где был проведен сравнительный анализ полученных значений между предлагаемым методом моделирования и базовым методом. Таким образом, с помощью усовершенствованного метода математического моделирования можно получить более точные вероятностно-временные характеристики по каждому устройству в подсистеме «процессор – память», а также время обмена при неоднородном потоке запросов на чтение и запись.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-37-90093.

Список литературы

1. Таненбаум Э., Бос Х. Современные операционные системы. СПб.: Питер, 2015. 1120 с.
2. Цилькер Б.Я., Орлов С.А. Организация ЭВМ и систем (2-е изд.). СПб.: Питер, 2011. 688 с.
3. Майоров С.А., Новиков Г.И., Алиев Т.И., Махарева Э.И., Тимченко Б.Д. Основы теории вычислительных систем: учебное пособие для вузов / под ред. С.А. Майорова. М.: Высшая школа, 1978. 409 с.
4. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями. М.: Мир, 1979. 600 с.
5. Бронштейн О.И., Духовный И.М. Модели приоритетного обслуживания в информационно-вычислительных системах. М.: Наука, 1976. 220 с.
6. Мартенс-Атюшев Д.С. Анализ задержек при проектировании специализированных многопроцессорных систем с применением теории массового обслуживания // Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук: материалы VI Международной научно-практической конференции (школы-семинара) молодых ученых. 2020. С. 296–300.
7. Рыжиков Ю.И., Хомоненко А.Д. Расчет многоканальных систем обслуживания с абсолютными и относительными приоритетами на основе инвариантов отношений // Интеллектуальные технологии на транспорте. 2015. № 3. С. 11–15.
8. Костров Б.В., Мартышкин А.И. Исследование структурной организации и оценка производительности многопроцессорных вычислительных систем с общей шиной // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2018. Вып. 2. С. 152–162.
9. Nios II Processor Reference Guide // Компания Intel [официальный сайт]. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.intel.com/content/www/us/en/programmable/documentation/iga1420498949526.html> (дата обращения: 17.04.2021).
10. Avalon Interface Specifications // Компания Intel [официальный сайт]. [Электронный ресурс]. URL: https://www.intel.com/content/dam/www/programmable/us/en/pdfs/literature/manual/mnl_avalon_spec.pdf (дата обращения: 17.04.2021).