

УДК 004.942

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ ЦЕНТРАЛЬНО СЖАТОГО ТОНКОСТЕННОГО СТАЛЕФИБРОБЕТОННОГО ЭЛЕМЕНТА

¹Черноусов Н.Н., ²Стурова В.А., ²Чурсин Е.В., ²Ливенцева А.А.

¹ООО «НТО «ЭКСПЕРТ», Липецк, e-mail: nto_expert@mail.ru;

²ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет», Липецк,
e-mail: v-livenceva@mail.ru, chursin019@mail.ru, alivencevaa@mail.ru

В работе предложена математическая модель определения прочности центрально сжатого тонкостенного сталефибробетонного элемента, применение которой позволит сократить время и автоматизировать вычислительный процесс. Предложены формулы математической модели прочности центрально сжатого тонкостенного сталефибробетонного элемента, в результате математической обработки которых получены таблицы с новыми зависимостями, позволяющие определять с достоверностью $R = 1$ значения k_n в расширенном (прогнозируемом) диапазоне $h/l_f = 0,1-0,4$ и $b/l_f = 0,5-20,0$ и более. Также в работе представлено сечение тонкостенного сталефибробетонного элемента с обозначением основных необходимых размеров. Полученные формулы, которые приведены в табл. 2 по определению значения коэффициента k_n , учитывающего работу фибр в сечении, перпендикулярном направлению внешнего сжимающего усилия (при $h/l_f = 0,1 \dots 0,4$ и $b/l_f = 0,1 \dots 2,0$), явились основой для разработки программного продукта для однотипных тонкостенных конструкций. Также в работе приведен полный комплект формул, позволяющих автоматизировать вычислительный процесс, связанный с определением значения коэффициента (k_n), в зависимости от размеров сечения сжатого элемента в расширенном диапазоне (при $h/l_f = 0,1 \dots 0,4$ и $b/l_f = 2,0 \dots 20,0$ и более). Получены математические зависимости, с использованием которых повышается производительность расчета прочности тонкостенных сталефибробетонных элементов. Это преимущество значительно повышается при одновременном использовании различных видов фибр в разных сечениях, а для унификации вычислительного процесса предлагается новая математическая модель зависимости коэффициента k_n от длины фибры и размеров сечения.

Ключевые слова: математическое моделирование, сталефибробетон, прочность

MATHEMATICAL MODELING OF THE STRENGTH OF A CENTRALLY COMPRESSED THIN-WALLED STEEL-FIBER-CONCRETE ELEMENT

¹Chernousov N.N., ²Sturova V.A., ²Chursin E.V., ²Liventseva A.A.

¹ООО NTO EXPERT, Lipetsk, e-mail: nto_expert@mail.ru;

²Lipetsk State Technical University, Lipetsk, e-mail: v-livenceva@mail.ru,
chursin019@mail.ru, alivencevaa@mail.ru

The paper proposes a mathematical model for determining the strength of a centrally compressed thin-walled steel-fiber concrete element, the use of which will reduce the time and automate the computational process. The formulas of the mathematical model of the strength of a centrally compressed thin-walled steel-fiber concrete element are proposed. As a result of mathematical processing, tables with new dependencies were obtained, which make it possible to determine with reliability $R = 1$ the values of k_n in the extended (predicted) range $h / l_f = 0.1-0.4$ and $b / l_f = 0.5-20.0$ and more. Also, the work presents a cross-section of a thin-walled steel-fiber-concrete element with the designation of the main required dimensions. The resulting formulas, which are shown in Table 2, to determine the value of the coefficient k_n , which takes into account the work of fibers in the section perpendicular to the direction of the external compressive force (at $h / l_f = 0.1 \dots 0.4$ and $b / l_f = 0.1 \dots 2.0$) were the basis for the development of a software product for the same type of thin-walled structures. Also, the work provides a complete set of formulas that allow automating the computational process associated with determining the value of the coefficient (k_n), depending on the sectional dimensions of the compressed element in an extended range (with $h / l_f = 0.1 \dots 0.4$ and $b / l_f = 2.0 \dots 20.0$ and more). Mathematical dependencies are obtained, using which the productivity of calculating the strength of thin-walled steel-fiber-concrete elements is increased. Especially, this advantage is significantly increased with the simultaneous use of different types of fibers in different sections, and to unify the computational process, a new mathematical model of the dependence of the k_n coefficient on the fiber length and section dimensions is proposed.

Keywords: mathematical modeling, steel fiber concrete, strength

В нашей стране к настоящему времени разработан Свод правил (СП), устанавливающий требования к проектированию бетонных и железобетонных конструкций [1]. Для многих расчетов [1] не дает алгоритмов вычислений, а только формулирует требования, которым должны удовлетворять результаты.

При современном развитии вычислительной техники и программного обеспе-

чения расчеты железобетонных конструкций в подавляющем большинстве случаев проводят на ЭВМ. Используются как программы массового применения, так и разработанные для отдельных организаций. Сравнение показывает, что при одних и тех же исходных данных результаты, полученные по различным программам, могут существенно отличаться. Такое положение представляется недопустимым, поскольку

нормы предполагают для каждого случая получение единственного решения. Отклонение от норм может привести как к недостаточно надежным проектным решениям, так и к удорожанию конструкций вследствие перерасхода материалов.

Для тестирования разработанных ЭВМ-программ рекомендуется использовать пособие [2], позволяющее добиться соответствия использованных авторских алгоритмов положениям [1].

Для исключения проведения сложных равновесных опытов с целью получения зависимости прогиба от действующей нагрузки на изгибаемый шлакобетонный элемент разработана математическая модель полной диаграммы деформирования шлакобетона при трехточечном изгибе, являющаяся основой для разработки ЭВМ-программ [3].



Рис. 1. Распределение фибрового армирования в тонкостенном элементе

В настоящее время все больше находят применение композиты на основе дисперсно армированных бетонов [4], а шлаковый цемент и шлаковые заполнители в составе тяжелых бетонов – достаточно частое сочетание [5].

Для проектирования сталефибробетонных конструкций разработан ряд сводов правил (СП), устанавливающих требования к проектированию [6, 7] и также существуют теоретические диаграммы деформирования бетона при растяжении и сжатии для определения момента трещинообразования и разрушающего момента в изгибаемых железобетонных элементах [8].

Для многих расчетов [6, 7] не дает алгоритмов вычислений, а только формулирует требования, которым должны удовлетворять результаты.

Цель исследования: предложить математическую модель описания прочности центрально сжатого тонкостенного сталефибробетонного элемента, применение которой позволит сократить время и автоматизировать вычислительный процесс.

Известно, что дисперсное армирование осуществляется волокнами-фибрами, распределенными в объеме бетонной матрицы и наиболее эффективно в тонкостенных конструкциях (рис. 1).

В настоящее время применяется пять способов получения стальных фибр:

1) из проволоки (рис. 2) с резкой и профилированием их сечения;

2) из отработанных стальных канатов с резкой последних на отрезки заданной длины, их расщеплением и очисткой от смазки;

3) из стальной полосы (рис. 3) заданной ширины с поперечной или продольной резкой специальными фрезами;

4) из стального слитка (сляба) путем фрезерования;

5) вытяжкой волокон из расплава.

Наиболее освоены и распространены в практике способы получения фибр из проволоки, отработанных канатов и тонкого стального листа (рис. 4).

Для практического применения при проектировании конструкций из сталефибробетона [5, 6] рекомендуется определять сопротивление сжатию сталефибробетона R_{fb} , зависящее от класса по прочности на сжатие бетона-матрицы R_b , вида и размеров фибры, коэффициента фибрового армирования по объему μ_{fv} , геометрии и размеров сечения элемента при условии учета только работы фибр, ориентированных нормально к направлению внешнего сжимающего усилия, армируемых стальной фибровой арматурой (фиброй), по формуле

$$R_{fb} = R_b + (k_n^2 \cdot \varphi_f \cdot \mu_{fv} \cdot R_f), \quad (1)$$

где R_f – сопротивление фибровой арматуры растяжению;

k_n – коэффициент, учитывающий работу фибр в сечении, перпендикулярном направлению внешнего сжимающего усилия;

φ_f – коэффициент эффективности косвенного армирования фибрами.

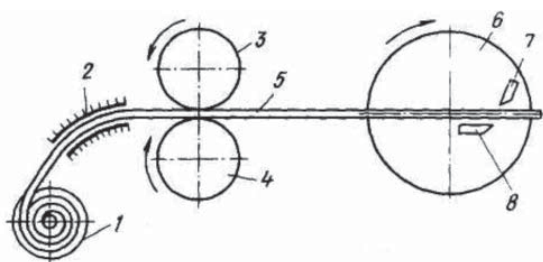


Рис. 2. Схема станка для получения фибр из стальной проволоки: 1 – бухтодержатель; 2 – направляющая; 3 – прижимной валок; 4 – приводной валок; 5 – проволока; 6 – ротор; 7 – подвижный нож; 8 – неподвижный нож

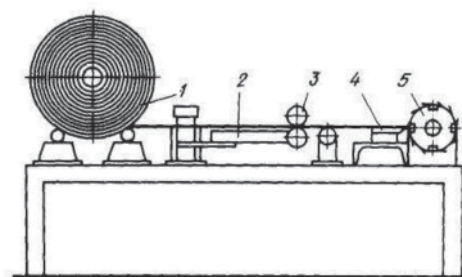


Рис. 3. Схема станка для получения фибр из листовой рулонной стали: 1 – рулон листовой стали; 2 – направляющее устройство; 3 – подающий механизм; 4 – неподвижный нож; 5 – ротор с подвижными ножами

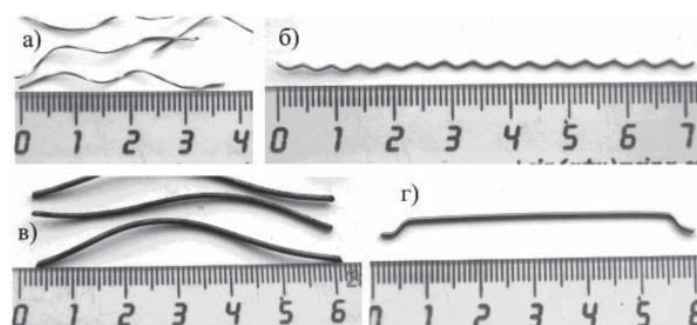


Рис. 4. Виды распространенной стальной фибры: а) фибра из стального листа (ЛФ); б) фибра из проволоки (ПФ); в) фибра из стальных канатов (ТФ); г) фибра из проволоки, аналог «Драмикс» (ДФ)

Таблица 1

Значения k_n в зависимости от размеров сечения сжатого элемента при $h/l_f = 0,2 \dots 0,4$ и $b/l_f = 0,5 \dots 20$ и более (согласно [5] или [6])

Значения k_n в зависимости от размеров сечения сжатого элемента при								
h/l_f	b/l_f							
	0,5	1	2	3	5	10	20	Более 20
0,2	0,126	0,263	0,449	0,511	0,560	0,597	0,616	0,636
0,4	0,122	0,259	0,444	0,506	0,555	0,591	0,610	0,629
0,6	0,122	0,257	0,441	0,502	0,551	0,589	0,606	0,624
0,8	0,122	0,253	0,429	0,494	0,542	0,578	0,596	0,614
1,0	0,118	0,247	0,422	0,480	0,527	0,563	0,580	0,597

Коэффициент, учитывающий работу фибр в сечении, перпендикулярном направлению внешнего сжимающего усилия (k_n), рекомендовано определять по табл. 6.2 [6] или по табл. В.2 [7]. Значения k_n в диапазоне $(0,2 \dots 0,4) h/l_f - (0,5 \dots 20 \text{ и более}) b/l_f$ приведены в табл. 1.

В результате математической обработки данных табл. 1 получены формулы, приведенные в табл. 2, позволяющие опреде-

лять с достоверностью $R = 1$ значения k_n в расширенном (прогнозируемом) диапазоне $h/l_f = 0,1 - 0,4$ и $b/l_f = 0,5 - 20,0$ и более.

Размеры b и h в табл. 1 – соответственно больший и меньший размеры сечения (или его части), перпендикулярного к направлению внешнего сжимающего усилия. В составном тонкостенном сечении бетонного элемента с использованием фибрового армирования обозначение размеров приведено на рис. 5.

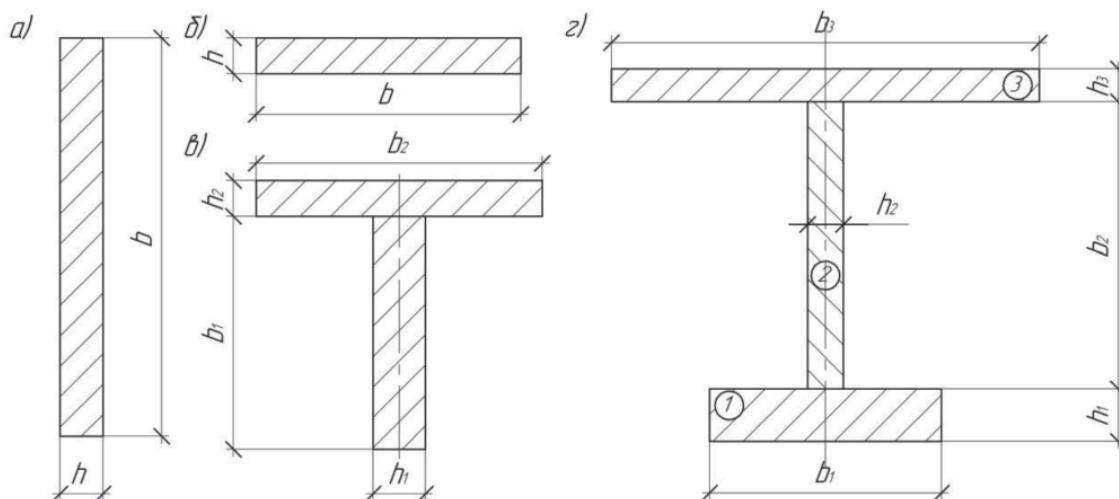


Рис. 5. Сечение тонкостенного сталефибробетонного элемента:
а) и б) прямоугольное сечение, в) тавровое сечение, г) двутавровое сечение

Таблица 2

Значения k_n в зависимости от размеров сечения сжатого элемента

Значения k_n в зависимости от размеров сечения сжатого элемента		
1	2	3
b/l_f	Формула	h/l_f
0,1...1,0	$k_n = -0,02 \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,274 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) - 0,007$	0,1...0,4
	$k_n = -0,01 \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,278 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) - 0,015$	0,4...0,6
	$k_n = -\left[0,03 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) - 0,01\right] \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,29 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) - 0,021$	0,6...0,8
	$k_n = -\left[0,04 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) - 0,01\right] \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,298 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) - 0,021$	0,8...1,0
1,0...2,0	$k_n = -\left[0,005 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,015\right] \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,1873 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,0797$	0,1...0,4
	$k_n = -\left[0,005 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,005\right] \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,187 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,0776$	0,4...0,6
	$k_n = -\left[0,04 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) - 0,02\right] \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,208 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,061$	0,6...0,8
	$k_n = -\left[0,005 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,025\right] \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,18 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,097$	0,8...1,0

Окончание табл. 2		
1	2	3
2,0...3,0	$k_n = -0,025 \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,062 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,33$	0,1...0,4
	$k_n = -\left[0,005 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,005\right] \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,064 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,322$	0,4...0,6
	$k_n = \left[0,02 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) - 0,1\right] \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,049 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,379$	0,6...0,8
	$k_n = -\left[0,035 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) - 0,035\right] \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,093 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,271$	0,8...1,0
3,0...5,0	$k_n = -0,025 \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,0245 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,4425$	0,1...0,4
	$k_n = -0,02 \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,0245 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,4405$	0,4...0,6
	$k_n = -\left[0,0025 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) - 0,0325\right] \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,026 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,448$	0,6...0,8
	$k_n = -\left[0,0025 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,0625\right] \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,026 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,472$	0,8...1,0
5,0...10,0	$k_n = -\left[0,001 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,02\right] \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,0076 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,527$	0,1...0,4
	$k_n = -\left[0,002 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,03\right] \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,0064 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,531$	0,4...0,6
	$k_n = -\left[0,002 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,035\right] \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,0088 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,534$	0,6...0,8
	$k_n = -0,075 \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,0072 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,566$	0,8...1,0
10,0...20,0 и более	$k_n = -0,03 \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,0019 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,584$	0,1...0,4
	$k_n = -0,001 \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,0023 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,572$	0,4...0,6
	$k_n = \left[0,0005 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) - 0,06\right] \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,0014 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,608$	0,6...0,8
	$k_n = -\left[0,0005 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,07\right] \cdot \left(\frac{h}{l_f}\right) + 0,0022 \cdot \left(\frac{b}{l_f}\right) + 0,616$	0,8...1,0

Таблица 3

Значения параметров математической модели зависимости коэффициента k_n от длины фибры и размеров при $h/l_f = 0,2 \dots 1,0$ и $b/l_f = 0,5 \dots 4,0$

Значения параметров в зависимости от размеров сечения сжатого элемента при b/l_f							
	0,5–1	1–2	2–3	3–5	5–10	10–20	20–40
Параметры	при $h/l_f = 0,2 \dots 0,4$						
a_0	0,392	0,623	0,625	0,624	0,620	0,623	0,64
a_1	0,0016	0,025	0,002	0,002	0,0028	0,0024	0,0032
a_2	-0,137	-0,3676	-0,371	-0,368	-0,35	-0,38	-0,72
a_3	0	-0,0009	0	0	-0,004	0	-0,016
Параметры	при $h/l_f = 0,4 \dots 0,6$						
a_0	0,384	0,6179	0,5781	0,6167	0,6269	0,6109	0,630
a_1	0,0048	0,0042	0,0274	0,0048	0	0,0072	0,0072
a_2	-0,131	-0,3649	-0,2524	-0,3684	-0,4195	-0,2589	-0,6404
a_3	-0,0024	-0,0019	-0,068	0	0,0238	-0,0484	-0,0479
Параметры	при $h/l_f = 0,6 \dots 0,8$						
a_0	0,360	0,5450	0,6241	0,5824	0,5751	0,5870	0,602
a_1	0,0192	0,048	0	0,0253	0,0312	0,0216	0,0240
a_2	-0,119	-0,304	-0,4622	-0,3371	-0,3003	-0,4196	-0,7209
a_3	-0,0096	-0,0384	0,0578	-0,0183	-0,0478	0,0477	0,0007
Параметры	при $h/l_f = 0,8 \dots 1,0$						
a_0	0,344	0,565	0,484	0,5430	0,539	0,529	0,542
a_1	0,032	0,032	0,112	0,0545	0,06	0,068	0,072
a_2	-0,121	-0,342	-0,18	-0,357	-0,36	-0,26	-0,52
a_3	-0,008	-0,008	-0,168	0,0046	0	-0,08	-0,16

Приведенные в табл. 2 формулы по определению значения коэффициента k_n , учитывающего работу фибры в сечении, перпендикулярном направлению внешнего сжимающего усилия (при $h/l_f = 0,1 \dots 0,4$ и $b/l_f = 0,1 \dots 2,0$), явились основой для разработки программного продукта для односторонних тонкостенных конструкций [9, 10].

В данной статье приведен полный комплект формул, позволяющих автоматизировать вычислительный процесс, связанный с определением значения коэффициента (k_n), в зависимости от размеров сечения сжатого элемента в расширенном диапазоне (при $h/l_f = 0,1 \dots 0,4$ и $b/l_f = 2,0 \dots 20,0$ и более).

Выводы

Получены математические зависимости, с использованием которых повышается производительность расчета прочности тонкостенных сталефибробетонных элементов. Это преимущество значительно повышается при одновременном использовании различных видов фибры в разных сечениях.

Для унификации вычислительного процесса предлагается новая математическая модель зависимости коэффициента k_n от длины фибры и размеров сечения:

$$k_n = a_0 + a_1 \cdot \frac{l_f}{h} + a_2 \cdot \frac{l_f}{b} + a_3 \cdot \frac{l_f^2}{bh}, \quad (2)$$

где a_0, a_1, a_2, a_3 – параметры модели, приведенные в табл. 3.

Таким образом, предложены зависимости и математические модели, позволяющие автоматизировать вычислительный процесс, связанный с определением сопротивления сжатию R_{fb} , необходимого для проектирования тонкостенных составных конструктивных элементов из сталефибробетона.

Список литературы

1. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. М., 2015. 162 с.
2. Пособие по расчету бетонных и железобетонных конструкций на ЭВМ (к СП 63.13330.2012). М., 2013. 244 с.
3. Черноусов Н.Н., Стурова В.А. Математическая модель полной диаграммы деформирования шлакобетона

при трехточечном изгибе // Современные наукоемкие технологии. 2020. № 3. С. 92–96.

4. Рабинович Ф.Н. Композиты на основе дисперсно армированных бетонов. Вопросы теории и проектирования, технология, конструкции: монография. М.: Издательство АСВ, 2004. 560 с.

5. Уфимцев В.М., Коробейников Л.А. Шлаки в составе бетона: новые возможности // Технологии бетонов. 2014. № 6. С. 50–53.

6. СП 52-104-2006*. Сталефибробетонные конструкции. М., 2010. 63 с.

7. СП 360.1325800.2017. Конструкции сталефибробетонные. Правила проектирования. М., 2018. 70 с.

8. Карпенко Н.И., Радайкин О.В. К совершенствованию диаграмм деформирования бетона для определения момента трещинообразования и разрушающего момента в изгибаемых железобетонных элементах // Строительство и реконструкция. 2012. № 3. С. 10–16.

9. Черноусов Н.Н., Стурова В.А., Чурсин Е.В., Ливенцева А.А. Определение коэффициента ориентации фибрового армирования по площади сечения сжатого элемента в зависимости от отношения размеров сечения и длин фибры в диапазоне $(0,1...0,4) h/l_f - (0,1...1,0)b/l_f$ // Развитие науки и образования: новые подходы и актуальные исследования: сборник научных трудов по материалам XI Международной научно-практической конференции (г.-к. Анапа, 24 ноября 2020 г.). Анапа: Изд-во «НИЦ ЭСП» в ЮФО, 2020. С. 128–132.

10. Черноусов Н.Н., Стурова В.А., Чурсин Е.В., Ливенцева А.А. Определение коэффициента ориентации фибрового армирования по площади сечения сжатого элемента в зависимости от отношения размеров сечения и длин фибры в диапазоне $(0,1...0,4) h/l_f - (1,0...2,0)b/l_f$ // EUROPEAN SCIENTIFIC CONFERENCE: сборник научных трудов по материалам XXXI International scientific conference (г.-к. Анапа, 29 ноября 2020 г.). Анапа: Изд-во «НИЦ ЭСП» в ЮФО, 2020. С. 86–90.