

УДК 621.815:621.886.634:621.833.15

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ШПОНОЧНОГО СОЕДИНЕНИЯ МЕЖДУ КОЛЕСОМ И ВАЛОМ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРЯМОЗУБОГО ЗУБЧАТОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Иващенко А.П., Вирт А.Э.

Камышинский технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет», Камышин, e-mail: ivaschenko@kti.ru

В статье приведены исследования по оценке напряженно-деформированного состояния прямозубой эвольвентной зубчатой передачи с помощью МКЭ алгоритмов, реализованных в одной из CAD/CAE систем, для двух вариантов исполнения зубчатого колеса и тихоходного вала. Рассмотрено влияние призматического шпоночного соединения на НДС в области зацепления зубьев сопряженных колес. Вычислены напряжения фон Мизеса для двух вариантов исполнения. Получены графические зависимости распределения напряжения в узлах по длине контактной линии зуба колеса. Определены картины распределения контактных давлений по длине контактной линии в сопряженной паре зубьев шестерни и колеса при трех вращающихся моментах для двух вариантов исполнений. Рассмотрены два варианта исполнения шпоночного соединения с анализом их напряженно-деформированного состояния. Исследования показали, что картина НДС в зоне зацепления значительно меняется при изменении способа крепления элементов узла между собой. При применении призматического шпоночного соединения между зубчатым колесом и валом изменилась жесткость узла, увеличилась деформации, а на картине распределения напряжений было видно общее их снижение по сравнению с узлом, где отсутствовало шпоночное соединение. Применение стандартного призматического шпоночного соединения и соединения с лыской на валу позволило изменить картину напряжений, причем область максимальных значений напряжений в зоне шпоночного соединения переместилась с зубчатого колеса на вал.

Ключевые слова: прямозубая зубчатая передача, шпоночные соединения, призматические шпонки, оценка прочности, напряжения фон Мизеса

ASSESSMENT OF THE INFLUENCE OF THE KEY COUPLING BETWEEN THE GEAR AND THE SHAFT ON THE STRESS-STRAIN STATE STRAIGHT CYLINDRICAL GEARS

Ivaschenko A.P., Virt A.E.

Kamyshin Technology Institute (branch) of the Volgograd State Technical University, Kamyshin, e-mail: ivaschenko@kti.ru

The article presents studies on the assessment the stress-strain state straight involute gears using FEM algorithms implemented in one of the CAD / CAE systems for two versions of a gear and a low- speed shaft. Reviewed the impact of a prismatic key coupling on the stress-strain state in the clutching of the teeth pair of gears. The von Mises stresses are calculated for two versions. The graphical dependences of the stress distribution in the nodes along the length of the contact line of the gear tooth are obtained. Patterns of the distribution of contact pressures along the length of the contact line in the conjugate pair of pinion gear and gear teeth at three torques for two versions have been determined. Two versions of the keys couplings with the analysis of their stress-strain state are considered. Studies have shown that the picture of the stress-strain state in the engagement zone changes significantly when the method of fastening the assembly elements to each other changes. When using a prismatic key coupling between the gear and the shaft, the rigidity of the assembly changed, the deformations increased, and the stress distribution pattern showed their general decrease in comparison with the assembly where there was no key coupling connection. The use of a standard prismatic key coupling and a connection with a flat on the shaft made it possible to change the stress pattern, and the region of maximum stress values in the zone of the key coupling moved from the pinion gear to the shaft.

Keywords: straight cylindrical gears, keys couplings, prismatic keys, strength assessment, von Mises stress

Существует несколько способов передачи вращающего момента в соединении вала с зубчатым колесом. Первый способ подразумевает жесткую связь вала и колеса различными элементами, которые работают на срез, изгиб, смятие. К таким соединениям можно отнести шпоночные, шлицевые и др. Второй способ – фрикционный, где вращающий момент передается за счет сил трения, которые возникают на цилиндрических и других поверхностях. Ко второму

типу можно отнести соединения с натягом, клеммные и др. Как правило, для передачи вращающего момента между валом и зубчатым колесом в малоагруженных соединениях применяют призматические шпоночные соединения из-за простоты конструкции и сравнительно низкой себестоимости изготовления. Когда колесо имеет небольшие радиальные габариты по отношению к диаметру посадочной поверхности вала и нет возможности применить со-

единение, тогда используют вал-шестерни, у которых шестерня выполнена за одно целое с валом.

В настоящее время актуальна задача оценки поведения конструкции изделия при заданных нагрузениях, с целью разработки такой конструкции, которая отвечала бы заданным критериям, например прочности. При нарушении прочности в изделиях возникают недопустимо большие остаточные деформации или преждевременные поломки [1]. Такую задачу можно решить на этапе инженерного расчета с помощью современных методов исследования, например метода конечных элементов (МКЭ). Из-за большой трудоемкости ручного расчета конструкций с помощью МКЭ используют программное обеспечение – CAE системы, например ANSYS, или интегрированные CAE модули в составе CAD программ: SOLIDWORKS Simulation, T-Flex CAD Анализ, Компас 3D APM FEM. В области исследования прочности зубчатых передач и их компонентов имеется достаточно много работ как методом конечных элементов, так и другими способами. Например, в статье [2] с помощью пакета программ инженерного анализа проведен анализ прочности по критерию Мизеса для косозубой шестерни планетарного редуктора в квазистатических условиях. В работе [3] авторы приводят еще один возможный способ оценки прочности зубчатых передач и ее элементов при помощи CAE-систем. В источнике [4] произведена комплексная оценка прочности зубчатой передачи, используя несколько программ для расчетов. В статье [5] отражено исследование прочности колес в зубчатой передаче с различными углами давления. В источнике [6] авторы дают оценку напряжений фон Мизеса для прямозубой цилиндрической зубчатой передачи для трех временных шагов с анализом деформаций и запаса прочности. В работах [7, 8] произведена оценка напряжений и других параметров зубчатых колес в одной из программ для инженерного анализа. В основном работы отражают исследования в области статической прочности или усталостной выносливости зубьев зубчатых колес.

Исследования усталостной выносливости твердотельных моделей сложных составных узлов с зубчатыми передачами оправданы по своей трудоемкости на этапе проверочного расчета на стадии проектирования в массовом производстве, из-за требований к дорогостоящему высокопроизводительному вычислительному оборудованию и программному обеспечению, которое включает МКЭ. Для таких расчетов необхо-

димы экспериментальные кривые усталости для всех материалов деталей, входящих в состав сложных узлов. В основе расчетов усталостной выносливости с помощью МКЭ лежат статические расчеты прочности, которые менее трудоемки и не требуют экспериментальных данных. Могут использоваться на этапе проектного расчета с целью поиска рациональной конструкции сложного узла, оценки его слабых мест и снижения общей металлоемкости. Это в свою очередь помогает оптимизировать работу конструкторов на этапе проектирования с целью уменьшения временных затрат при дальнейших расчетах, в том числе и на усталостную выносливость. Далее авторами предлагается один такой вариант из множества типовых, которые могут быть реально применены конструкторами на практике.

Цель исследования: оценка влияния напряженно-деформированного состояния (НДС) прямозубой эвольвентной зубчатой передачи с помощью МКЭ, реализованных в одной из CAD/CAE систем, для двух вариантов исполнения колеса и тихоходного вала, когда колесо и вал выполнены как единый узел и когда между ними имеется шпоночное соединение в статической постановке.

Материалы и методы исследования

Исследование проведено с использованием твердотельных моделей с точной геометрией, построенных в программе Компас 3D, где конструктивные параметры зубчатых колес определяются в соответствии с ГОСТ 16532–70. Решение задач по нагружению узла с зубчатой передачей в статической постановке численными методами выполнено в SOLIDWORKS Simulation для двух вариантов исполнений колеса и тихоходного вала.

Первый вариант (вариант А, рис. 1): быстроходный и тихоходный валы выполнены за одно целое с шестерней и колесом, что позволяет получить максимальную жесткость узла.

Второй вариант (вариант Б, рис. 1): быстроходный вал выполнен за одно целое с шестерней. Зубчатое колесо установлено на тихоходный вал по цилиндрической поверхности диаметром 60 мм и длиной 50 мм, также на ступени вала под колесо имеется направляющая центрирующая коническая поверхность длиной 6 мм и углом конуса 30°. В соединении колеса и тихоходного вала применена призматическая шпонка в соответствии с ГОСТ 23360–78. Такая конструкция соединения ослабляет вал и ступицу колеса шпоночным пазом,

а возникающий крутящий момент вызывает напряжения среза в теле шпонки и напряжения смятия на ее боковых гранях, причем изгибающий момент, действующий на шпонку со стороны ступицы колеса, стремится ее вынуть из паза вала.

Валы установлены на двух опорах, которые удалены на равное расстояние от плоскости симметрии колес. Выходные концы валов – цилиндрические (ГОСТ 12080–66) и расположены по одну сторону от плоскости симметрии колес.

Параметры цилиндрической прямозубой зубчатой передачи: модуль $m = 4$ мм; число зубьев шестерни $z_1 = 20$ шт., колеса $z_2 = 40$ шт.; ширина шестерни $b_{w1} = 65$ мм; ширина колеса $b_{w2} = 60$ мм; межосевое расстояние $a_w = 120$ мм. Материал колес – сталь конструкционная легированная марки 40Х, твердость 230–260 НВ, предел текучести $\sigma_T = 550$ МПа. Валы и шпонка изготовлены из того же материала, что и зубчатые колеса.

В реальной работе механизма рассчитываемые узлы зубчатой передачи (рис. 1) установлены через подшипники в корпусе. В расчетах численными методами введены специальные ограничения, которые учитывают данный вид установки. Были использованы ограничения по перемещениям трех типов. Первое ограничение – полное закрепление цилиндрической поверхности диаметром 54 мм на длине 77 мм тихоходного вала. Данное ограничение учитывает силы производственного сопротивления, которые возникают при работе узла. Второе ограничение – частичное закрепление в цилиндрической системе координат с возможностью вращения валов вокруг своих осей. Данное ограничение имитирует установку цапф валов на опорах и правильную работу выходного конца быстроходного вала-шестерни. Такое ограничение применено к цилиндрическим поверхностям валов с диаметрами 40, 54 и 55 мм. Третье ограничение – ча-

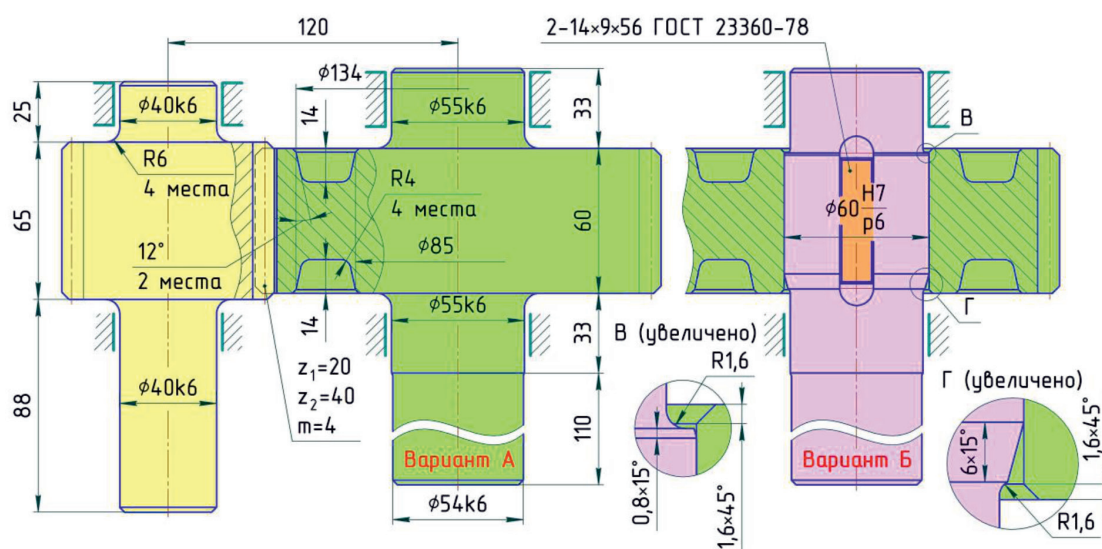


Рис. 1. Рассчитываемая зубчатая передача с двумя вариантами (А, Б) исполнения тихоходного узла передачи

Для получения достоверных данных в рассматриваемые модели вводят нагрузки и ограничения, отражающие реальную работу узла в механизме, с учетом допущений: не рассматривались погрешности изготовления и неточности монтажа, перекос осей в процессе работы передачи, использовался однородный и изотропный материал.

Нагрузка в виде вращающего момента приложена на цилиндрической поверхности выходного конца вала-шестерни длиной 52 мм, имеющей диаметр 40 мм (рис. 1). В расчетах рассматривались три величины вращающего момента: 60, 80 и 100 Нм.

стичное закрепление в декартовой системе координат с исключением перемещения вдоль оси вращения торцевых поверхностей со стороны шипа валов (рис. 1, варианты А, Б), а также торцевых поверхностей ступицы колеса в варианте Б.

С помощью вспомогательных поверхностей и команд «Разделение граней», «Сопряжение» на боковых поверхностях контактирующих зубьев шестерни и колеса выделены линии, проходящие через полное сопряжения, принадлежащие образующим их начальным поверхностям. Организовано касание сопряженных поверхностей зубьев

по полученным контактным линиям. Таким образом, это позволило в обоих вариантах (рис. 1) без нарушения зацепления в полюсе сопряжения зубьев организовать однопарный контакт двух сопряженных поверхностей шестерни и колеса в данный момент времени. При решении задачи в варианте Б были дополнительно добавлены контакты колеса, призматической шпонки и вала для их правильного взаимодействия между собой.

На следующем этапе произведено построение тетраэдральной конечно-элементной сетки на основе кривизны поверхности. Такой метод построения позволил в местах плавных переходов поверхностей (основания зубьев, скругления) сетку сделать более мелкую. Минимальный размер стороны элемента сетки составил 0,368 мм, максимальный – 1,84 мм. В местах, где предполагались большие градиенты напряжений (боковые поверхности сопряженных зубьев), размер стороны элемента сетки был уменьшен и составил 0,2 мм. Число объемных ко-

нечных элементов в варианте А – 2,019 млн, в варианте Б – 2,312 млн (рис. 1).

Результаты исследования и их обсуждение

Произведен конечно-элементный расчет статической прочности двух узлов зубчатой передачи. Определены напряжения фон Мизеса (von Mises), которые также называются эквивалентными [9] напряжениями. На рис. 2 приведены картины распределения напряжений для узла передачи в целом, а также графики распределения напряжений по длине контактной линии колеса при вращающемся моменте в 80 Нм. Для других вращающихся моментов напряжения сведены в табл. 1. Также на этих рисунках показано, как распределяются напряжения в зоне однопарного контакта сопряженной пары зубьев шестерни и колеса по сечению в плоскости действия максимальных напряжений. В зоне контакта напряжения достигают своих максимальных величин, но не превышают напряжения предела текучести.

Таблица 1

Величины напряжений фон Мизеса и деформаций в зоне контакта сопряженной пары зубьев

| Вращающий момент, Нм | Максимальные напряжения, МПа | Максимальные деформации, мм | Максимальные напряжения, МПа | Максимальные деформации, мм |
|----------------------|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| | Вариант А (рис. 1) | | Вариант Б (рис. 1) | |
| 60 | 151,9 | 0,013 | 53,7 | 0,017 |
| 80 | 202,2 | 0,018 | 70,8 | 0,023 |
| 100 | 253,2 | 0,022 | 88,7 | 0,028 |

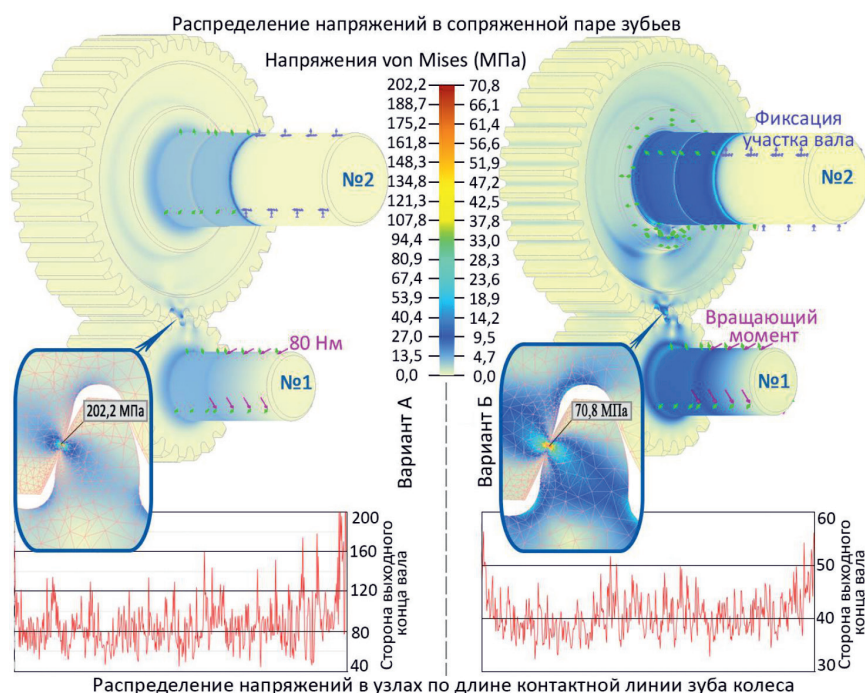


Рис. 2. Распределение напряжений в узле зубчатой передачи

Сравнивая картину распределения напряжений в сопряженной паре зубьев (рис. 2) для двух вариантов А, Б (рис. 1), можно отметить, что в варианте А напряжения достигают своих максимальных величин в зоне контакта на поверхности колеса (№ 2) и область действия максимальных значений напряжений приходится на контактные линии в полюсе зацепления. В варианте Б область действия максимальных напряжений немного смещена от полюса зацепления в сторону головки зуба шестерни (№ 1), вследствие увеличившихся деформаций. Напряжения достигают своих максимальных величин на поверхности шестерни. Также, рассматривая графики распределения напряжений в узлах по длине контактной линии зуба колеса, можно увидеть, что в варианте А напряжения до-

стигают максимальных значений со стороны выходного конца тихоходного вала, в варианте Б напряжения распределяются более равномерно.

На рис. 3 представлены картины распределения контактных давлений по длине контактной линии в сопряженной паре зубьев шестерни (№ 1) и колеса (№ 2) при трех вращающих моментах в 60, 80 и 100 Нм для двух вариантов А, Б (рис. 1).

В табл. 2 сведены максимальные значения контактных давлений, полученных в ходе решения задач, а также в отдельную графу приведены значения контактных напряжений, рассчитанных с помощью комплекса программ КОМПАС-GEARS по методике, приведенной в ГОСТ 21354–87 при коэффициенте, учитывающем внутреннюю динамическую нагрузку, равном единице.

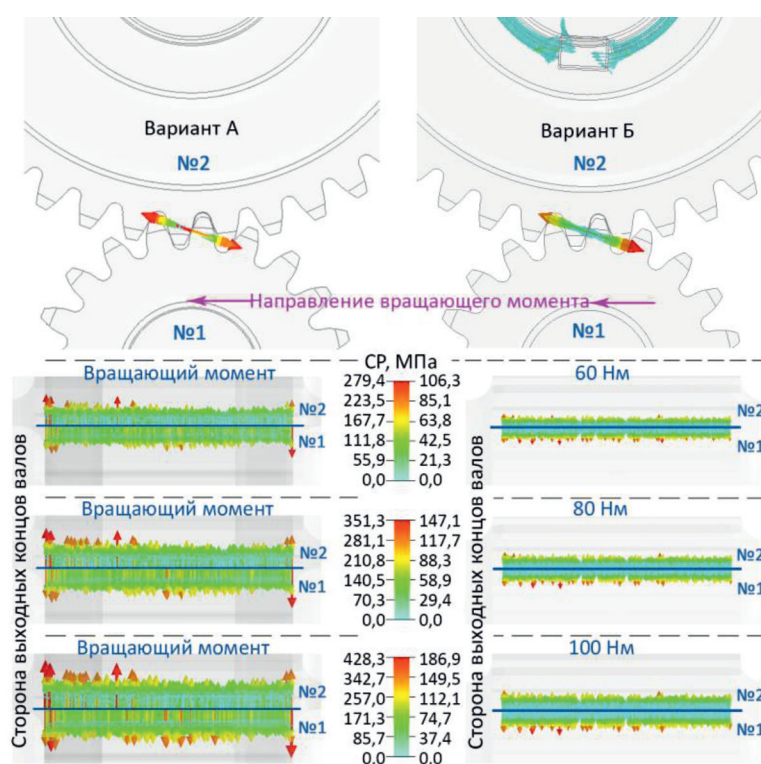


Рис. 3. Эпюры вектора распределения контактного давления (CP) по длине контактной линии в сопряженной паре зубьев

Таблица 2

Величины контактных давлений (CP) и контактных напряжений в полюсе зацепления сопряженной пары зубьев

| Вращающий момент, Нм | Максимальные контактные давления, МПа | | Контактные напряжения, МПа ГОСТ 21354-87 |
|----------------------|---------------------------------------|-----------------------|---|
| | Вариант А (рис. 1, 3) | Вариант Б (рис. 1, 3) | |
| 60 | 279,4 | 106,3 | 313,7 |
| 80 | 351,3 | 147,1 | 356,3 |
| 100 | 428,3 | 186,9 | 394,3 |

Вследствие более жесткого узла зубчатой передачи (вариант А), когда шестерня и колесо выполнены заодно с валами, зуб колеса (рис. 3) имеет более высокую интенсивность значений контактных давлений, чем колесо в варианте Б, где между колесом и валом имеется шпоночное соединение. Между данными, полученными с помощью КОМПАС-GEARS, и расчетными значениями в табл. 2 прослеживается корреляционная взаимосвязь величин, следовательно, полученные данные на этапе статического расчета можно использовать в других расчетах, например на усталостную выносливость.

На рис. 4 приведены два варианта исполнения шпоночного соединения. Вариант № 2 отличается от варианта № 1 (стандартного шпоночного соединения) наличием лыски на валу величиной 1,1 мм на диаметре 60 мм в месте шпоночного паза. Такой метод позволяет снизить концентрацию напряжений. Вариант № 2 применен при решении задачи (рис. 1 вариант Б).

Исследуя картину распределения напряжений в шпоночном соединении (рис. 4) для двух вариантов, можно отметить, что в варианте № 1 напряжения достигают максимальных величин в 144,6 МПа на кромке шпоночного паза колеса со стороны приложения вращающего момента. Это объясняется тем, что под действием нагрузки происходит деформация материала в зоне шпоночного паза и материал стремится переместиться внутрь отверстия, но перемещению препятствует наружная поверхность вала, причем сопрягаемые поверхности колеса и вала по диаметру 60 мм имеют посадку с натягом. Таким образом, область ступицы колеса в месте шпоночного паза является более нагруженной в варианте № 1. Авторы в работе [5] также исследуют напряжения и показывают нагруженную область в зоне шпоночного паза ступицы зубчатого колеса. В варианте № 2 из-за наличия лыски на валу, ее также можно заменить обчеканкой, для повышения сопротивления

усталости вала на участке, ослабленном шпоночным пазом, область максимальных значений напряжений смещается в зону дна шпоночного паза вала, достигая величины в 64,4 МПа. Таким образом, в варианте № 2 более нагруженным элементом является вал в месте шпоночного паза со стороны действия сил полезного сопротивления.

Определен запас статической прочности по эквивалентным напряжениям (фон Мизеса) относительно напряжений предела текучести, то есть допускаемых при вращающем моменте в 100 Нм, где минимально допустимый запас прочности составляет 1,1. В более нагруженном варианте А (рис. 1) запас статической прочности составил 2,17. Деформации материала в зоне контакта сопряженных зубьев в варианте Б по сравнению с вариантом А увеличились на 28 % из-за снижения жесткости вследствие применения шпоночного соединения в узле тихоходного вала.

В статье [10] произведены расчеты зубчатой передачи с прямым эвольвентным цилиндрическим зацеплением с помощью модуля T-FLEX Анализ, интегрированного в программу T-Flex CAD. Шестерня имела 19 шт. зубьев, колесо – 81 шт., модуль 4 мм, ширина колеса 67 мм, нормальное усилие в зацеплении 6113,84 Н. Получены аналогичные данные: максимальные эквивалентные напряжения при однопарном зацеплении зубьев в зубчатой передаче составили = 322,6 МПа, а предел текучести $\sigma_T = 570$ МПа для стали марки 40ХН, использованной в расчете. Запас статической прочности составил 1,77, а деформации в зоне сопряжения зубьев не превышали 0,017 мм.

Следовательно, применение статического анализа рабочего узла с зубчатой передачей на этапе проектирования позволяет конструктору предварительно оценить результаты проделанной работы, проанализировать слабые места конструкции, более рационально подойти к дальнейшему конструированию узла, значительно сократив время проектирования.

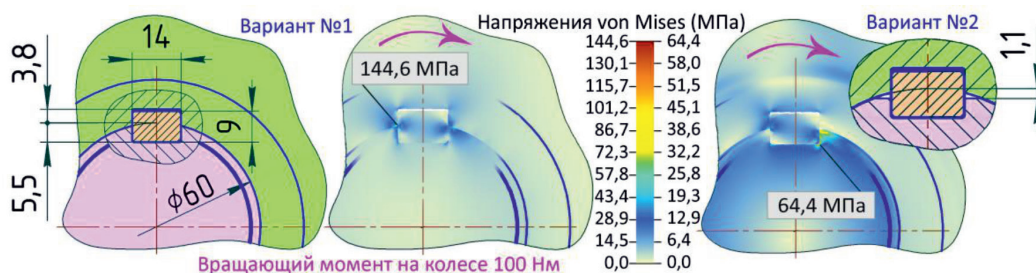


Рис. 4. Распределение напряжений в шпоночном соединении колеса с валом

Заключение

Картина напряженно-деформированного состояния прямозубого эвольвентного зубчатого зацепления значительно меняется при изменении способа крепления элементов между собой. Так, при применении призматического шпоночного соединения между колесом и валом в варианте Б (рис. 1) снизилась жесткость узла с зубчатой передачей и увеличились деформации, при этом полученная картина распределения напряжений (рис. 2) показывает общее снижение напряжений по сравнению с узлом в варианте А, причем область максимальных напряжений приходится не на полюс зацепления, где предполагался первоначальный контакт зубьев, а чуть смещена, вследствие этого шестерня имеет более высокую интенсивность напряжений, чем колесо.

Данный расчет дополняет существующую методику расчета зубчатых передач на прочность. Использование классического расчета в соответствии с ГОСТ 21354–87 и расчета методом конечных элементов с помощью САЕ-систем позволяет спроектировать надежный узел с минимальными массово-экономическими затратами в производстве, эксплуатации и ремонте.

Список литературы

1. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б. Расчет на прочность деталей машин: Справочник / 4-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1993. 639 с.
2. Mihailidis A., Korbetis G., Drivakos N., Nerantzis I. Finite Element Method Based Analysis of Planetary Gear Systems Considering Backlash and Manufacturing Deviations. *Power Transmission Engineering*. June 2018. P. 46–50.
3. Смагулова А.С., Кияшова А.М. Расчет зубчатых передач с применением конечно-элементного анализа в рамках пакета ANSYS WB // *Наука и техника Казахстана*. 2018. № 3. С. 39–47.
4. Лашков В.А., Калимуллин Ф.А., Каратаев О.Р., Усманов Р.А. Трехмерное проектирование и инженерный анализ элементов конического редуктора в системе Autodesk Inventor // *Вестник Технологического университета*. 2020. Т. 23. № 5. С. 94–97.
5. Fuentes-Aznar A., Gonzalez-Perez I. Gear tooth strength analysis of high pressure angle cylindrical gears. *Gear Solutions*. June. 2018. P. 30–38.
6. Miklos Imre, Miklos C., Alic Carmen. Finite element analysis of cylindrical gear with mechanical event simulation. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 393. 2018. 012046. DOI: 10.1088/1757-899X/393/1/012046.
7. Garic Slobodan, Ivanovic Lozica, Stojanovic Blaza, Miladinović Slavica, Milovanovic Vladimir. Numerical analysis of aluminum composite cylindrical gears. 3 rd International scientific conference COMETA. Jahorina, B&H, RS. 2016. P. 147–154.
8. Debreczeni D., Bognár G. Investigation of the Nominal Tooth Root Stress for External, Cylindrical Gears with Symmetric and Asymmetric Profile. *Wseas transactions on applied and theoretical mechanics*. 15. 2020. P. 31–37. DOI: 10.37394/232011.2020.15.5.
9. Autodesk Inventor. Справка. 2014. [Electronic resource]. URL: <http://help.auto-desk.com/view/INVENTOR/2014/RUS/?guid=GUID-C787792D-BBB1-41A7-BBD7-CBCABC-BE7C01> ((date of access: 18.09.2021).
10. Иващенко А.П. Инженерные расчеты зубчатых колес с помощью T-FLEX. Анализ интегрированной с T-FLEX CAD среды конечно-элементных расчетов // *САПР и графика*. 2021. № 4. С. 14–18.