

УДК 532.135:536

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА ДЛЯ ТЕЧЕНИЯ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ, РЕОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОТОРОЙ УЧИТЫВАЕТ ПРОЯВЛЕНИЕ ЭФФЕКТА «ОТВЕРДЕВАНИЯ»

Колодежнов В.Н., Веретенников А.С.

*Военно-Воздушная академия им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина,
Воронеж, e-mail: kvn117@mail.ru*

Целью работы является исследование процесса установившегося конвективного теплопереноса с учетом фактора диссипации в плоском канале вязкопластической жидкости. Для описания неньютоновского поведения рабочей среды использовалась реологическая модель, учитывающая проявление эффекта «отвердевания». Аналитическим методом разделения переменных решена задача установившегося конвективного теплопереноса. В соответствии с гидродинамической моделью течения предполагалось, что при перепаде давления, превышающем некоторое пороговое критическое значение, такая жидкость может демонстрировать проявление эффекта «отвердевания». Суть этого эффекта заключается в том, что при приближении скорости сдвига к соответствующему пороговому значению происходит аномально высокое нарастание вязкости жидкости. В этом случае допустимо полагать, что внутри канала формируются зона пластического течения, зона вязкого течения, а также зона, заполненная материалом «отвердевшей» жидкости. Тепловая часть задачи рассматривалась для каждой из этих трех зон течения по отдельности. На смежных границах зон ставились условия сопряжения температуры и тепловых потоков. Получены распределения температурных полей для каждой из трех зон плоского канала с учетом фактора диссипации механической энергии. Проведен анализ особенностей формирующихся температурных полей и показано, что в зоне сдвигового течения в окрестности с границей зоны «отвердевшей» жидкости распределение температуры достигает максимального значения.

Ключевые слова: вязкопластическая жидкость, аномалия вязкости, конвективный теплоперенос, диссипация

MATHEMATICAL MODELING OF CONVECTIVE HEAT TRANSFER FOR FLOW IN A PLANE CHANNEL OF A VISCOPLASTIC FLUID, THE RHEOLOGICAL MODEL OF WHICH TAKES INTO ACCOUNT THE MANIFESTATION «SOLIDIFICATION» EFFECT

Kolodezhnov V.N., Veretennikov A.S.

N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy, Voronezh, e-mail: kvn117@mail.ru

The aim of the work is to investigate the process of steady-state convective heat transfer taking into account the dissipation factor in a flat channel of a viscoplastic fluid. To describe the non-Newtonian behavior of the working medium, a rheological model was used that takes into account the manifestation of the «solidification» effect. The problem of steady-state convective heat transfer is solved by the analytical method of separation of variables. In accordance with the hydrodynamic flow model assumed that at a differential pressure exceeding a critical threshold value, such liquid can demonstrate expression of the effect of «solidification». The essence of this effect lies in the fact that when the shear rate approaches the corresponding threshold value, an abnormally high increase in the viscosity of the liquid occurs. In this case, it is permissible to assume that three characteristic zones are formed inside the channel: a zone of plastic flow, a zone of viscous shear flow, and also a zone filled with the material of «solidified» liquid. The thermal part of the problem was considered for each of these three flow zones separately the conditions for conjugation of temperature and heat fluxes were set at the adjacent boundaries of the zones. The distributions of temperature fields for each of the three zones of the flat channel with regard to the factor of dissipation of mechanical energy are obtained. The analysis of peculiarities of forming temperature fields is carried out and it is shown that in shear flow zone in vicinity with boundary of «solidified» liquid zone temperature distribution reaches maximum value.

Keywords: viscoplastic fluid, viscosity anomaly, convective heat transfer, dissipation

Моделирование процесса конвективного теплопереноса неньютоновских жидкостей в каналах различного сечения представляет интерес при решении многих технических задач. К жидкостям такого рода относятся в том числе и суспензии мелкодисперсной твердой фазы на основе различных полимерных композиций [1, 2]. Реологические свойства суспензий рассматривались в работах [3–5]. Такие суспензии на различных интервалах изменения скорости сдвига $\dot{\gamma}$ могут проявлять как псевдопластические, так и дилатантные свойства [6, 7]. В случае

достаточно высокой концентрации твердой фазы приближение скорости сдвига к некоторому пороговому уровню может приводить к аномально высоким значениям вязкости. Подобное поведение рабочих сред можно интерпретировать как проявление эффекта упрочнения или «отвердевания».

Для моделирования механического поведения подобных сред используются реологические модели комбинированного типа. В [8] предложена реологическая модель вязкопластической жидкости, демонстрирующей эффект «отвердевания», а также проведен

анализ особенностей кривой течения. В соответствии с этой моделью при значениях касательного напряжения, не превышающих предела текучести, деформирование материала отсутствует, а превышение этого предела приводит к сдвиговому течению жидкости. Дальнейшее увеличение скорости сдвига и ее приближение к соответствующему пороговому уровню приводят к формированию слоя «отвердевшей» жидкости. В работе [9] рассматривалось образование двух схем течения в зависимости от перепада давления. При этом область течения разбивалась на несколько зон внутри канала. Там же были получены аналитические формулы распределения скорости вязкопластической жидкости в плоском канале и для каждой схемы течения определены расходно-перепадные характеристики канала.

Моделирование диссипативного разогрева в плоском канале вязкопластической среды, реологическая модель которой учитывает проявление эффекта «отвердевания», для случая, когда перепад давления не превышает критического значения и эффект «отвердевания» себя не проявляет, было проведено в [10]. В этой работе аналитически получены выражения для распределения температуры в поперечном сечении канала. Показано возникновение максимума температуры в окрестности стенок канала.

Целью данной работы является исследование процесса установившегося конвективного теплопереноса с учетом фактора диссипации вязкопластических суспензий, которые могут проявлять эффект «отвердевания» при их течении в плоских каналах технологического оборудования.

Материалы и методы исследования

Рассмотрим процесс конвективного теплопереноса вязкопластической жидкости, демонстрирующей проявление эффекта «отвердевания», в плоском канале шириной $2 \cdot h$ и длиной L .

Предположим, что механическое поведение среды описывается с помощью реологической модели вязкопластической жидкости с эффектом «отвердевания» [8]:

$$|\dot{\gamma}| = \begin{cases} 0; & |\tau| < \tau_p; \\ \left[1 - \left(\frac{\tau_s - |\tau|}{\tau_s - \tau_p} \right)^n \right] \cdot \dot{\gamma}_s; & \tau_p \leq |\tau| \leq \tau_s; \end{cases}$$

$$0 < n < 1; |\dot{\gamma}| \leq \dot{\gamma}_s,$$

где τ – касательное напряжение; n – индекс течения; τ_p – предел текучести, τ_s – каса-

тельное напряжение, достигаемое при критическом значении скорости сдвига $|\dot{\gamma}| = \dot{\gamma}_s$.

Пусть в канале реализуется схема течения, для которой перепад давления в канале удовлетворяет следующему условию:

$$\Delta P > \Delta P_{crit}; \Delta P_{crit} = \frac{L \cdot \tau_s}{h},$$

где ΔP_{crit} – перепад давления, при превышении которого на стенках канала в дополнение к уже существующим зонам пластического и вязкого течения формируется зона «отвердевшей» жидкости [9].

Схема такого течения представлена на рис. 1.

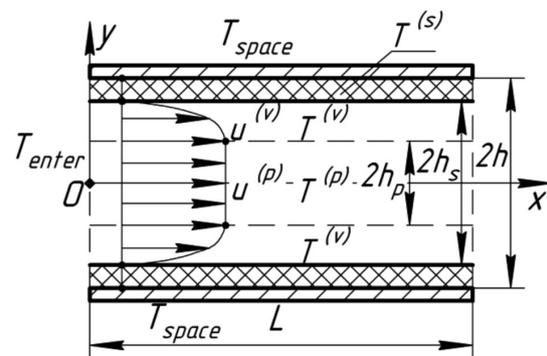


Рис. 1. Схема течения жидкости

Границы раздела между зонами течения представляют собой плоскости, расположенные на расстояниях h_p и h_s от оси симметрии канала Ox . Эти расстояния находятся из решения гидродинамической части задачи [9] и определяются следующим образом:

$$h_p = \frac{\tau_p \cdot L}{\Delta P}; h_s = \frac{\tau_s \cdot L}{\Delta P}.$$

При решении задачи конвективного теплопереноса в канале были приняты следующие упрощающие допущения. Предположим, что входным участком в канале можно пренебречь, а конвективный теплоперенос вдоль оси канала можно определять по средней скорости потока в соответствующей зоне течения. Будем также полагать, что молекулярной составляющей теплового потока в продольном направлении канала допустимо пренебрегать по сравнению с его поперечной составляющей. Кроме того, предположим, что на стенках канала осуществляется теплообмен с окружающей средой при заданном значении коэффициента теплоотдачи.

С учетом сделанных выше допущений уравнения конвективного теплопереноса в плоском канале с учетом фактора диссипации в безразмерных переменных могут быть записаны в виде:

$$S_1 \cdot u_m^{(p)} \cdot \frac{\partial T'^{(p)}}{\partial x'} = S_2 \cdot \frac{\partial^2 T'^{(p)}}{\partial y'^2}; \quad (1)$$

$$S_1 \cdot u_m^{(v)} \cdot \frac{\partial T'^{(v)}}{\partial x'} = S_2 \cdot \frac{\partial^2 T'^{(v)}}{\partial y'^2} + W'(y'); \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 T'^{(s)}}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 T'^{(s)}}{\partial y'^2} = 0. \quad (3)$$

Здесь и далее безразмерные величины отмечены верхним штрихом. Верхние индексы v , p , s относят соответствующие характеристики к зонам вязкого сдвигового и пластического течений, а также к зоне «отвердевшей» жидкости соответственно.

Диссипативная функция $W'(y')$ определялась через распределения касательного напряжения τ и скорости сдвига $\dot{\gamma}$ следующим образом:

$$W'(y') = \left[1 - \frac{\tau'_p}{h'_p} (y' - h'_p) \right]^{\frac{n+1}{n}} - \tau'_s \left[1 - \frac{\tau'_p}{h'_p} (y' - h'_p) \right]^{\frac{1}{n}} - \left[1 - \frac{\tau'_p}{h'_p} (y' - h'_p) \right] + \tau'_s.$$

Система уравнений (1)–(3) и диссипативная функция были представлены в безразмерной форме записи с учетом соотношений:

$$x' = \frac{x}{L}; \quad y' = \frac{y}{h}; \quad T' = \frac{T - T_{space}}{T_{enter} - T_{space}}; \quad \tau'_p = \frac{\tau_p}{\tau_s - \tau_p}; \quad \tau'_s = \frac{\tau_s}{\tau_s - \tau_p}; \quad \Delta P' = \frac{\Delta P}{\tau_s - \tau_p};$$

$$u_m^{(v)} = \frac{u_m^{(v)}}{u_s}; \quad h'_p = \frac{h_p}{h}; \quad h'_s = \frac{h_s}{h}; \quad u_m^{(p)} = \frac{u_m^{(p)}}{u_s}; \quad u_s = h \cdot \dot{\gamma}_s; \quad \dot{\gamma}' = \frac{du'}{dy'} = \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_s};$$

$$S_1 = \frac{G}{2 \cdot Ec \cdot Eu}; \quad S_2 = \frac{n}{Pr \cdot Ec}; \quad Ec = \frac{u_s^2}{c \cdot (T_{enter} - T_{space})}; \quad Eu = \frac{\tau_s - \tau_p}{\rho \cdot u_s^2};$$

$$Pr = \frac{\mu_s \cdot c}{\lambda}; \quad G = \frac{2 \cdot h}{L}; \quad \mu_s = \frac{n \cdot (\tau_s - \tau_p)}{\dot{\gamma}_s}.$$

где $T'^{(v)}$, $T'^{(p)}$, $T'^{(s)}$ – распределения безразмерной температуры в зонах вязкого сдвигового и пластического течений, а также в зоне, заполненной материалом «отвердевшей» жидкости соответственно; T_{space} – значение температуры в пространстве за стенками канала; T_{enter} – принимаемая постоянной жидкости на входе в канал; u_s – характерное значение скорости жидкости, принимаемое в качестве масштабного; $u_m^{(v)}$ – средняя по сечению зоны вязкого сдвигового течения скорость жидкости; $u_m^{(p)}$ – предполагаемая постоянной скоростью жидкости в зоне пластического течения; Ec , Eu , Pr – критерии подобия Эккерта, Эйлера и Прандтля соответственно; G – безразмерный геометрический комплекс; S_1 , S_2 – безразмерные комплексы, составленные из соответствующих критериев подобия; ρ , c , λ – плотность, теплоемкость и теплопроводность рабочей среды соответственно (параметры являются постоянными независимо от рассматриваемой зоны течения); μ_s – масштабное значение динамической вязкости.

Граничные условия для рассматриваемой задачи имеют вид:

$$y' = 0; \quad \frac{\partial T'^{(p)}}{\partial y'} = 0;$$

$$y' = h'_p; \quad T'^{(p)} = T'^{(v)}; \quad \frac{\partial T'^{(p)}}{\partial y'} = \frac{\partial T'^{(v)}}{\partial y'};$$

$$y' = h'_s; \quad T^{(v)} = T^{(s)}; \quad \frac{\partial T^{(v)}}{\partial y'} = \frac{\partial T^{(s)}}{\partial y'};$$

$$y' = 1; \quad \frac{\partial T^{(s)}}{\partial y'} = -Bi \cdot T^{(s)};$$

$$x' = 0; \quad T^{(p)} = T^{(v)} = T^{(s)} = 1.$$

Здесь критерий подобия Био определяется следующим образом:

$$Bi = \frac{\alpha \cdot h}{\lambda};$$

где α – коэффициент теплоотдачи на внешних стенках канала.

Решение системы уравнений (1)–(3) с представленными выше граничными условиями проводилось методом разделения переменных. В итоге, с учетом формирования в области течения трех зон было показано, что распределение температуры в канале может быть представлено следующим образом:

$$T'(x', y') = \begin{cases} T^{(p)}(x', y'); & |y'| \leq h'_p; \\ T^{(v)}(x', y'); & h'_p \leq |y'| \leq h'_s; \\ T^{(s)}(x', y'); & h'_s \leq |y'| \leq 1; \end{cases} \quad \forall x' \in [0; 1],$$

где

$$T^{(p)}(x', y') = N_0^{(p)} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cdot N_n^{(p)}(y') \exp(-\beta_n \cdot x'); \quad (4)$$

$$T^{(v)}(x', y') = N_0^{(v)}(y') + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cdot N_n^{(v)}(y') \exp(-\beta_n \cdot x'); \quad (5)$$

$$T^{(s)}(x', y') = N_0^{(s)}(y') + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cdot N_n^{(s)}(y') \exp(-\beta_n \cdot x'); \quad (6)$$

В формулах (4)–(6) использованы обозначения:

$$N_0^{(p)} = \phi^{(v)}(h'_p) - h'_p \left. \frac{\partial \phi^{(v)}}{\partial y'} \right|_{y'=h'_p} + C_2^{(v)}; \quad N_0^{(v)} = \phi^{(v)}(y') - \left. \frac{d\phi^{(v)}}{dy'} \right|_{y'=h'_p} \cdot y' + C_2^{(v)};$$

$$C_2^{(v)} = -\frac{Bi+1}{Bi} \left(\left. \frac{d\phi^{(v)}}{dy'} \right|_{y'=h'_s} - \left. \frac{d\phi^{(v)}}{dy'} \right|_{y'=h'_p} \right) - \phi^{(v)}(h'_s) + h'_s \left. \frac{d\phi^{(v)}}{dy'} \right|_{y'=h'_s};$$

$$N_0^{(s)}(y') = \left(y' - \frac{Bi+1}{Bi} \right) \cdot \left(\left. \frac{d\phi^{(v)}}{dy'} \right|_{y'=h'_s} - \left. \frac{d\phi^{(v)}}{dy'} \right|_{y'=h'_p} \right); \quad N_n^{(p)}(y') = \cos(\epsilon_n^{(p)} \cdot y');$$

$$N_n^{(v)}(y') = F_3^{(v)}(\epsilon_n^{(p)}, \epsilon_n^{(v)}) \cdot \sin(\epsilon_n^{(v)} \cdot y') + F_4^{(v)}(\epsilon_n^{(p)}, \epsilon_n^{(v)}) \cdot \cos(\epsilon_n^{(v)} \cdot y');$$

$$N_n^{(s)}(y') = F_3^{(s)}(\epsilon_n^{(v)}) \cdot \sin(\beta_n \cdot y') + F_4^{(s)}(\epsilon_n^{(v)}) \cdot \sin(\beta_n \cdot y'); \quad \beta_n = \frac{[\epsilon_n^{(v)}]^2 \cdot S_2}{S_1 \cdot u_m^{(v)}}; \quad \epsilon_n^{(p)} = \epsilon_n^{(v)} \sqrt{\frac{u_m^{(p)}}{u_m^{(v)}}};$$

$$\phi^{(v)}(y') = -\frac{1}{S_2} \iint W''(y') dy' dy' = -\frac{1}{S_2} \left\{ \frac{n^2 (h'_p)^2}{(\tau'_p)^2 (3n+1)(2n+1)} \left[1 - \frac{\tau'_p}{h'_p} (y' - h'_p) \right]^{\frac{3n+1}{n}} - \right. \\ \left. - \frac{n^2 \cdot (h'_p)^2 \cdot \tau'_s}{(\tau'_p)^2 (2n+1)(n+1)} \left[1 - \frac{\tau'_p}{h'_p} (y' - h'_p) \right]^{\frac{2n+1}{n}} + \frac{\tau'_p}{6h'_p} \cdot (y')^3 - (1 + \tau'_p - \tau'_s) \frac{(y')^2}{2} \right\}.$$

В последних соотношениях $\epsilon_n^{(v)}$, $n=1, 2, \dots$ являются корнями следующего характеристического уравнения:

$$tg\beta(\epsilon^{(v)}) = -\frac{F_3^{(s)}(\epsilon^{(v)}) \cdot \beta(\epsilon^{(v)}) + Bi \cdot F_4^{(s)}(\epsilon^{(v)})}{F_3^{(s)}(\epsilon^{(v)}) \cdot Bi - F_4^{(s)}(\epsilon^{(v)}) \cdot \beta(\epsilon^{(v)})}. \quad (7)$$

В приведенных выше соотношениях использовались следующие функции:

$$F_3^{(s)}(\epsilon^{(v)}) = F_3^{(v)}(\epsilon^{(v)}) \left[\sin(\epsilon^{(v)} \cdot h'_s) \sin(\beta \cdot h'_s) + \frac{\epsilon^{(v)}}{\beta} \cos(\epsilon^{(v)} \cdot h'_s) \cdot \cos(\beta \cdot h'_s) \right] + \\ + F_4^{(v)}(\epsilon^{(v)}) \left[\cos(\epsilon^{(v)} \cdot h'_s) \cdot \sin(\beta \cdot h'_s) - \frac{\epsilon^{(v)}}{\beta} \sin(\epsilon^{(v)} \cdot h'_s) \cos(\beta \cdot h'_s) \right];$$

$$F_4^{(s)}(\epsilon^{(v)}) = F_3^{(v)}(\epsilon^{(v)}) \left[\sin(\epsilon^{(v)} \cdot h'_s) \cdot \cos(\beta \cdot h'_s) - \frac{\epsilon^{(v)}}{\beta} \cos(\epsilon^{(v)} \cdot h'_s) \cdot \sin(\beta \cdot h'_s) \right] + \\ + F_4^{(v)}(\epsilon^{(v)}) \left[\frac{\epsilon^{(v)}}{\beta} \sin(\epsilon^{(v)} \cdot h'_s) \sin(\beta \cdot h'_s) + \cos(\epsilon^{(v)} \cdot h'_s) \cdot \cos(\beta \cdot h'_s) \right];$$

$$F_3^{(v)}(\epsilon^{(v)}) = \cos(\epsilon^{(p)} h'_p) \cdot \sin(\epsilon^{(v)} h'_p) - \frac{\epsilon^{(p)}}{\epsilon^{(v)}} \sin(\epsilon^{(p)} h'_p) \cos(\epsilon^{(v)} h'_p);$$

$$F_4^{(v)}(\epsilon^{(v)}) = \cos(\epsilon^{(p)} h'_p) \cdot \cos(\epsilon^{(v)} h'_p) + \frac{\epsilon^{(p)}}{\epsilon^{(v)}} \sin(\epsilon^{(p)} h'_p) \sin(\epsilon^{(v)} h'_p).$$

Решение характеристического уравнения (7) проводили численно.

Ограничиваясь в (4)–(6) конечным числом N членов в представленных рядах, дальнейшее определение констант C_n ; $n=1, 2, \dots, N$ проводили по рассмотренной ранее методике [10], которая сводилась к отысканию минимума следующей функции невязки:

$$F(C_1, \dots, C_N) = \int_0^{h'_p} [T^{(p)}(0, y') - 1]^2 dy' + \int_{h'_p}^{h'_s} [T^{(v)}(0, y') - 1]^2 dy' + \int_{h'_p}^{1_s} [T^{(v)}(0, y') - 1]^2 dy'.$$

Результаты численного моделирования

Математическое моделирование конвективного теплопереноса вязкопластической жидкости, демонстрирующей проявление эффекта «отвердевания», было проведено для следующих значений исходных параметров $n=0,3$; $h'_p=0,285$; $h'_s=0,857$; $\Delta P'=35$; $\tau'_p=0,5$; $\tau'_s=1,5$; $G=0,1$; $Nu=0,204$; $Ec=2,222 \cdot 10^{-5}$; $Eu=833,3$; $Pr=9,184 \cdot 10^6$. В процессе исследования проведен анализ влияния параметров модели на выходные характеристики процесса конвективного теплопереноса.

Распределения температуры в различных поперечных сечениях плоского канала при течении вязкопластической жидкости, демонстрирующей проявление эффекта «отвердевания», изображены на рис. 2.

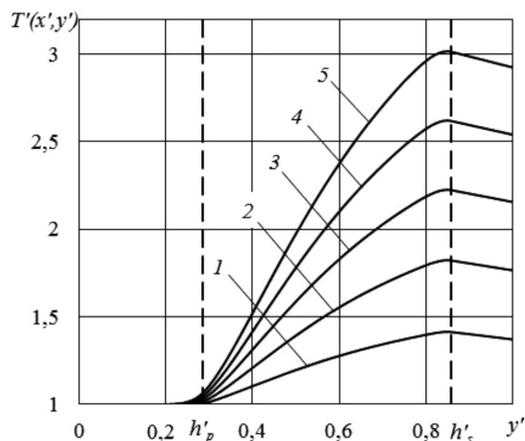


Рис. 2. Распределение безразмерной температуры по поперечной координате в различных поперечных сечениях канала для $x' = 0,2$ (1); $0,4$ (2); $0,6$ (3); $0,8$ (4); $1,0$ (5)

Из приведенных на рис. 2 зависимостей видно, что распределение температуры в поперечном сечении канала демонстрирует немонотонный характер и во второй зоне вязкого сдвигового течения формируется экстремум (максимум) температуры, обусловленный диссипацией механической энергии.

Из представленных на этом рисунке графиков следует, что значение температуры в точке ее экстремума возрастает по мере удаления от входного сечения, достигая своего наибольшего значения в выходном сечении канала.

Выводы

Разработана модель конвективного теплопереноса с учетом диссипации в плоском канале для случая, когда вязкопластическая жидкость демонстрирует проявление эффекта «отвердевания». Результаты моделирования могут быть использованы при проведе-

нии расчета характеристик диссипативного разогрева рабочих сред с реологической моделью рассматриваемого типа в каналах технологического оборудования.

Список литературы

1. Broun E., H. Jaeger. Shear thickening in concentrated suspension: phenomenology, mechanisms and relations to jamming. Reports on progress in physics. Physical Society. 2014. V. 77(4). P. 046602. DOI: 10.1088/0034-4885/77/4/046602.
2. Gürgen S., Weihua Li., Kuşhan M.C. The rheology of shear thickening fluids with various ceramic particle additives. Materials & Design. 2016. V. 104. P. 312–319. DOI: 10.1016/j.matdes.2016.05.055.
3. Young Sil Lee, Wagner N.J. Dynamic properties of shear thickening colloidal suspensions. Rheol. Acta. 2003. V. 42. Is. 3. P. 199–208. DOI: 10.1007/s00397-002-0290-7.
4. Wagner N.J., Brady J.F. Shear thickening in colloidal dispersions. Physics. Today. 2009. V. 62. Is. 10. P. 27–32. DOI: 10.1063/1.3248476.
5. Brown E., Jaeger H.M. The role of dilation and confining stress in shear thickening of dense suspensions. J. Rheol. 2012. V. 56. Is. 4. P. 875–923. DOI: 10.1122/1.4709423.
6. Hunter G.L., Weeks E.R. The physics of the colloidal glass transition. Reports on Progress in Physics. 2012. V. 75. 066501. DOI: 10.1088/0034-4885/75/6/066501.
7. Nakamura H., Makino S., Ishii M. Continuous shear thickening and discontinuous shear thickening of concentrated monodispersed silica slurry. Advanced Powder Technology. 2020. V. 31. Is. 4. P. 1659–1664. DOI: 10.1016/j.apt.2020.01.032.
8. Колодежнов В.Н. Математическая модель реологического поведения вязкопластической жидкости, которая демонстрирует проявление эффекта «отвердевания» // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. 2014. № 2 (60). С. 55–58. DOI: 10.20914/2310-1202-2014-2-55-58.
9. Колодежнов В.Н., Веретенников А.С. Особенности расходно-перепадной характеристики плоского канала для случая течения вязкопластической жидкости с эффектом «отвердевания» // Академические Жуковские чтения: IV всероссийская научно-практическая конференция: сб. науч. ст. по материалам Всероссийской НПК. Воронеж, 2017. Т. 2. Ч. 2. С. 116–120.
10. Колодежнов В.Н., Веретенников А.С. Моделирование диссипативного разогрева в плоском канале вязкопластической среды, реологическая модель которой учитывает проявление эффекта «отвердевания» // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. 2020. Т. 10. № 3. С. 32–44.