УДК 519.676:519.677

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАДГРАФИКОВ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

Кожевникова П.В., Дорогобед А.Н., Кунцев В.Е.

ФГБОУ ВО «Ухтинский государственный технический университет», Ухта, e-mail: aira_dark@list.ru

Задачи математического моделирования геологических моделей с целью определения запасов углеводородного сырья в настоящее время особо актуальны. Оценка углеводородов выполняется в условиях неопределенности геофизических данных, что приводит к необходимости определения достоверности подсчитанных параметров. Для определения достоверности моделей стоит использовать теорию нечеткого моделирования и выполнять построение нечетких петрофизических моделей, которые отражают нечеткость исходных данных. В данной статье рассмотрены входящие в теорию нечеткого моделирования математические методы построения функции принадлежности по данным, представляющим функциональную зависимость между петрофизическими параметрами, а также проведен их сравнительный анализ. В качестве функциональной зависимости петрофизических параметров была выбрана взаимосвязь «водонасыщенность – нефтенасыщенность». Представлены результаты построения надграфиков данной зависимости, полученные по двум моделям: экспоненциальной (с двумя различными значениями эффективных параметров, входящих в модель) и импульсной. Были выполнены композиции рассчитанных надграфиков с функцией принадлежности нечеткого отношения «пористость по керну – водонасыщенность», данные для которого получены в результате исследования образцов керна. Итоговые функции принадлежности «пористость по керну – нефтенасыщенность» были рассмотрены и сделаны соответствующие выводы.

Ключевые слова: добыча углеводородов, геологическое моделирование, оценка достоверности, неоднородность данных, нечеткое петрофизическое моделирование, надграфики, функциональные петрофизические зависимости

MATHEMATICAL MODELING OF FUNCTIONAL DEPENDENCY SUPERGRAPHS

Kozhevnikova P.V., Dorogobed A.N., Kuntsev V.E.

Ukhta State Technical University, Ukhta, e-mail: aira_dark@list.ru

The tasks of mathematical modeling of geological models in order to determine the reserves of hydrocarbon-like raw materials are currently particularly relevant. The estimation of hydrocarbons is carried out in conditions of uncertainty of geophysical data, which leads to the need to determine the reliability of the calculated parameters. To determine the reliability of models, it is worth using the theory of fuzzy modeling and constructing fuzzy petrophysical models that reflect the fuzziness of the source data. This article considers mathematical methods included in the theory of fuzzy modeling using the data representing the functional relationship between the petrophysical parameters, as well as their comparative analysis. As the functional dependence of the petrophysical parameters, the relationship «water saturation – oil saturation» was chosen. The results of constructing epigraphs of this dependence obtained by two models are presented: exponential (with two different values of the effective parameters included in the model) and pulsed. Compositions of calculated epigraphs with the membership function of the fuzzy relationship «core porosity – water saturation» were performed, the data for which were obtained as a result of the study of core samples. The final membership functions «core porosity – oil saturation» were considered and the corresponding conclusions were drawn.

Keywords: hydrocarbon production, geological modeling, reliability assessment, data heterogeneity, fuzzy petrophysical modeling, supergraphics, functional petrophysical dependencies

Подсчет запасов углеводородов выполняется в условиях неопределенности геофизических данных, что приводит к необходимости определения достоверности подсчитанных параметров. Оценка достоверности служит инструментом, который позволяет определять коммерческие риски разработки месторождений [1, 2].

Традиционно для оценки достоверности геологических моделей и определения рисков бурения планируемых скважин используется метод перекрестной проверки (также известный как кросс-проверка, cross-validation) или метод стохастического моделирования, позволяющий оценивать неопределенность (uncertainty assessment) [3]. Оба метода основаны на концепции, что все проблемы неоднородности заключены в данных, заданных с ошибкой. Чтобы уйти от этой концепции и включить в правила преобразования данных возможность того, что сами эти правила зависят от особенностей данных, следует использовать методы нечеткого прогнозирования. Предложенные методы позволяют выполнять построение нечетких петрофизических моделей, которые отражают нечеткость исходных данных [4].

Согласно теории нечеткого моделирования, рассмотренной в статье [5], оптимальной моделью для представления исходных петрофизических взаимосвязей в форме функции принадлежности является экспоненциальная модель. Но ранее

использовались данные, полученные в результате петрофизических исследований, которые образовывали полигон рассеяния и не анализировались связи, заданные аналитически, что и является предметом данной статьи.

Цель исследования: рассмотреть и провести сравнительный анализ математических методов построения функции принадлежности по данным, представляющим функциональную зависимость между петрофизическими параметрами, с целью получения дифференцированной оценки достоверности.

Материалы и методы исследования

К петрофизическим связям, заданным аналитически, относятся такие отношения, как отношения параметров «коэффициент нефтенасыщенности», «коэффициент газонасыщенности» и параметра «коэффициент водонасыщенности».

Определение коэффициентов нефтенасыщенности и/или газонасыщенности является неотъемлемым этапом при подсчете запасов нефти и газа и проектировании разработки.

Под *коэффициентом нефтенасыщенности* $К_н$ (*газонасыщенности* $К_г$) подразумевается отношение объема нефти (газа), содержащегося в открытом пустотном пространстве пород, к общему объему пустотного пространства.

Коэффициент нефтенасыщенности (газонасыщенности) не может быть определен путем исследования образцов керна, так как при выбуривании породы из образца вытесняется часть нефти (газа), а также в результате понижения давления (от пластового к атмосферному) при подъеме образца объем нефти (газа) увеличивается и часть выходит из образца, к тому же при понижении давления из нефти отделяется растворенный газ, из-за которого также из образца выходит часть нефти.

В отличие от коэффициентов нефтенасыщенности и газонасыщенности коэффициент водонасыщенности меньше зависит от внешних факторов, что позволяет с достаточной точностью рассчитывать значения данного коэффициента. Учитывая данные обстоятельства, значение коэффициента нефтенасыщенности (газонасыщенности) принято рассчитывать через определение коэффициента водонасыщенности.

Под *коэффициентом водонасыщенности* $К_в$ подразумевается отношение объема воды, содержащейся в открытом пустотном пространстве пород, к суммарному объему пустотного пространства.

Коэффициенты нефтенасыщенности и газонасыщенности зависят от коэффициента водонасыщенности следующим образом:

в нефтенасыщенном коллекторе

$$К_н = 1 – К_в;$$

в газонасыщенном коллекторе

$$К_г = 1 – К_в;$$

в нефтегазонасыщенном коллекторе

$$К_н + К_г = 1 – К_в.$$

Иногда данные коэффициенты выражают в процентах [6].

Функция принадлежности $\mu(x, y)$ описывает нечеткое отношение между параметрами x и y и является оценкой достоверности одновременного появления двух (четких) значений (x, y) [7]. Данная функция принадлежности строится как выражение реальных экспериментальных данных измерения пар значений (x_i, y_i).

Надграфиком будем называть функцию принадлежности для отношения параметров, зависимость между которыми задана функционально.

Конструирование функции принадлежности может выполняться на базе различных моделей. В статье построение надграфиков функциональных зависимостей выполняется по двум моделям:

1. Экспоненциальная модель:

$$K\left(\mathbf{s}^k, \mathbf{s}\right) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\zeta} \exp\left[-\frac{\left|\mathbf{s}^k - \mathbf{s}\right|^2}{\zeta^2}\right],$$

где ζ – эффективный параметр рассеяния.

2.

$$K(\mathbf{s}^k, \mathbf{s}) = \begin{cases} 0, \text{ если } s <> \mathbf{s}^k \\ 1, \text{ если } s = \mathbf{s}^k \end{cases}.$$

Назовем данную модель импульсной.

$K(\mathbf{s}^k, \mathbf{s})$ – элемент аппроксимации, на базе которого выполняется конструирование функции принадлежности, $\mathbf{s}$ – сетка, на которой выполняется построение функции принадлежности, $\mathbf{s}^k$ – координаты расположения источников исходных данных. Более подробно формирование функций принадлежности описано в статье [5].

Рассмотрим результаты построения надграфиков функциональных зависимостей по двум моделям и их влияние на результат прогноза петрофизических параметров. В качестве исходных данных были использованы одновременно измеренные значения параметров пористости по керну и остаточной водонасыщенности (рис. 1, а) и функциональная зависимость нефтенасыщенности от водонасыщенности ($К_н = 1 – К_{ов}$).

Прогноз петрофизических параметров выполняется по правилам логического вывода Мамдани (композиции) нечетких отношений. В данном случае взаимосвязь между параметрами «нефтенасыщенность» и «пористость по керну» была рассчитана по формуле

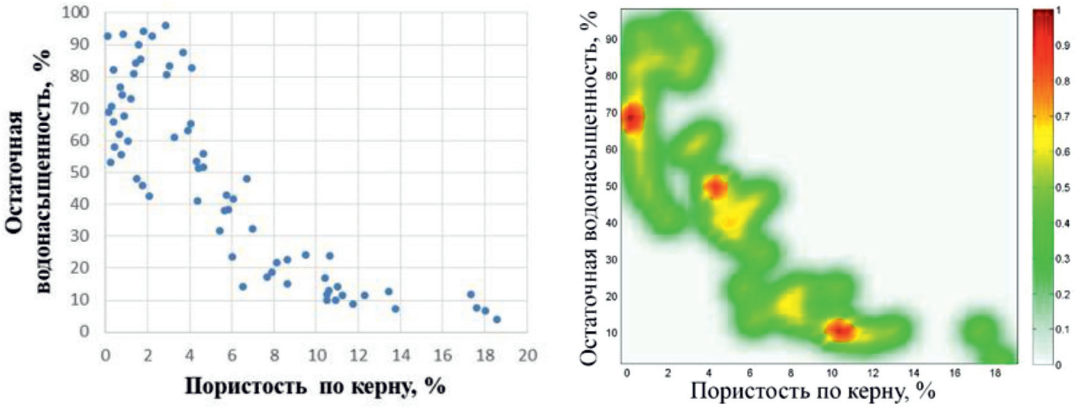
$$\mu_{\mathfrak{A}\circ\mathfrak{R}}(K_п, K_н) = \max_{K_{ов}}\left[\min\left(\mu_{\mathfrak{A}}(K_п, K_{ов}), \mu_{\mathfrak{R}}(K_{ов}, K_н)\right)\right],$$

где $K_п$, $K_{ов}$, $K_н$ – коэффициенты пористости, остаточной водонасыщенности и нефтенасыщенности соответственно, $\mu_{\mathfrak{R}}(K_{ов}, K_н)$ – надграфик функциональной зависимости нефтенасыщенности от водонасыщенности.

Принципы нечеткого логического вывода развиты в [8], а основы теории нечетких множеств изложены в [9].

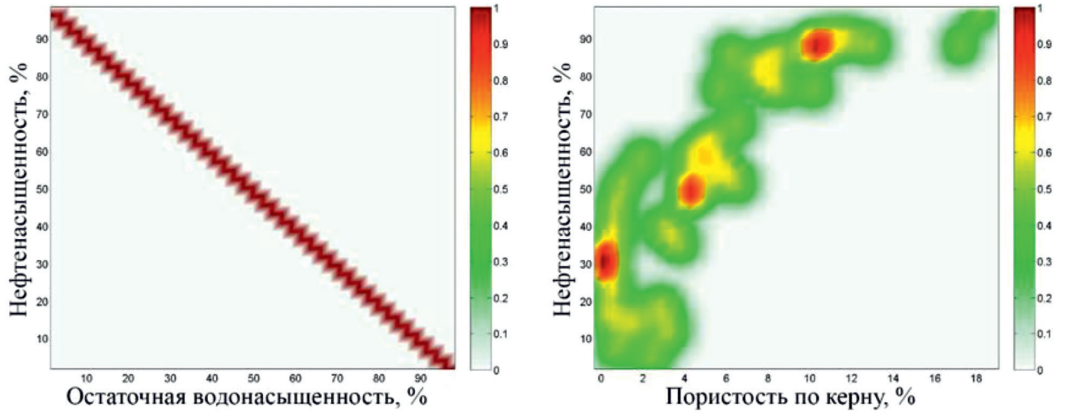
Результаты исследования и их обсуждение

Результат построения функции принадлежности нечеткого отношения «пористость по керну – остаточная водонасыщенность» по экспоненциальной модели при $\zeta = 1{,}25$ представлен на рис. 1, б.



а) *б)*

Рис. 1. Исходные данные (одновременно измеренные значения параметров пористости по керну и остаточной водонасыщенности) (а); функция принадлежности нечеткого отношения «пористость по керну – остаточная водонасыщенность» (б)



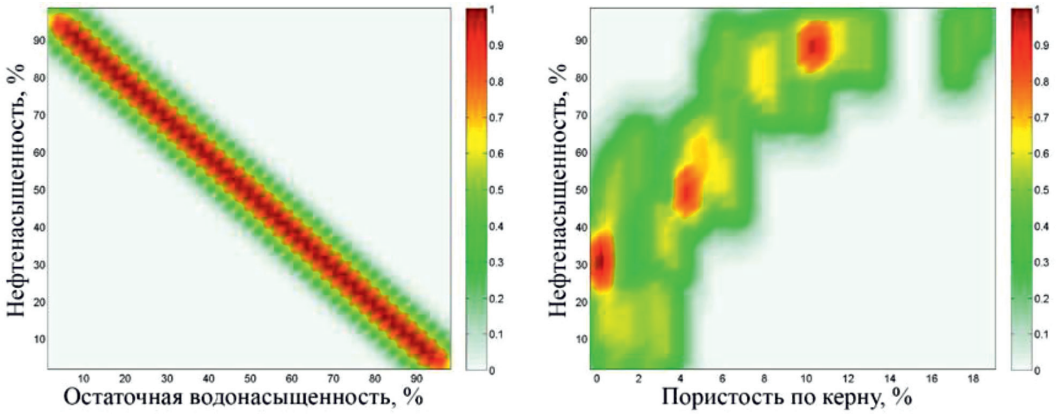
а) *б)*

Рис. 2. Надграфик функциональной зависимости «остаточная водонасыщенность – нефтенасыщенность», построенный по экспоненциальной модели при $\zeta = 0{,}01$ (а); функция принадлежности нечеткого отношения «пористость по керну – нефтенасыщенность», полученная в результате композиции (б)

Надграфик функциональной зависимости параметра «нефтенасыщенность» от параметра «остаточная водонасыщенность», построенной по экспоненциальной модели при значении эффективного параметра 0,01, и результат композиции данного надграфика и нечеткого отношения «пористость по керну – остаточная водонасыщенность» представлены на рис. 2.

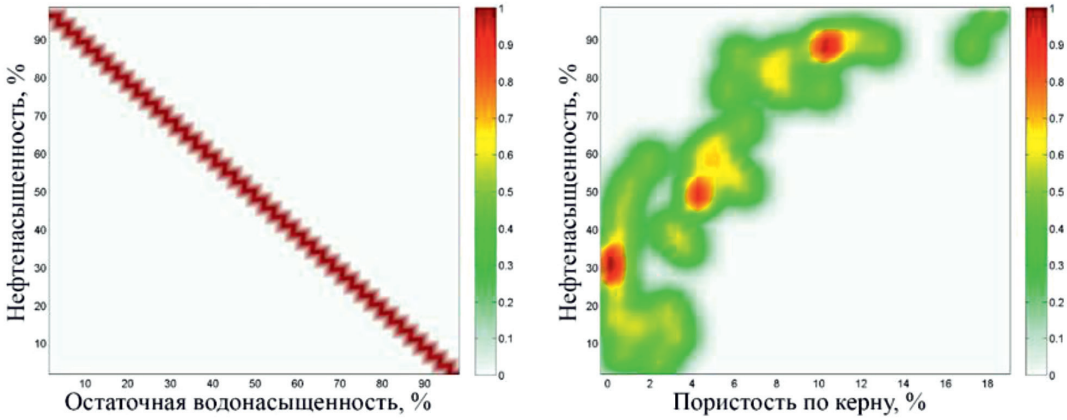
Надграфик функциональной зависимости параметра «нефтенасыщенность» от параметра «остаточная водонасыщенность», построенной по экспоненциальной модели при значении эффективного параметра 1,5, и результат композиции данного надграфика и нечеткого отношения «пористость по керну – остаточная водонасыщенность» представлены на рис. 3.

Надграфик функциональной зависимости параметра «нефтенасыщенность» от параметра «остаточная водонасыщенность», построенной по импульсной модели, и результат композиции данного надграфика и нечеткого отношения «пористость по керну – остаточная водонасыщенность» представлены на рис. 4.



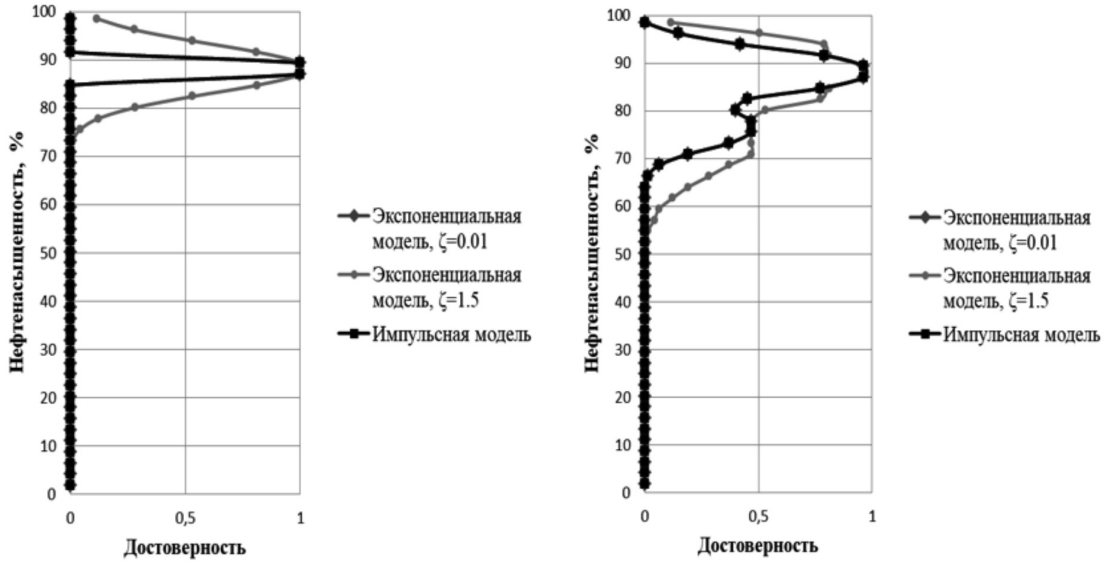
а) *б)*

Рис. 3. Надграфик функциональной зависимости «остаточная водонасыщенность – нефтенасыщенность», построенный по экспоненциальной модели при ζ = 1,5 (а); функция принадлежности нечеткого отношения «пористость по керну – нефтенасыщенность», полученная в результате композиции (б)



а) *б)*

Рис. 4. Надграфик функциональной зависимости «остаточная водонасыщенность – нефтенасыщенность», построенный по импульсной модели (а); функция принадлежности нечеткого отношения «пористость по керну – нефтенасыщенность», полученная в результате композиции (б)



а) *б)*

Рис. 5. Срез надграфиков функциональных зависимостей «остаточная водонасыщенность – нефтенасыщенность» при значении параметра «остаточная водонасыщенность» равном 12 (а); срез функции принадлежности нечеткого отношения «пористость по керну – нефтенасыщенность» при значении параметра «пористость по керну» равном 10 (б). Легенда на диаграммах указывает параметры моделирования, при которых были получены данные результаты

Для более наглядного представления рассмотрим срез надграфиков функциональных зависимостей и функций принадлежности, полученных в результате композиции нечетких отношений «пористость по керну – остаточная водонасыщенность» и надграфиков функциональных зависимостей «остаточная водонасыщенность – нефтенасыщенность». На рис. 5, а, представлен срез надграфиков функциональных зависимостей «остаточная водонасыщенность – нефтенасыщенность» при значении параметра «остаточная водонасыщенность» равном 12. Первым в легенде графика указан срез надграфика, построенный по экспоненциальной модели при $\zeta = 0{,}01$, вторым – срез надграфика, построенный по экспоненциальной модели при $\zeta = 1{,}5$, третьим – срез надграфика, построенный по импульсной модели. На рис. 5, б, представлен срез функции принадлежности нечеткого отношения «пористость по керну – нефтенасыщенность» при значении параметра «пористость по керну» равном 10. Первым в легенде графика указан срез функции принадлежности нечеткого отношения, полученной при композиции с надграфиком, построенным по экспоненциальной модели при $\zeta = 0{,}01$, вторым – срез функции принадлежности нечеткого отношения, полученной при композиции с надграфиком, построенным по экспоненциальной модели при $\zeta = 1{,}5$, третьим – срез функции принадлежности нечеткого отношения, полученной при композиции с надграфиком, построенным по импульсной модели.

Заключение

Результаты композиции с надграфиком функциональной зависимости показывают, что использование экспоненциальной модели при значительном эффективном параметре для функциональных зависимостей приводит к возрастанию диффузии, таким образом возрастает и мера нечеткости данных. Чтобы избежать данного эффекта, для построения надграфиков стоит использовать экспоненциальную модель при небольшом значении эффективного параметра либо импульсную модель.

Список литературы

1. Алтунин А.Е., Семухин М.В. Сравнительный анализ использования вероятностных и нечетких методов оценки неопределенности и рисков при подсчете запасов и ресурсов углеводородов // Нефтяное хозяйство. 2011. № 9. С. 44–49.

2. Алтунин А.Е., Семухин М.В., Ядрышникова О.А. Методы анализа неопределенностей геолого-промысловых систем и нечеткие имитационные модели // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2015. № 5. С. 33–43.

3. Дорогобед А.Н., Кунцев В.Е., Кожевникова П.В. Использование метода Монте-Карло для контроля оценки достоверности геологических моделей // Современные наукоемкие технологии. 2019. № 9. С. 80–84.

4. Кобрунов А.И. Прямые и обратные задачи рассеяния при прогнозе физико-геологических параметров по геофизическим данным // Фундаментальные исследования. 2014. № 9–6. С. 1195–1199.

5. Кобрунов А.И., Дорогобед А.Н., Кожевникова П.В. Математическое моделирование нечетких петрофизических зависимостей // Современные наукоемкие технологии. 2018. № 10. С. 50–55.

6. Галкин С.В., Плюснин Г.В. Нефтегазопромысловая геология. Пермь: Изд. Перм. гос. техн. ун-та, 2010. 96 с.

7. Кобрунов А.И., Дорогобед А.Н., Кожевникова П.В. Метод нечеткого логического вывода и информационная обеспеченность результатов моделирования в нефтегазовой геологии // Геоинформатика. 2016. № 2. С. 35–40.

8. Mamdani E.H. Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plants. Proc. Inst. Electrical Engineers. 1974. Vol. 121. № 12. P. 1585–1588.

9. Zadeh L.A. Fuzzy sets. Information and Control. 1965. Vol. 8. № 3. P. 338–353.