УДК 004.93

ИНВАРИАНТНЫЕ МОМЕНТЫ И МЕТРИКИ В ЗАДАЧАХ РАСПОЗНАВАНИЯ ГРАФИЧЕСКИХ ОБРАЗОВ

1,2Хачумов М.В.

¹Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук (ФИЦ ИУ РАН), Москва, e-mail: khmike@inbox.ru; ²Российский университет дружбы народов (РУДН), Москва

В статье исследуются вопросы анализа и применения алгебраических моментов как интегральных информативных признаков для решения задачи распознавания графических образов в условиях нестабильности среды. Большое внимание уделено вопросам исследования устойчивости интегральных моментов как инвариантов к группе аффинных преобразований и освещенности. Даны основные определения и приведено математическое обоснование применения теории алгебраических инвариантов для решения задач распознавания изображений. Показано, что в условиях нестабильности среды и наличия геометрических искажений моменты могут подвергаться изменениям, поэтому их следует рассматривать как «субинварианты», что требует подбора адекватных метрик или иных классификаторов. Проведена серия экспериментальных исследований по распознаванию объектов разной природы, включая фотографии лиц, буквы алфавита и профили самолетов. При этом в качестве характерных интегральных признаков использовались алгебраические моменты, а в качестве классификаторов применялись метрики Евклида и Евклида—Махаланобиса. Показано, что разработанная система уверенно справляется с задачей классификации фотографий лиц в сложных условиях: закрытые глаза, измененная мимика (улыбка и т.п.), повороты и наклоны головы, а также при небольших яркостных изменениях.

Ключевые слова: распознавание образов, метрика, инвариантные моменты, аффинные преобразования, устойчивость, нестабильная среда

INVARIANT MOMENTS AND METRICS IN PATTERN RECOGNITION ^{1,2}Khachumov M.V.

¹Federal Research Centre of «Computer Science and Control» of the Russian Academy of Sciences (FRC CSC RAS), Moscow, e-mail: khmike@inbox.ru;

²People's Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow

The article considers the analysis and using of algebraic moments as integral informative features for solving the problem of recognition of graphic images in an unstable environment. Much attention is paid to the study of the stability of moments as invariants to the group of affine transformations and illumination. The basic definitions and a mathematical justification are given for the theory of algebraic invariants applied to solve image recognition problems. It is shown that under conditions of environmental instability and the presence of geometric distortions, the moments are subject to change, and therefore, they should be considered as «subinvariants», which requires the selection of adequate metrics or other classifiers. A series of experiments on the recognition of objects of different nature, including faces of people, letters of the alphabet and aircraft contours, was carried out. Herewith, algebraic moments are used as characteristic integral features, Euclidean and Euclidean–Mahalanobis metrics are used as classifiers. It is shown that the developed system confidently copes with the task of classifying images of faces in difficult conditions: closed eyes, facial expressions (smile, etc.), turns and tilts of the head, as well as insignificantly changed brightness.

Keywords: pattern recognition, metrics, invariant moments, affine transformations, stability, unstable environment

В последнее время наблюдается повышение интереса к задачам распознавания образов в информатике, космосе, биомедицине и других приложениях. Об актуальности этого научного направления свидетельствует создание Национального комитета при Президиуме РАН по распознаванию образов и анализу изображений (НК РОАИ) [1]. Исследования по распознаванию образов приобретают крупномасштабный и международный характер в виде проводимых российских и международных конкурсов. Одним из перспективных направлений в области распознавания образов являются разработка, исследование и практическое применение характеристик, инвариантных

к различным группам преобразований, что подчеркивается рядом актуальных современных публикаций [2–4].

В плоском случае инвариантами к операции поворота изображения некоторого объекта являются: площадь и длина контура изображения, отношение максимального и минимального расстояний от центра до границы объекта и другие особенности. В работах [5, 6] предложен и исследован способ сравнения профилей летательных объектов по габаритным параметрам. В сочетании с методами выделения объектов на фоне алгоритм может быть использован, например, для оценки относительного положения и распознавания движущихся объектов.

Представляет интерес направление, связанное с выделением инвариантов к яркостным и аффинным преобразованиям, что увеличивает вероятность получения правильного решения при распознавании образов.

В работах [7, 8] были предложены инвариантные моменты для бинарных и полутоновых изображений. Теоретическая и экспериментальная проверка инвариантности была выполнена, например, в работах [9, 10]. Отмечается, что на практике изображения зашумлены и нестабильны. В таких условиях уместно говорить о «псевдоинвариантах», которые чувствительны к деформациям и шумам, но являются инвариантами при отсутствии возмущающих факторов. Для создания классов образов необходимо иметь представительный набор графических изображений, составляющих обучающую выборку.

В настоящей работе исследуются свойства инвариантов изображений, в том числе анализируется их устойчивость к аффинным и яркостным преобразованиям. Обобщаются результаты практических исследований, проведенных автором и его коллегами применительно к задачам распознавания лиц, печатных символов и ригидных объектов на снимках ДЗЗ в ИПС им. А.К. Айламазяна РАН, ФИЦ ИУ РАН и РУДН в разное время.

Материалы и методы исследования

Теория алгебраических инвариантов работает с функциями классов, которые остаются неизменными даже при координатных трансформациях, и позволяет дать математическое обоснование инвариантных особенностей. Приведем некоторые определения применительно к графическим объектам [10–12].

Определение 1. Инвариантом называется функционал I(F), определенный на изображении F таким образом, что I(F) = I(D(F)) для пространства всех допустимых преобразований D, причем $I(F_1)$, $I(F_2)$ должны быть «достаточно различны» для разных изображений F_1 и F_2 . Наиболее ценными дескрипторами служат геометрические и яркостные инварианты.

Определение 2. Моментами $\mu_{lm}^{(f)}$ изображения f(x, y) называются отображения кусочно-непрерывной функции в полиномиальный базис, $\mu_{lm}^{(f)} = \int\limits_{D \in R \times R} \int P_{lm}(x,y) f(x,y) dx dy$,

где P — множество многочленов, определенных на компактном носителе $D \in R \times R$; l, m — неотрицательные целые; r = l + m является порядком момента.

Определение 3. Инвариантными моментами называются дескрипторы $M_1^{(f)}$, ..., $M_n^{(f)}$, построенные на основе степенных моментов, которые описывают математическую модель изображения f(x, y) и являются инвариантами к его аффинным преобразованиям.

Примером служат инвариантные моменты, представленные в работе [7]. Вследствие дискретности цифровых изображений применение аффинных преобразований может приводить к частичной или полной потере свойств инвариантности (флуктуации моментов). Поэтому применительно к реальным изображениям следует говорить о «субинвариантах».

Определение 4. Субинвариантными моментами цифрового изображения F называются моменты M(F), величины которых могут меняться при выполнении аффинных преобразований. При этом они не должны превышать установленные допустимые величины отклонений Δ , приемлемые для решения задачи классификации.

В дальнейшем для удобства, там, где это не оговорено особо, будем называть инвариантные и субинвариантные моменты просто моментами.

Применение геометрических инвариантов в виде моментов не требует совмещений и масштабирования объектов, но они чувствительны к изменениям яркости.

Пусть дана функция f(x, y), а также моменты порядка не выше чем p + q, которые определены как:

$$\mu_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^p y^q f(x, y) dx dy.$$

Если функция f(x, y) является кусочнонепрерывной и имеет нулевые значения только на ограниченной части образа, то существуют моменты μ_{pq} всех порядков, которые взаимно однозначно ее определяют.

Центральные моменты для цифрового изображения определяются следующим образом [8]:

$$\mu_{pq} = \sum_{x} \sum_{y} (x - \overline{x})^{p} (y - \overline{y})^{q} f(x, y), \quad (1)$$

где \overline{x} , \overline{y} — это «центр тяжести» изображения. Нормализованные центральные моменты определяются так:

$$y = (p+q)/2$$
, $y = (p+q)/2$.

Центральные моменты позволяют найти семь инвариантных моментов (табл. 1). В работе [9] выполнен анализ чувствительности инвариантных моментов.

Таблица 1 Моменты и их чувствительности

Моменты	Чувствительность к изменению	Чувствительность к изменению
	масштаба	яркости
$M_1 = m_{20} + m_{02}$	δ^2	k
$M_2 = (m_{20} - m_{02})^2 + 4m_{11}^2$	δ^4	k^2
$M_3 = (m_{30} - 3m_{12})^2 + (3m_{21} + m_{03})^2$	86	<i>k</i> ³
$M_4 = (m_{30} + m_{12})^2 + (m_{21} + m_{03})^2$	δ^6	k^2
$M_5 = (m_{30} - 3m_{12})(m_{30} + m_{12})[(m_{30} + m_{12})^2 - 3(m_{21} + m_{03})] + + (3m_{21} - m_{03})(m_{21} + m_{03})[3(m_{30} + m_{12})^2 - (m_{21} + m_{03})^2]$	δ^{12}	k ²
$M_6 = (m_{20} + m_{02})[(m_{30} + m_{12})^2 - (m_{21} + m_{03})^2] + +4m_{11}(m_{30} + m_{12})(m_{21} + m_{03})$	δ^6	<i>k</i> ³
$M_7 = (3m_{21} - m_{03})(m_{30} + m_{12})[(m_{30} + m_{12})^2 - 3(m_{21} + m_{03})] - (m_{30} - 3m_{12})(m_{21} + m_{03})[3(m_{30} + m_{12})^2 - (m_{21} + m_{03})^2]$	δ^{12}	k ²

Точность измерения координат точек объекта обозначим величиной δ , $0 < \delta \le 1$. Пусть $\delta x_i = \delta y_i$ — возможные изменения (флуктуации) переменных x_i, y_i , вызванные ошибками измерений. С учетом этих ошибок центральный момент μ_{11} будет вычислен как:

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (\delta x_i - \delta x)(\delta y_i - \delta y) = \delta^2 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_i - x)(y_i - y) = \delta^2 \mu_{11}.$$

Отсюда следует, что чувствительность μ_{11} к изменениям данных пропорциональна или равна δ^2 . Результаты исследований теоретической чувствительности моментов представлены в табл. 1. Нетрудно убедиться в том, что моменты для полутоновых объектов чувствительны к изменениям освещенности. Нестабильность может привести к снижению показателей качества распознавания. Рассмотрим подходы к устранению этого недостатка.

Один из распространенных подходов связан с отказом от полутоновых изображений путем перехода к бинарным изображениям на основе пороговой фильтрации. Однако при этом может быть потеряна часть информации.

Другой подход связан с введением нормирования изображений, препятствующего изменениям яркостных представлений одного и того же объекта. Пусть яркостные характеристики изображения подвергаются линейному преобразованию $f(x,y) \to kf(x,y) + a$.

Подставим модифицированную яркость пикселей в формулу (1):

$$\tilde{\mu}_{pq} = \sum_{x} \sum_{y} (x - \overline{x})^p (y - \overline{y})^q (kf(x, y) + a). \tag{2}$$

Для удобства перенумеруем все пиксели изображения по порядку:

$$\tilde{\mu}_{pq} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^p (y_i - \overline{y})^q (kf(x_i, y_i) + a).$$

Тогда получим:

$$\widetilde{\mu}_{pq} = k\mu_{pq} + a\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^p (y_i - \overline{y})^q.$$

Откуда:

$$\mu_{pq} = \frac{\tilde{\mu}_{pq} - a\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^p (y_i - \overline{y})^q}{k}$$

Центральные моменты, вычисленные по этим формулам, будут инвариантны к линейным преобразованиям яркости. В случае когда имеет место только мультипликативное изменение яркости, нормализация моментов не представляет затруднений. Однако на практике информация о параметрах яркостных преобразований часто является априори неизвестной. В табл. 1 представлена чувствительность 2D-инвариантных моментов к изменениям масштаба в δ раз и яркости изображения в k раз.

В качестве δ можно использовать величину, характеризующую размер изображения: $\delta = \sqrt{m_{20} + m_{02}}$. С ее помощью можно построить моменты, инвариантные к масштабированию бинарных изображений [9].

Результаты исследования и их обсуждение

Экспериментальные исследования проводились для объектов разной природы, включая фотографии лиц, буквы алфавита и профили самолетов. При этом в качестве признаков использовались инвариантные моменты, а в качестве классификаторов для распознавания объектов применялись метрики Евклида и Евклида—Махаланобиса.

Распознавание лиц метрикой Евклида

Для проведения серии экспериментов по распознаванию лиц был применен метод инвариантных моментов в сочетании с метрикой Евклида. В качестве объектов исследования использованы фотографии из открытой базы данных — 30 человек с разрешением 320х420 пикселей. Рассмотрим примеры распознавания лиц в условиях, когда они могут быть представлены в различных ракурсах. В табл. 2 представлены некоторые образцы фотографий.

Целесообразно осуществить переход от цветных изображений к полутоновому виду, воспользовавшись следующей формулой: $Y = 0.21 \cdot R + 0.72 \cdot G + 0.07 \cdot B$. Без потери общности положим, что изображения в базах данных приведены к одному масштабу.

В табл. 3 представлены инвариантные моменты для первых образцов (первого столбца) табл. 2.

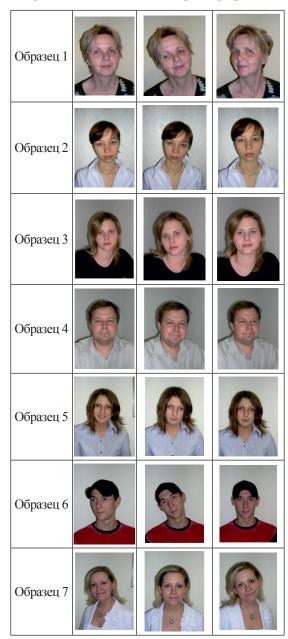
В табл. 4 представлены расстояния Ев-

клида
$$\sqrt{\sum_{{\rm i}=2}^7 M_{{
m i}}^2}$$
 между экземплярами, при-

чем первый момент ввиду большой абсолютной величины в расчет не брался.

Точность распознавания с применением метрики Евклида составила около 80%.

Таблица 2 Фрагмент базы данных с фотографиями



С целью расширения исследований и повышения достоверности решалась задача распознавания образов с применением метрик на существенно большем числе экземпляров. При этом допускались изменения в расположении лица на фотографии, наклоны головы, небольшие повороты, плохая освещенность.

Распознавание лиц с применением расстояния Евклида—Махаланобиса

Классы распознаваемых объектов могут пересекаться по установленной мере близости. С целью улучшения качества распознавания была введена мера Махаланобиса [11].

M,

7,70 E-3

6,32 E-3

Значения моментов для первого столбца	

 M_{A}

1,25 E-4

3,04 E-4

M,

7,00 E-8

-8,3 E-7

 M_{c}

1,59 E-6

7,22 E-6

Таблица 3

M.,

1,01 E-7

1,18 E-7

3	93,12	9,77 E-2	5,87 E-3	6,05 E-4	3,63 E-7	-5,13 E-5	-3,41 E-8
4	105,13	1,00 E-1	4,90 E-3	9,95 E-5	-1,09 E-7	8,72 E-5	6,55 E-7
5	99,60	0,91 E-1	7,15 E-3	3,98 E-4	–2,67 E-7	-4,52 E-5	-4,90 E-7
6	104,54	0,95 E-1	6,83 E-3	6,22 E-4	6,14 E-7	-2,74 E-5	7,18 E-8
7	102,17	1,07 E-1	8,04 E-3	2,72 E-4	-9,66 E-8	-6,8 E-6	-1,25 E-7

Расстояния Евклида между образами

Таблица 4

Образец	1	2	3	4	5	6	7
1	0	2.67E-03	3.00E-03	3.46E-03	1.74E-03	2.48E-03	4.90E-03
2	2,67E-03	0	3.29E-04	7.84E-04	9.35E-04	1.91E-04	2.23E-03
3	3.00E-03	3.29E-04	0	4.55E-04	1.26E-03	5.20E-04	1.90E-03
4	3.46E-03	7.84E-04	4.55E-04	0	1.72E-03	9.75E-04	1.45E-03
5	1.74E-03	9.35E-04	1.26E-03	1.72E-03	0	7.44E-04	3.17E-03
6	2.48E-03	1.91E-04	5.20E-04	9.75E-04	7.44E-04	0	2.42E-03
7	4.90E-03	2.23E-03	1.90E-03	1.45E-03	3.17E-03	2.42E-03	0

Определение 5. Расстоянием Махаланобиса между двумя векторами $x = (x_1,...,x_p)^T$ и $y = (y_1,...,y_p)^T$ в пространстве R^p называют функцию вида:

Образец

2

M,

108,87

97,05

M.

8,09 E-2

0,96 E-1

$$d_M(x,y) = \sqrt{(x-y)^T S^{-1}(x-y)} , \qquad (3)$$

где S — матрица ковариации; $d_M(x,0) = \|x\|_S = \sqrt{x^T S^{-1} x}$ является нормой x.

Все точки с одним и тем же расстоянием, имеющим норму $\|x\|_S = c$, удовлетворяют равенству $x^T S^{-1} x = c^2$. Заметим, что если матрица ковариации S в функции $d_M(x,y)$ является единичной, то расстояние Махаланобиса становится равным расстоянию Евклида.

Для задачи классификации (принятие решения о принадлежности вектора классу) вводится расстояние Махаланобиса между вектором x и центром класса \overline{x} , которое опре-

деляется как
$$d_M(x,\overline{x}) = \sqrt{(x-\overline{x})^T S^{-1}(x-\overline{x})}$$
.

Метрика Махаланобиса обладает тем недостатком, что не может быть применена в случае обращения в нуль хотя бы одного элемента главной диагонали матрицы S, поэтому на практике используют ее модификации.

Определение 6. Расстоянием Евклида-Махаланобиса между двумя векторами $x = (x_1, ..., x_p)^T$ и $y = (y_1, ..., y_p)^T$ в пространстве R^p называется функция вида [11]:

$$d_{E-M}(x,y) = \sqrt{(x-y)^T (C+E)^{-1} (x-y)}, \quad (4)$$

где E — единичная матрица. Метрика Евклида—Махаланобиса (4) устраняет недостаток метрики Махаланобиса (3), поскольку элементы ее главной диагонали всегда больше нуля.

Была проведена серия экспериментов, для которой использованы фотографии 168 человек с разрешением 180х200 пикселей из открытой базы данных [12], общим размером 3360 изображений. При этом 150 человек представлены вариантами лиц с незначительной мимикой и 18 человек — с сильными эмоциями.

В табл. 5 приведены примеры нескольких классов и тестовые примеры лиц людей с незначительными изменениями мимики. В таблице 6 приведены примеры фотографий плохого качества, на которых представлены люди с незначительным изменением мимики.

Применение метрики Евклида–Махаланобиса обеспечивает хорошее качество распознавания при небольших яркостных флуктуациях, она хорошо справляется с такими усложняющими распознавание факторами, как закрытые глаза, мимика (улыбки, гримасы и т.п.), наличие поворотов и на-

клонов головы. Точность распознавания с применением метрики Махаланобиса для первой группы составила 93,33 %, для второй – 89 %.

Распознавание букв алфавита метрикой Евклида

В подходе [13] предлагается выделять до 80 геометрических признаков с последующей статистической обработкой результатов и принятием наиболее вероятного решения. Заметим, что и статистические методы обеспечивают лишь 50–80%-ное распознавание для рукописного текста. Работы по практи-

ческому распознаванию букв и текстов на их основе по-прежнему являются актуальными, о чем свидетельствуют многочисленные публикации и доклады на конференциях по распознаванию образов.

Подход к распознаванию символов с применением моментов является достаточно популярным. Укажем, например, работу [14], в которой рассматривается алгоритм формирования признаков и решающих правил распознавания символов на основе инвариантных моментов на базе модели описания бинарного растрового изображения.

 Таблица 5

 Примеры фотографий людей с незначительным изменением эмоций

	Примеры и	Примеры д	іля распознавания	
Класс 1			Пример 1	
Класс 2			Пример 2	
Класс 3			Пример 3	

Таблица 6 Примеры фотографий, на которых представлены лица людей с сильными эмоциями

	Примеры из	Примеры дл	тя распознавания		
Класс 1	35		96	Пример 1	36
Класс 2	E	10.0	300	Пример 2	
Класс 3	3	0.10)	000	Пример 3	90

Таблица 7

В табл. 7 показаны буквы и соответствующие этим буквам значения критерия. Распознавание букв алфавита проводилось на примере шрифта Times New Roman. За эталон были взяты заглавные буквы от «А» до «Я». Кегль равнялся 80 рt, а максимальный размер поля, на котором могли рассматриваться обрабатываемые буквы, — 300х300 точек.

При написании букв крупным кеглем появляется эффект «бахромы». Здесь целесообразен переход к бинарному изображению, реализуемый пороговой фильтрацией.

Для малой буквы «А» (кегль = 50 pt) мера равна 0,70065, для большой — 0,72302 (кегль = 180 pt). Форма интерфейса для распознавания букв представлена на рис. 1.

В левой верхней части формы расположено рабочее поле размером 300х300 пикселей, что достаточно для распознавания буквы размером до 200 рt. Три числа ввер-

ху справа (3518 86482 90000) соответствуют количеству черных пикселей, нечерных пикселей и общему количеству пикселей. Форма содержит значения инвариантных моментов для данной буквы и аддитивную меру близости.

Точность распознавания в соответствии с аддитивной мерой достаточно высока и составляет примерно 90%. Для повышения точности распознавания следует применить преобразования, связанные с утоньшением и устранением «бахромы». Логические методы выполнения подобных преобразований хорошо описаны в работе [15].

Распознавание летательных аппаратов (ЛА) по контурам

Задача классификации ЛА по габаритным параметрам в большинстве практически важных случаев может быть сведена к исследованию контура (проекции) [6].

Мера Евклида для букв алфавита (фрагмент)

	A	Б	В	Γ	Д	Е	Ë	Ж	3	И
ĺ	0.701	0.173	0.0494	0.601	0.245	0.166	0.311	0.006	0.363	0.001



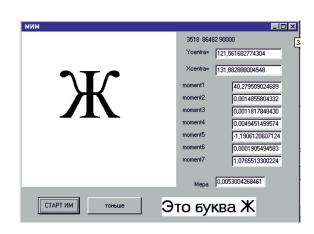


Рис. 1. Интерфейс для распознавания букв

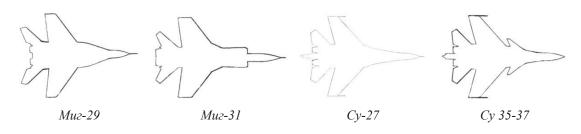


Рис. 2. Профили самолетов

критерий

Тип летательного аппарата Миг-29 Cv-37 Момент Миг-31 Cy-27 44,117 106,886 45,200 44,980 M1 M20,157 0,207 0,357 0,353 M3 0,759 0,382 0,740 0,409 0,233 M4 0,132 0,441 0,169 0,252 M5 0,097 0,028 0,044 M6 0,087 0,060 0,264 0,100 0,010 M7 0,013 -0.001-0,0000,820 0,459 1,001 0,577 Аддитивный

Таблица 8 Значения инвариантных моментов для контуров самолетов

Таблица 9

Расстояния для тестовой выборки

Тип самолета	Расстояние	е Евклида	Расстояние М	Л ахаланобиса
	Класс «Миг»	Класс «Су»	Класс «Миг»	Класс «Су»
Миг-27	3,18	23,93	2,95	266,12
Cy-39	1,43	0,06	4,49	0,87

В табл. 8 указаны инвариантные моменты из обучающей выборки.

Процесс идентификации летательного аппарата заключается в сравнении отдельных элементов или полных наборов инвариантных моментов исследуемого и эталонных изображений. В табл. 9 приведены классифицирующие расстояния для некоторых тестируемых типов ЛА.

Видно, что обе метрики правильно классифицируют тестируемые образцы.

Измерение расстояний при условии корректного выделения силуэта позволяет идентифицировать образцы с точностью свыше 90%.

Заключение

Применение инвариантов в качестве признаков изображений в общем случае дает неплохие результаты по распознаванию объектов различной природы за счет некоторой устойчивости к небольшим флуктуациям и искажениям изображений. Это могут быть фотографии, символы, объекты ДЗЗ и др. Для распознавания образов возможно применение различных метрик и классификаторов. Этап выделения признаков является определяющим для эффективной классификации образов. Инварианты в качестве признаков осуществляют существенное сжатие информации о классах, однако способны в некоторых пределах обеспечивать устойчивость к возмущениям среды в задачах распознавания. Для реальных динамических изображений с целочисленными значениями координат моменты могут флуктуировать из-за геометрических искажений. При распознавании фотографий адекватной мерой является расстояние Махаланобиса и Евклида—Махаланобиса. Разработанную систему целесообразно использовать для классификации фотографий с изображениями лиц в сложных условиях: измененная мимика (улыбка и т.п.), повороты и/или наклоны головы, небольшие яркостные изменения (в пределах 20%).

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке проектов РФФИ № 20-07-00022 А «Разработка и исследование методов распознавания образов на основе инвариантов к яркостным и геометрическим преобразованиям в системах технического зрения беспилотных летательных аппаратов»; № 18-29-03011 мк «Исследование и разработка новых методов и технологий для задач интеллектуального анализа и оптимизации обработки больших потоков данных дистанционного зондирования Земли».

Список литературы

- 1. Национальный комитет РАН по распознаванию образов и анализу изображений. [Электронный ресурс]. URL: http://www.ras.ru/win/db/show_org.asp?P=.oi-2577.ln-ru (дата обращения: 13.03.2020).
- 2. Batiouaa I., Benouinia R., Zenkouara K., Zahia A. Image classification using separable invariants moments based on Racah polynomials. Procedia Computer Science Volume. 2018. vol. 127. P. 320–327.
- 3. Hameed V.A. Determination of the Appropriate Geometric Moment Invariant Functions for Object Recognition.

- Indian Journal of Science and Technology. 2016. vol. 21. no. 9. P. 1–6. DOI: 10.17485/ijst/2016/v9i21/95209.
- 4. Papakostas G.A., Karakasis E.G., Koulouriotis D.E. Orthogonal Image Moment Invariants: Highly Discriminative Features for Pattern Recognition Applications. Image Processing: Concepts, Methodologies, Tools, and Applications. 2013. P. 1–18. DOI: 10.4018/978-1-4666-3994-2.ch002.
- 5. Гостев И.М. О методах распознавания графических образов // Известия РАН. Теория и системы управления. 2004. № 1. С. 138–144.
- 6. Пережигин А.А., Хачумов В.М. Обнаружение и автоматическое определение параметров летательного объекта на видео потоке // Информационные технологии и вычислительные системы. 2005. № 1. С. 38–48.
- 7. Hu M.K. Visual pattern recognition by moment invariants. IRE Transactions on Information Theory. 1962. vol. 8. P. 179–187.
- 8. Arafah M., Moghli Q.A. Efficient Image Recognition Technique Using Invariant Moments and Principle Component Analysis. Journal of Data Analysis and Information Processing. 2017. vol. 5. P. 1–10. DOI: 10.4236/jdaip.2017.51001.
- 9. Абрамов Н.С., Хачумов В.М. Распознавание на основе инвариантных моментов // Вестник Российского универ-

- ситета дружбы народов. Серия: Математика, информатика, физика. 2014. № 2. С. 142–149.
- 10. Нгуен 3.Т. Инварианты в задачах распознавания графических образов // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Математика, Информатика, Физика. 2016. № 1. С. 76–85.
- 11. Kachumov M.V. Distances, Metrics and Cluster Analysis. Scientific and Technical Information Processing. 2012. Vol. 39. No. 6. P. 310–316. DOI: 10.3103/S0147688212060020.
- 12. Collection of Facial Images. [Электронный ресурс]. URL: https://cswww.essex.ac.uk/mv/allfaces/ (дата обращения: 13.03.2020).
- 13. Горский Н., Анисимов В., Горская Л. Распознавание рукописного текста: от теории к практике. СПб.: Политехника, 1997. 126 с.
- 14. Васин Д.Ю., Аратский А.В. Распознавание символов на основе инвариантных моментов графических изображений // 25 Международная конференция GraphiCon (Протвино, 22–25 сентября 2015 г.). М.: Институт физикотехнической информатики, 2015. С. 259–264.
- 15. Бутаков Е.А., Островский В.И., Фадеев И.Л. Обработка изображений на ЭВМ. М.: Радио и связь, 1987. 240 с.