

УДК 620.17:532.517.2

О ПРОЦЕДУРЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВОЗДУШНОГО ПОТОКА

Опарин Д.А., Бахирев И.В., Кавалеров Б.В., Килин Г.А.

*Пермский национальный исследовательский политехнический университет (ПНИПУ), Пермь,
e-mail: dlowarp@gmail.com, bahirevy@mail.ru, kbv@pstu.ru, thisisforasm@rambler.ru*

При проведении испытаний целого ряда промышленных деталей и прочих изделий широкого класса назначения существует необходимость осуществлять испытания этих промышленных деталей и изделий в потоке воздуха. Для создания потока воздуха используется испытательная установка, обладающая возможностью создавать поток воздуха с необходимыми характеристиками (давлением, температурой, скоростью, расходом воздуха и другими показателями). Существенную помощь в получении требуемых характеристик потока воздуха может оказать математическая модель воздушного потока испытательной установки. Эта математическая модель связывает основные получаемые показатели потока воздуха с регулируемыми органами испытательной установки (положение воздушных заслонок, частота вращения нагнетателя воздуха, температура нагревательных элементов и другие внешние воздействия). Такая математическая модель позволяет рассчитать требуемые управляющие воздействия на регулировочные органы испытательной установки для получения заданных характеристик воздушного потока, что облегчает создание систем управления воздушными испытательными установками, кроме того, ее использование будет полезно при решении задач диагностики, тренинге операторов и при проведении широкого круга научных исследований. В статье рассматривается алгоритм идентификации математической модели воздушного потока с использованием программно-моделирующего комплекса.

Ключевые слова: математическое моделирование, автоматизированные испытания, диагностика, автоматическое управление, поток воздуха, программно-моделирующий комплекс

ABOUT PROCEDURE FOR IDENTIFYING THE MATHEMATICAL MODEL OF THE AIR FLOW

Oparin D.A., Bakhirev I.V., Kavalеров B.V., Kilin G.A.

Perm National Research Polytechnic University, Perm, e-mail: dlowarp@gmail.com, bahirevy@mail.ru, kbv@pstu.ru, thisisforasm@rambler.ru

When testing a number of industrial products for a wide range of applications, it is necessary to use the tests of these products in the air flow. To create a flow, a test facility is used that has the ability to create a flow of air with the necessary characteristics (pressure, temperature, speed, air flow and other indicators). A mathematical model of the air flow can provide essential help in obtaining the required air characteristics. This mathematical model links the main air flow figures obtained with the regulating organs of the installation (the position of the air dampers, the fan speed, the temperature of the heating elements and other external influences). This mathematical model makes it possible to calculate the required control actions for obtaining specified air characteristics, which facilitates the creation of control systems for test installations, in addition, its use will be useful in solving diagnostic problems, training operators, and in carrying out a wide range of scientific research. The identification algorithm of mathematical model of an air stream with use of the program-modeling complex is considered in the article.

Keywords: mathematical modeling, automated testing, diagnostics, automatic control, air flow, program-modeling complex

Испытания различных изделий промышленного производства в общем случае классифицируются по следующим этапам: 1) испытания на стадии проектирования 2) испытания на стадии доводки, 3) производственные испытания, 4) испытания на стадии эксплуатации, 5) ремонтные испытания. Для автоматизации испытаний высокотехнологичных изделий используют специализированные программно-технические комплексы и испытательные станции [1, 2].

В ходе проектирования и доводки изделий организуют доводочные, предварительные и приемочные испытания. К стадии производства относят квалификационные, предъявительские, приемосдаточные, периодические, инспекционные, типовые, аттестационные, сертификационные испыта-

ния. Поэтому испытания промышленных изделий в потоке воздуха могут быть применены на любом из перечисленных этапов промышленного производства.

Необходимость использования потока воздуха при производстве испытаний промышленных изделий вызывается, в частности, тем, что требуется имитировать условия внешней среды, в которых эти изделия должны функционировать. В качестве примеров можно привести испытания авиационных планеров в потоке воздуха, квадрокоптеров, испытания воздухопроводов и вентиляторов, испытания изделий при повышенной температуре, испытания при повышенном давлении, определение ветровых нагрузок здания [3, 4], определение обтекаемости и воздушного сопротивления автомобилей [5], электротехнических

изделий [6], конструкций самолетов [7, 8] и авиационных двигателей [9], ракетно-космической техники и другой специальной техники.

Для того чтобы проводить испытания различных изделий в потоке воздуха, требуется управлять процессом испытаний. Эта функция возлагается на систему автоматизации испытаний (САИ). С помощью САИ должны формироваться требуемые параметры воздушного потока вблизи испытуемого объекта (ИО). Для реализации такого управления требуется априорная информация о поведении воздушного потока, эта информация содержится в математической модели воздушного потока. Поэтому целью исследований является получение математической модели воздушного потока. Для достижения цели решается задача идентификации модели воздушного потока.

*Задача идентификации модели
воздушного потока*

Воздушный поток, необходимый для испытания промышленных изделий, может быть описан с помощью упрощенной математической модели, которая должна быть удобна для таких задач, как диагностика в процессе испытаний, разработка управляющих устройств испытательных установок, синтез алгоритмов управления. После упрощенная модель идентифицируется на основе экспериментальных данных.

На рис. 1 показана схема испытаний, при которой формируется заданное давление (P), заданная температура воздуха (t , K), заданная скорость воздуха (V), которую в свою очередь можно описать через геометрию трубы и массовый расход воздуха.

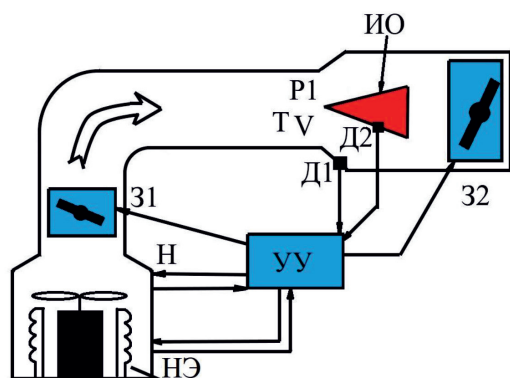


Рис. 1. Схема испытаний. Обозначения:
ИО – испытуемый объект, З – заслонка
(управляющий элемент), Н – нагнетатель,
НЭ – нагревательный элемент,
Д – датчик, УУ – устройство
управления испытательной установки

Нагнетатель с нагревательными элементами НЭ создает поток воздуха, который управляется с помощью З1, затем по воздуховоду поступает в камеру с испытуемым изделием, в камере создается заданная температура, давление, расход и скорость воздуха. Может применяться добавочная заслонка (управляющий элемент) на выходе (З2), датчики могут устанавливаться как на самом ИО (Д2), так и в камере, где ИО размещен (Д1). Устройство управления получает информацию с датчиков и передает ее на управляющие органы, как правило, УУ связано также с пультом управления оператора. Главная задача установки – сформировать требуемые давление, температуру, расход воздуха и скорость воздуха в соответствии с заданной программой испытаний ИО. Нагнетатель выполняет функцию вентилятора или компрессора, разгоняет воздух и формирует давление, помимо этого в нагнетателе устанавливаются нагревательные элементы (НЭ), чтобы управлять температурой воздуха.

Математические модели нагнетателя с нагревающим элементом и испытуемого объекта, как объектов управления, построены с учетом основных физических взаимосвязей. Статические характеристики, обеспечивающие соответствие модели экспериментальным данным, берутся из серии экспериментов [10].

Постоянные времени, отражающие инерционность процессов, определяются как время необходимое для достижения 0,63 от становившегося значения при подаче управляющего воздействия [11]. Наряду с этим постоянные времени затем уточняются с помощью метода наименьших квадратов [11, 12].

Упрощенную модель потока воздуха в соответствии с рис. 1 представим системой уравнений:

$$\frac{dT_2}{dt} = K_{T_2} \cdot (T_1(t) - T_2(t)), \quad (1)$$

$$P_i = P_{i-1} - k \frac{c^2(T_i)}{\Delta x_i} (G_i - G_{\text{ВХОДА}}) K_{\Pi} \frac{1}{S} \Delta t, \quad (2)$$

$$\frac{dP_{\text{ВХОДА}}}{dt} = (G_{\text{ВХОДА}} - G_{\text{ЗАС.1}}) K_{\text{ВХОДА}} (T_{\text{ВХОДА}}), \quad (3)$$

$$G_{\text{ЗАС.1}} = f\left(\frac{P_{\text{ЗАС.1}}}{P_{\text{ИСПЫТ}}}, a_{\text{ЗАС.1}}\right), \quad (4)$$

$$\frac{dT_{\text{ЗАС.1}}}{dt} = (T_{\text{ВХОДА}} - T_{\text{ЗАС.1}}) K_{\text{ТЗАС.1}}, \quad (5)$$

$$\frac{dP_{\text{ЗАС.1}}}{dt} = (G_{\text{ЗАС.1}} - G_{\text{ВХОДА}}) K_{\text{ЗАС.1}} (T_{\text{ЗАС.1}}), \quad (6)$$

$$\frac{dT_{\text{ИО}}}{dt} = (T_{\text{ЗАС.1}} - T_{\text{ИО}})K_{T_{\text{ИО}}}, \quad (7)$$

$$\frac{dP_{\text{ИО}}}{dt} = (G_{\text{ИО}} - G_{\text{ЗАС.1}})K_{\text{ИО}}(T_{\text{ИО}}), \quad (8)$$

$$G_{\text{ЗАС.2}} = f(P_{\text{ЗАС.2}}, \alpha_{\text{ЗАС.2}}), \quad (9)$$

$$\frac{dT_{\text{ЗАС.2}}}{dt} = (T_{\text{ИО}} - T_{\text{ЗАС.2}})K_{T_{\text{ЗАС.2}}}, \quad (10)$$

$$\frac{dP_{\text{ЗАС.2}}}{dt} = (G_{\text{ЗАС.2}} - G_{\text{ИО}})K_{\text{ЗАС.2}}(T_{\text{ЗАС.2}}), \quad (11)$$

где T_i – температура в заданном сечении i (К), P_i – давление в заданном сечении (Па), G_i – расход воздуха в сечении i (кг/с), $\alpha_{\text{ЗАС.}i}$ – угол положения заслонки i , K_{T_i} – коэффициент пропорциональности температуры в сечении i , зависящий от расстояния, $K_{\text{П}}$ – коэффициент перевода из Па в кгс/см², c – скорость звука, зависящая от температуры (м/с), Δx_i – расстояние (м), S – площадь сечения воздухопровода (м²), k – поправочный коэффициент, полученный с помощью метода наименьших квадратов, $K_i(T_i)$ – коэффициент пропорциональности между давлением и расходом воздуха, зависящий от температуры и расстояния.

Для реализации процедуры идентификации вначале требуется выбрать и обосновать метод оценивания определяемых параметров модели. Достоинства и недостатки традиционных методов оценивания хорошо известны и детально рассмотрены уже в классическом труде П. Эйкхофа (1974 г.) [11]. Там же даны рекомендации, в каких случаях целесообразно применять тот или иной метод. Проще всего, особенно на первом этапе исследований, использовать классический метод наименьших квадратов, так как он в общей постановке задачи идентификации не требует никакой априорной информации о модели исследуемого объекта [11, 12]. Для других методов оценивания из [11] (использование байесовских оценок; метод максимального правдоподобия; использование марковских оценок; взаимно-корреляционный метод; метод стохастической аппроксимации) необходима не просто априорная информация, но информация статистическая, что требует дополнительных затрат времени и порой бывает малодоступно для непосредственной реализации.

Метод наименьших квадратов (МНК) также не свободен от недостатков. В рамках рассматриваемой задачи наибольшие проблемы вызывают такие его свойства, как смещенность оценки, если среднее значение случайных возмущений является ненулевым. Также здесь необходимо иметь

всю информацию о входе и выходе на всем промежутке времени оценивания. Еще одним недостатком классического МНК является то, что он в силу своей универсальности связывает входы и выходы между собой, не заботясь о достоверности физических соотношений. Поэтому получаемая в результате такой идентификации модель может оказаться очень далека от физической сущности процессов, протекающих в объекте исследований. На помощь здесь приходит условная оценка наименьших квадратов, с помощью нее возможно принудительно задать те или иные взаимосвязи между переменными модели и ее параметрами, присвоить отдельным параметрам фиксированные значения.

Определение коэффициентов модели методом наименьших квадратов

Для оценки коэффициентов полученной упрощенной модели воздушного потока разработан алгоритм идентификации с использованием метода наименьших квадратов.

Покажем на наглядном примере работу данного алгоритма идентификации.

Даны следующие уравнения и зависимости:

$$T_{\text{ИО}} = f(T_{\text{ВХОДА}}), \quad (12)$$

$$\frac{dT_{\text{ИО}}}{dt} = (T_{\text{ИОС}} - T_{\text{ИО}}) / T_{\text{ИО}t}. \quad (13)$$

В уравнениях (12) и (13) приняты обозначения:

$T_{\text{ВХОДА}}$ – температура на входе трубопровода;

$T_{\text{ИО}}$ – температура на испытуемом объекте;
 $T_{\text{ИОС}}$ – температура на испытуемом объекте установившаяся;

$T_{\text{ИО}t}$ – постоянная времени температуры испытуемого объекта.

Необходимо определить значение постоянной времени температуры испытуемого объекта.

Дифференциальное уравнение (13) можем привести к следующему виду:

$$\frac{dT_{\text{ИО}}}{dt} = T_{\text{ИОС}} \cdot (1/T_{\text{ИО}t}) - T_{\text{ИО}} \cdot (1/T_{\text{ИО}t}). \quad (14)$$

Заменив $1/T_{\text{ИО}t}$ на a_{11} и a_{12} , получаем следующий вид уравнения:

$$\frac{dT_{\text{ИО}}}{dt} = a_{11} \cdot T_{\text{ИОС}} - a_{12} \cdot T_{\text{ИО}}. \quad (15)$$

Дальше введем параметр $T_{\text{ВХОДА}}$ в уравнение (15) вместо $T_{\text{ИОС}}$ и получим следующий вид уравнения:

$$\frac{dT_{\text{ИО}}}{dt} = a_{11} \cdot T_{\text{ВХОДА}} + a_{12} \cdot T_{\text{ИО}}. \quad (16)$$

Для удобства записи все коэффициенты в уравнении стоят со знаком «+», это совершенно не скажется на работе алгоритма, так как в ходе работы коэффициенты примут соответствующие им знаки.

Приведем уравнение (16) к стандартному векторно-матричному описанию для непосредственного использования в процедуре оценивания МНК, для этого обозначим производную $\frac{dT_{\text{ио}}}{dt}$ в качестве вектора выходных переменных \mathbf{Y} , тогда переменные $T_{\text{входа}}$, $T_{\text{ио}}$ образуют вектор входных переменных \mathbf{X} , в этом случае a_{11} и a_{12} составят матрицу коэффициентов, которую следует идентифицировать.

В результате уравнение (16) будет выглядеть как

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{X}. \quad (17)$$

Из уравнения (17) с помощью МНК непосредственно вычисляется матрица \mathbf{A} :

$$\mathbf{A} = \mathbf{Y}_{\Sigma} \mathbf{X}_{\Sigma}^{-1}, \quad (18)$$

где \mathbf{Y}_{Σ} и \mathbf{X}_{Σ} – матрицы, составленные из 2 векторов \mathbf{Y} и \mathbf{X} соответственно.

Поскольку наблюдений используется значительно больше чем $n = 2$, то применяется следующая оценка методом наименьших квадратов:

$$\mathbf{A} = \mathbf{Y}_{\Sigma} \mathbf{X}_{\Sigma}^T (\mathbf{X}_{\Sigma} \mathbf{X}_{\Sigma}^T)^{-1} \quad (19)$$

или

$$\mathbf{A} = \mathbf{Y}_{\Sigma} \mathbf{X}_{\Sigma}^{+},$$

где матрица \mathbf{X}_{Σ}^{+} является псевдообратной матрицей: $\mathbf{X}_{\Sigma} \mathbf{X}_{\Sigma}^{+} \mathbf{X}_{\Sigma} = \mathbf{X}_{\Sigma}$ [11].

По условиям задачи, так как модель строится на основе экспериментальных данных, у нас есть массив $T_{\text{входа}}$ и $T_{\text{ио}}$. Производная $T_{\text{ио}}$ ищется просто, по четырем точкам, так как время каждого снятия точки нам известно, то найти Δt не составит труда. Матрица коэффициентов \mathbf{A} находится единожды для данного массива данных.

Необходимо убедиться, что в ходе алгоритма коэффициенты были найдены правильно, для этого надо провести моделирование, используя матрицу коэффициентов \mathbf{A} и сравнивая полученные результаты имитационного моделирования с экспериментальными данными.

При получении векторно-матричного уравнения (17) в качестве выходного вектора принимался одномерный вектор производной $T_{\text{ио}}$. Возникает вопрос, как формировать вектор \mathbf{Y}_{Σ} , составленный из $n > 2$ наблюдений за изменением произ-

водной $T_{\text{ио}}$? Приходится предварительно вычислять производную как разность соседних значений $T_{\text{ио}}$, деленную на шаг наблюдений. Точность определения производной может быть повышена за счет использования большего числа точек, но это вызывает свои трудности с алгоритмизацией.

Поэтому многие авторы советуют преобразовать уравнение (17) к разностному (дискретному) виду:

$$\mathbf{V}(k+1) = \mathbf{F} \mathbf{V}(k), \quad (20)$$

где $\mathbf{V}(k)$ – расширенный вектор состояния системы в k -й момент времени, $\mathbf{V}(k+1)$ – расширенный вектор состояния системы в $k+1$ -й момент времени, \mathbf{F} – матрица перехода из состояния в момент k в новое состояние в момент $k+1$, $\mathbf{F} = \exp(\mathbf{A}\Delta t)$, Δt – промежуток времени между моментами времени k и $k+1$. Алгоритм идентификации при определении матрицы \mathbf{F} представлен на рис. 2.

Аналогичным образом, с помощью алгоритма идентификации могут быть определены коэффициенты для уравнения (3). Раскрыв скобки, получаем следующее уравнение:

$$\frac{dP_{\text{входа}}}{dt} = K_{\text{входа1}} \cdot G_{\text{входа}} - K_{\text{входа2}} \cdot G_{\text{зас.огр.}} \quad (21)$$

Далее, заменяя $K_{\text{входа}}$ на a_{11} и a_{12} , получим уравнение в форме (17). Идентификацию можно проводить непосредственно по нему или предварительно перейти к уравнению (20) и воспользоваться алгоритмом, представленным на рис. 2.

Рассмотренный алгоритм идентификации позволяет определить по экспериментальным данным параметры модели воздушного потока (1–11).

Описание программно-моделирующего комплекса

В рамках проведения работ по идентификации параметров модели был разработан программно-моделирующий комплекс (ПМК), позволяющий проводить параметрическую идентификацию для нахождения коэффициентов дифференциальных уравнений, а также выполнять процедуру получения модельных данных на основе этих коэффициентов. В состав ПМК входят основные модули:

- 1) модуль чтения данных из файлов;
- 2) модуль формирования переменных и уравнений;
- 3) модуль идентификации;
- 4) модуль моделирования.

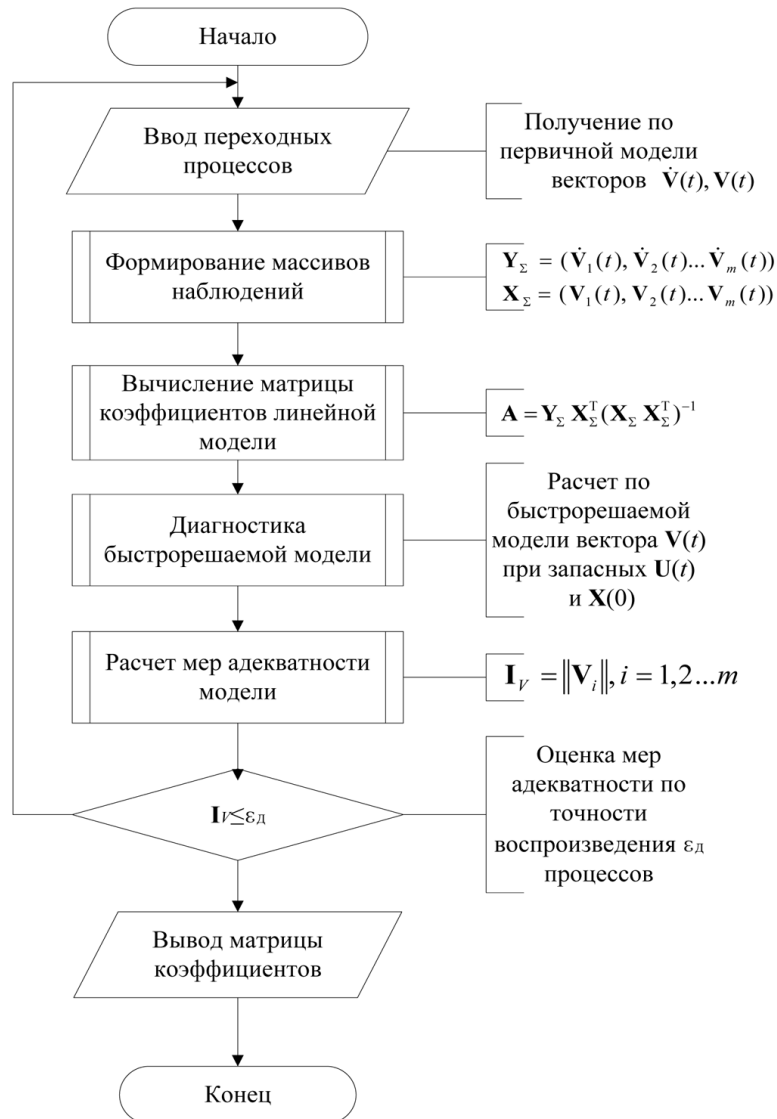


Рис. 2. Алгоритм идентификации

Модуль чтения данных из файлов преобразует данные в удобный для работы формат. Модуль формирования переменных и уравнений позволяет выбрать структуру уравнений пользователю. Модуль идентификации проводит параметрическую идентификацию выбранных уравнений. Модуль моделирования позволяет провести моделирование идентифицированных уравнений и создать новые данные, которые могут быть построены с помощью вспомогательного модуля построения графических характеристик. При наличии необходимого набора экспериментальных данных и информации о структуре уравнений, ПМК

позволяет без каких-либо усилий выполнить идентификацию.

Выводы

Для идентификации математической модели воздушного потока используется метод наименьших квадратов, поскольку мы обладаем полной информацией по входу и выходу, однако существует недостаток априорной информации. Недостатки данного метода могут привести к неточностям математической модели, однако модель останется пригодна для использования в качестве основы для проверки существующих устройств управления.

Для процесса идентификации представлен алгоритм идентификации, а также описан программно-моделирующий комплекс, помогающий идентифицировать модель по существующим наборам экспериментальных данных.

Список литературы

1. Ахмедзянов Д.А., Кишалов А.Е., Суханов А.В. Обмен данными между SCADA-системой и системой имитационного моделирования авиационных двигателей в процессе испытаний // Молодой ученый. 2011. Т. 1. № 8. С. 50–53.
2. Любимов Э.В., Исцелемов Д.А., Беляев Н.А., Шайдулин К.О. Разработка программно-аппаратного комплекса для автоматизированных испытаний асинхронных электродвигателей // Автоматизация в электроэнергетике и электротехнике. 2016. Т. 1. С. 200–205.
3. Егорычев О.О., Орехов Г.В., Ковальчук О.А., Дорошенко С.А. Проработка конструкции аэродинамической трубы для проведения аэродинамических и аэроакустических испытаний строительных конструкций // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. строительство и архитектура. 2011. № 4 (25). С. 25–29.
4. Дорошенко С.А., Дорошенко А.В., Орехов Г.В. Определение ветровой нагрузки на трехмерные конструкции с помощью моделирования в аэродинамической трубе // Вестник МГСУ. 2012. № 7. С. 69–74.
5. Жамалов Р.Р., Королев Е.В., Котин А.И. Аэродинамические трубы как инструмент исследования // Вестник НГИЭИ. 2012. № 12. С. 54–62.
6. Исцелемов Д.А., Любимов Э.В. Программный комплекс «smtest» для испытательных станций синхронных турбомашин // Электротехника. 2015. № 11. С. 56–61.
7. Птицин А.А., Скоморохов С.И. Поиск рациональной конструкции полумодели пассажирского самолета для испытаний в аэродинамической трубе // Авиационная промышленность. 2015. № 1. С. 19–22.
8. Лапердин А.И. Программно-аппаратный комплекс автоматизированной системы управления прочностными испытаниями авиационных конструкций // Электротехника. Энергетика. Машиностроение: сборник научных трудов I Международной научной конференции молодых ученых. 2014. С. 96–99.
9. Волощенко О.В., Зосимов С.А., Николаев А.А., Острась В.Н., Серманов В.Н., Чевагин А.Ф. Аэродинамические экспериментальные стенды для испытаний ВРД // Ученые записки ЦАГИ. 2012. № 2. С. 43–54.
10. Килин Г.А., Кавалеров Б.В., Бахирев И.В., Поварницын А.Ю. Идентификация газоперекачивающего агрегата для модельного испытания и настройки системы управления // Вестник Воронежского государственного университета, Серия: Системный анализ и информационные технологии. 2014. № 1. С. 65–71.
11. Эйхофф П. Основы идентификации систем управления. Оценка параметров и состояния. М.: Мир, 1975. 685 с.
12. Гроп Д. Методы идентификации систем. М.: Мир, 1979. 304 с.