

Двухлетний импакт-фактор РИНЦ = 0,909
Пятилетний импакт-фактор РИНЦ = 0,282

Журнал издается с 2003 г.
12 выпусков в год

Электронная версия журнала top-technologies.ru/ru
Правила для авторов: top-technologies.ru/ru/rules/index
Подписной индекс по электронному каталогу «Почта России» – ПА037

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Ледванов Михаил Юрьевич, д.м.н., профессор

Ответственный секретарь редакции

Бизенкова Мария Николаевна

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

д.т.н., профессор, Айдосов А. (Алматы); д.г.-м.н., профессор, Алексеев С.В. (Иркутск); д.х.н., профессор, Алов В.З. (Нальчик); д.т.н., доцент, Аршинский Л.В. (Иркутск); д.т.н., профессор, Ахтулов А.Л. (Омск); д.т.н., профессор, Баёв А.С. (Санкт-Петербург); д.т.н., профессор, Баубеков С.Д. (Тараз); д.т.н., профессор, Беззубцева М.М. (Санкт-Петербург); д.п.н., профессор, Безрукова Н.П. (Красноярск); д.т.н., доцент, Белозеров В.В. (Ростов-на-Дону); д.т.н., доцент, Бессонова Л.П. (Воронеж); д.п.н., доцент, Бобыкина И.А. (Челябинск); д.г.-м.н., профессор, Бондарев В.И. (Екатеринбург); д.п.н., профессор, Бутов А.Ю. (Москва); д.т.н., доцент, Быстров В.А. (Новокузнецк); д.г.-м.н., профессор, Гавришин А.И. (Новочеркасск); д.т.н., профессор, Герман-Галкин С.Г. (Щецин); д.т.н., профессор, Германов Г.Н. (Москва); д.т.н., профессор, Горбатюк С.М. (Москва); д.т.н., профессор, Гоц А.Н. (Владимир); д.п.н., профессор, Далингер В.А. (Омск); д.псх.н., профессор, Долгова В.И., (Челябинск); д.э.н., профессор, Долятовский В.А. (Ростов-на-Дону); д.х.н., профессор, Дресвянников А.Ф. (Казань); д.псх.н., профессор, Дубовицкая Т.Д. (Сочи); д.т.н., доцент, Дубровин А.С. (Воронеж); д.п.н., доцент, Евтушенко И.В. (Москва); д.п.н., профессор, Ефремова Н.Ф. (Ростов-на-Дону); д.п.н., профессор, Жеребило Т.В. (Грозный); д.т.н., профессор, Завражнов А.И. (Мичуринск); д.п.н., доцент, Загrevский О.И. (Томск); д.т.н., профессор, Ибраев И.К. (Караганда); д.т.н., профессор, Иванова Г.С. (Москва); д.х.н., профессор, Ивашевич А.Н. (Москва); д.ф.-м.н., профессор, Ижуткин В.С. (Москва); д.т.н., профессор, Калмыков И.А. (Ставрополь); д.п.н., профессор, Качалова Л.П. (Шадринск); д.псх.н., доцент, Кибальченко И.А. (Таганрог); д.п.н., профессор, Клемантович И.П. (Москва); д.п.н., профессор, Козлов О.А. (Москва); д.т.н., профессор, Козлов А.М. (Липецк); д.т.н., доцент, Козловский В.Н. (Самара); д.т.н., профессор, Красновский А.Н. (Москва); д.т.н., профессор, Крупенин В.Л. (Москва); д.т.н., профессор, Кузлякина В.В. (Владивосток); д.т.н., доцент, Кузяков О.Н. (Тюмень); д.т.н., профессор, Куликовская И.Э. (Ростов-на-Дону); д.т.н., профессор, Лавров Е.А. (Суми); д.т.н., доцент, Ландэ Д.В. (Киев); д.т.н., профессор, Леонтьев Л.Б. (Владивосток); д.ф.-м.н., доцент, Ломазов В.А. (Белгород); д.т.н., профессор, Ломакина Л.С. (Нижний Новгород); д.т.н., профессор, Лубенцов В.Ф. (Краснодар); д.т.н., профессор, Мадера А.Г. (Москва); д.т.н., профессор, Макаров В.Ф. (Пермь); д.п.н., профессор, Марков К.К. (Иркутск); д.п.н., профессор, Матис В.И. (Барнаул); д.г.-м.н., профессор, Мельников А.И. (Иркутск); д.п.н., профессор, Микерова Г.Ж. (Краснодар); д.п.н., профессор, Моисеева Л.В. (Екатеринбург); д.т.н., профессор, Мурашкина Т.И. (Пенза); д.т.н., профессор, Мусаев В.К. (Москва); д.т.н., профессор, Надеждин Е.Н. (Тула); д.ф.-м.н., профессор, Никонов Э.Г. (Дубна); д.т.н., профессор, Носенко В.А. (Волгоград); д.т.н., профессор, Осипов Г.С. (Южно-Сахалинск); д.т.н., профессор, Пен Р.З. (Красноярск); д.т.н., профессор, Петров М.Н. (Красноярск); д.т.н., профессор, Петрова И.Ю. (Астрахань); д.т.н., профессор, Пивень В.В. (Тюмень); д.э.н., профессор, Потышняк Е.Н. (Харьков); д.т.н., профессор, Пузряков А.Ф. (Москва); д.п.н., профессор, Рахимбаева И.Э. (Саратов); д.п.н., профессор, Резанович И.В. (Челябинск); д.т.н., профессор, Рогачев А.Ф. (Волгоград); д.т.н., профессор, Рогов В.А. (Москва); д.т.н., профессор, Санинский В.А. (Волжский); д.т.н., профессор, Сердобинцев Ю.П. (Волгоградский); д.э.н., профессор, Сихимбаев М.Р. (Караганда); д.т.н., профессор, Скрыпник О.Н. (Иркутск); д.п.н., профессор, Собянин Ф.И. (Белгород); д.т.н., профессор, Страбыкин Д.А. (Киров); д.т.н., профессор, Сугак Е.В. (Красноярск); д.ф.-м.н., профессор, Тактаров Н.Г. (Саранск); д.п.н., доцент, Тутолмин А.В. (Глазов); д.т.н., профессор, Умбетов У.У. (Кызылорда); д.м.н., профессор, Фесенко Ю.А. (Санкт-Петербург); д.п.н., профессор, Хола Л.Д. (Нерюнгри); д.т.н., профессор, Часовских В.П. (Екатеринбург); д.т.н., профессор, Ченцов С.В. (Красноярск); д.т.н., профессор, Червяков Н.И. (Ставрополь); д.т.н., профессор, Шалумов А.С. (Ковров); д.т.н., профессор, Шарафеев И.Щ. (Казань); д.т.н., профессор, Шишков В.А. (Самара); д.т.н., профессор, Щипицын А.Г. (Челябинск); д.т.н., профессор, Яблокова М.А. (Санкт-Петербург)

«СОВРЕМЕННЫЕ НАУКОЕМКИЕ ТЕХНОЛОГИИ» зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство ПИ № ФС 77 – 63399.

Все публикации рецензируются. Доступ к электронной версии журнала бесплатный.

Двухлетний импакт-фактор РИНЦ = 0,909.

Пятилетний импакт-фактор РИНЦ = 0,282.

Журнал включен в Реферативный журнал и Базы данных ВИНТИ.

Учредитель, издательство и редакция:
ООО ИД «Академия Естествознания»

Почтовый адрес: 105037, г. Москва, а/я 47

Адрес редакции: 440026, Пензенская область, г. Пенза, ул. Лермонтова, 3

Ответственный секретарь редакции
Бизенкова Мария Николаевна
тел. +7 (499) 705-72-30
E-mail: edition@rae.ru

Подписано в печать – 27.01.2020
Дата выхода номера – 27.02.2020

Формат 60×90 1/8
Типография
ООО «Научно-издательский центр Академия Естествознания»
410035, Саратовская область, г. Саратов, ул. Мамонтовой, 5

Техническая редакция и верстка
Байгузова Л.М.
Корректор
Галенкина Е.С.

Способ печати – оперативный
Распространение по свободной цене
Усл. печ. л. 11,25
Тираж 1000 экз. Заказ СНТ 2020/1
Подписной индекс ПА037

© ООО ИД «Академия Естествознания»

СОДЕРЖАНИЕ

Технические науки (05.02.00, 05.13.00)**СТАТЬИ**

РАЗРАБОТКА ИНТЕРФЕЙСА ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ МНОГОРАКУРСНОЙ ЭЛЕКТРОИМПЕДАНСНОЙ ТОМОГРАФИИ <i>Алексамян Г.К., Щербаков И.Д., Сулыз А.В., Прийма М.А.</i>	5
РАЗРАБОТКА АВТОМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОДАЧЕЙ ГИДРОСУППОРТА ТОКАРНОГО СТАНКА <i>Кадыров И.Ш., Темирбеков Ж.Т., Турусбеков Б.С., Волхонов М.С.</i>	10
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЗЛОПАМЯТНЫХ И НЕЗЛОПАМЯТНЫХ ЦИФРОВЫХ ДВОЙНИКОВ <i>Пенский О.Г., Анисимова С.И.</i>	17
ВАРЬИРУЕМОЕ КУСОЧНО-ИНТЕРПОЛЯЦИОННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА С ИТЕРАЦИОННЫМ УТОЧНЕНИЕМ <i>Ромм Я.Е., Джанунц Г.А.</i>	21
ВАКУУМНЫЕ ПРИВОДЫ КРИВОЛИНЕЙНОГО ПЕРЕМЕЩЕНИЯ <i>Сысоев С.Н., Овчинников В.А., Цаплин Р.О.</i>	47
ФОРМИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСЧЕТА КОМПЛЕКСНОЙ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПЕРЕПРОФИЛИРОВАНИЯ ПРОМЫШЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ <i>Топчий Д.В., Ефремова В.Е., Кузин Е.А.</i>	52

Педагогические науки (13.00.01, 13.00.02, 13.00.03, 13.00.04, 13.00.05, 13.00.08)**СТАТЬИ**

АНАЛИЗ МНЕНИЙ СТУДЕНТОВ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ВУЗА О ПЕРСПЕКТИВАХ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОГРЕССА <i>Гордеева И.В.</i>	57
К ПРОБЛЕМЕ РАЗРАБОТКИ МЕТОДИКИ ДИАГНОСТИКИ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ РАСТУЩЕГО ЧЕЛОВЕКА <i>Гребнева В.В., Садовски М.В.</i>	63
ФОРМИРОВАНИЕ НАВЫКОВ ОСНОВ БЕЗОПАСНОСТИ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ ВО ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ <i>Зиятдинова А.И., Мустаев Р.Ш., Салихов Н.Р., Мисбахов А.А., Кузнецова О.Ю., Санатуллоев А.Э.</i>	68
О НЕКОТОРЫХ ПРОБЛЕМАХ СОДЕРЖАНИЯ КУРСА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ <i>Морозов А.В.</i>	73
АНАЛИЗ СТЕПЕНИ ОБЪЕКТИВНОСТИ СУДЕЙСТВА В ¼ И ½ ФИНАЛА ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ В СЛЕДУЮЩИЙ ТУР В ТАНЦЕВАЛЬНОМ СПОРТЕ <i>Сингина Н.Ф.</i>	79
ИНТЕГРАЦИЯ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ НА КАФЕДРЕ БИОЛОГИИ ОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО МЕДИЦИНСКОГО УНИВЕРСИТЕТА <i>Чёрная Л.В., Лазуткина Е.А.</i>	85

CONTENTS
Technical sciences (05.02.00, 05.13.00)
ARTICLES

THE DEVELOPMENT USER'S INTERFACE OF INFORMATION-MEASURING SYSTEM OF MULTI-ANGLE ELECTRICAL IMPEDANCE TOMOGRAPHY <i>Aleksanyan G.K., Shcherbakov I.D., Sulyz A.V., Priyma M.A.</i>	5
DEVELOPMENT OF AN AUTOMATIC CONTROL SYSTEM FOR FILLING A HYDRAULIC SUPPORT OF A TURNING MACHINE <i>Kadyrov I.Sh., Temirbekov Zh.T., Turusbekov B.S., Volkhonov M.S.</i>	10
MATHEMATICAL MODELS FOR CALCULATING PARAMETERS OF VINDICTIVE AND NON-MEMORABLE DIGITAL DOUBLES <i>Penskiy O.G., Anisimova S.I.</i>	17
THE VARYING PIECEWISE INTERPOLATION SOLUTION OF THE CAUCHY PROBLEM FOR THE TRANSPORT EQUATION WITH ITERATIVE REFINEMENT <i>Romm Ya.E., Dzhanunts G.A.</i>	21
VACUUM ACTUATORS OF CURVILINEAR MOTION <i>Sysoev S.N., Ovchinnikov V.A., Tsaplin R.O.</i>	47
FORMATION OF MATHEMATICAL MODEL PARAMETERS OF THE CALCULATION OF AN INTEGRATED ASSESSMENT OF THE QUALITY OF DESIGNING REPROFILING INDUSTRIAL OBJECTS <i>Topchiy D.V., Efremova V.E., Kuzin E.A.</i>	52

Pedagogical sciences (13.00.01, 13.00.02, 13.00.03, 13.00.04, 13.00.05, 13.00.08)
ARTICLES

ANALYSIS OF OPINIONS OF THE ECONOMIC UNIVERSITY STUDENTS ON SCIENCE AND TECHNOLOGICAL PROGRESS PERSPECTIVES <i>Gordeeva I.V.</i>	57
TO THE PROBLEM OF DEVELOPMENT OF A TECHNIQUE OF DIAGNOSTICS OF INDIVIDUAL FEATURES OF MOTOR ACTIVITY OF THE GROWING PERSON <i>Grebneva V.V., Sadovski M.V.</i>	63
FORMATION OF PRACTICAL SKILLS IN BASIC LIFE SAFETY FOR SCHOOLCHILDREN IN EXTRACURRICULAR ACTIVITIES <i>Ziyatdinova A.I., Mustaev R.Sh., Salikhov N.R., Misbakhov A.A., Kuznetsova O.Yu., Sanatulloev A.E.</i>	68
ABOUT SOME PROBLEMS OF THE COURSE CONTENT DIFFERENTIAL EQUATION <i>Morozov A.V.</i>	73
ANALYSIS OF THE DEGREE OF THE JUDGING OBJECTIVITY IN ¼ AND ½ FINALS AT PASSING IN THE NEXT TOUR IN DANCE SPORT <i>Singina N.F.</i>	79
INTEGRATION OF DIFFERENT ACTIVITIES AT THE DEPARTMENT OF BIOLOGY OF THE OMSK STATE MEDICAL UNIVERSITY <i>Chernaya V.L., Lazutkina E.A.</i>	85

СТАТЬИ

УДК 004.5:615.478:616-7

**РАЗРАБОТКА ИНТЕРФЕЙСА ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ
ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ
МНОГОРАКУРСНОЙ ЭЛЕКТРОИМПЕДАНСНОЙ ТОМОГРАФИИ****Алексанян Г.К., Щербakov И.Д., Сулыз А.В., Прийма М.А.***ФГБОУ ВО «Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ)
им. М.И. Платова», Новочеркасск, e-mail: graer@yandex.ru*

В работе описаны преимущества метода многоакурсной электроимпедансной томографии, обоснована необходимость разработки интерфейса программного обеспечения информационно-измерительной системы, реализующей данный метод. Описано устройство информационно-измерительной системы, разработана структурная схема программного обеспечения в целом и интерфейса пользователя в частности. Указаны нормативные документы (государственные стандарты), в соответствии с которыми проводилась разработка пользовательского интерфейса. Программное обеспечение разработано на платформе JavaFX, для разработки интерфейса выбрана среда JavaFX Scene Builder, дано описание функций, использованных в разработке графических компонентов. В статье описан принцип работы интерфейса, основные виды его взаимодействия с информационно-измерительной системой многоакурсной электроимпедансной томографии. Указаны разработанные диалоговые окна, дано описание функций, выполняемых в разработанном интерфейсе. Описаны преимущества разработанного интерфейса в виде возможности выбора пользователем различных режимов исследования, в том числе программируемых, отдельных поясов пациента в соответствии с проводимым исследованием. Кроме того, пользователю доступен выбор нескольких режимов отображения данных: томографических срезов (проекций) трехмерной картины поля проводимости внутренних структур объекта исследования, графиков дыхательной активности. Показано, что разработанный интерфейс выполняет свою главную задачу – обеспечение взаимодействия с информационно-измерительной системой электроимпедансной томографии.

Ключевые слова: многоакурсная электроимпедансная томография, интерфейс, пользователь, взаимодействие, государственный стандарт

**THE DEVELOPMENT USER'S INTERFACE OF INFORMATION-MEASURING
SYSTEM OF MULTI-ANGLE ELECTRICAL IMPEDANCE TOMOGRAPHY****Aleksanyan G.K., Shcherbakov I.D., Sulyz A.V., Priyma M.A.***Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI), Novocherkassk, e-mail: graer@yandex.ru*

The article describes the advantages of the multi-angle electrical impedance tomography, the necessity of the development of the interface software of information-measuring system for carrying out this method. A device information and measuring system developed structural diagram of software in general, and user interface in particular. Standard state regulations are specified, according to which development was performed user interface. The software is designed to JavaFX platform for the development of the interface selected JavaFX Scene Builder environment describes the function used in the development of graphical components. The paper described the principle of operation interface The main types of its interaction with the information system of the multi-measuring electrical impedance tomography. Dialog box windows are specified, a description of the functions performed in the developed interface. Described advantages of the developed interface as a user selection of the possibility of different modes of study, including programmable separately patient zone according to the research. In addition, the user is given a choice of several data display modes: tomographic slices (projections) of the three-dimensional picture of the field of conduction of internal structures object of study, the respiratory activity schedules. It is shown that the designed interface performs its main task – ensuring the interaction with information-measuring system.

Keywords: multi-angle electrical impedance tomography, interface, user, interaction, state standard

Электроимпедансная томография (ЭИТ) является методом получения и визуализации данных о распределении проводимости в объеме исследуемого объекта [1]. Перспективным направлением ЭИТ является многоакурсная ЭИТ (МРЭИТ), позволяющая получать информацию о параметрах поля проводимости внутренних структур исследуемого объекта по совокупности двумерных томографических срезов. Концепция МРЭИТ предполагает обеспечение возможности выбора пользователем ин-

жектурирующих и измерительных электродов и их групп, отдельных поясов в соответствии с проводимым исследованием, выбора режимов отображения данных: томографических срезов, проекций, трехмерной картины поля проводимости внутренних структур биологического объекта [2].

Цель исследования: описание процесса создания пользовательского интерфейса информационно-измерительной системы многоакурсной электроимпедансной томографии (ИИС МРЭИТ).

Для повышения эффективности управления процессом измерения во время проведения экспериментальных исследований с помощью аппаратно-программного комплекса ЭИТ биологического объекта (АПК ЭИТ БО) [3, 4] предлагается разработка интерфейса программного обеспечения (ПО), устанавливаемого на компьютер пользователя ИИС ЭИТ. Структура ПО представлена на рис. 1.

Из структурной схемы ПО, представленной на рис. 1, видно, что ПО состоит из модуля приема измерительных данных, модуля связи с процессом реконструкции, модуля визуализации результатов реконструкции, архива, пользовательского интерфейса и графического движка, на основе которого интерфейс построен.

В настоящей статье описана разработка интерфейса для ПО.

Материалы и методы исследования

Структурная схема интерфейса пользователя ИИС ЭИТ представлена на рис. 2.

Стрелками указана возможность перехода между окнами.

Интерфейс пользователя ИИС МРЭИТ включает в себя:

- главное окно;
- окно создания карты пациента;
- окно проведения измерений;
- окно архива;
- окно визуализации результатов проведенных исследований.

Проектирование навигационной структуры ИИС ЭИТ выполнено в соответствии с ГОСТ Р ИСО 14915-2-2016 [5].

Приложение ИИС ЭИТ разработано на платформе *JavaFX*, для разработки интерфейса выбрана среда *JavaFX Scene Builder* [6].

Разработан интерфейс диалоговых окон «Информационно-измерительная система многоакурсной электроимпедансной томографии» и «Создание карты пациента» в соответствии с ГОСТ Р 52636-2006 «Электронная история болезни. Общие положения» [7].

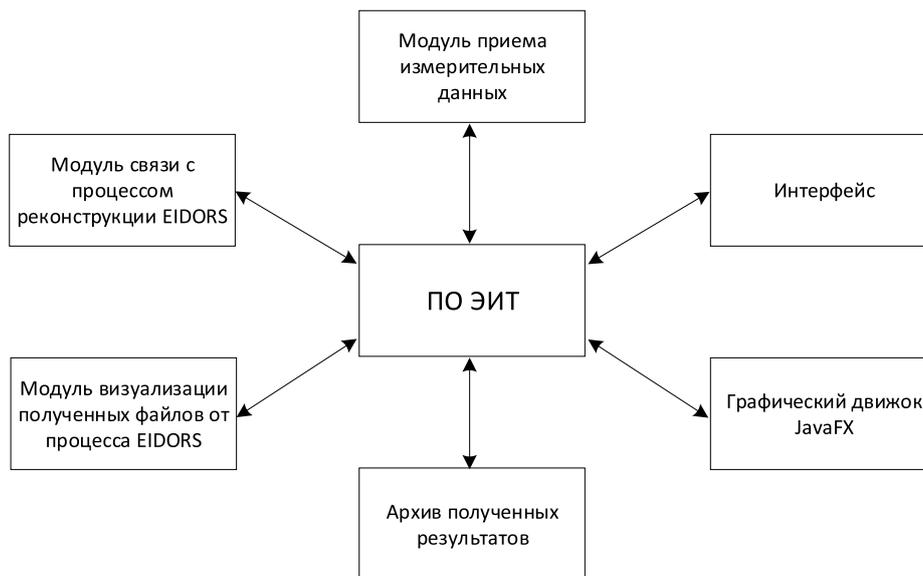


Рис. 1. Структурная схема ПО ИИС МРЭИТ

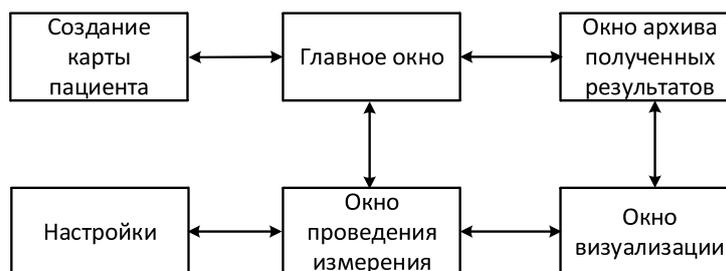


Рис. 2. Структурная схема интерфейса пользователя ИИС ЭИТ

Рис. 3. Диалоговое окно «Создание карты пациента»

Диалоговое окно «Создание карты пациента» (рис. 3) предназначено для создания электронной персональной медицинской записи (ЭПМЗ). Компоненты *Label* служат для отображения текста [8] и содержат подсказку по заполнению каждого поля. Для ручного ввода персональных данных используются компоненты *TextField* и *TextArea*. Для ввода даты рождения используется компонент *DataPicker*, позволяющий выбирать день из заданного календаря [9]. Для ввода информации о наличии вредных привычек используется компонент *CheckBox*. Для выбора группы крови и наличия инвалид-

ности используется компонент *ChoiceBox*. Все компоненты диалогового окна «Создание карты пациента» объединяет контейнер *ScrollPane*, который обеспечивает прокручиваемое представление элементов пользовательского интерфейса [10].

Диалоговое окно «ИИС ЭИТ» (показано на рис. 4) является стартовым окном приложения. Данное диалоговое окно предназначено для отображения информации о пациентах, проходящих обследование методом ЭИТ. Основой для размещения всех компонентов является контейнер *Pane* [11]. Для отображения иконок используется компонент *ImageView* [12].

На рис. 5 представлено диалоговое окно «Многоракурсная электроимпедансная томография», всплывающее при нажатии кнопки «Начать измерение» в диалоговом окне «ИИС ЭИТ» (показано на рис. 4). Данное окно содержит вкладки «Изображение», «Плитки», «Графики», «Настройки».

Вкладка «Изображение» (показана на рис. 5, а) позволяет выводить изображение, получаемого с одного томографического среза из списка [4]; с помощью вкладки «Плитки» (рис. 5, б) осуществляется выбор изображения из нескольких срезов (поясов пациента). Вкладка «Настройки» (рис. 5, в) позволяет производить настройки процесса обследования: выбор пояса пациента, формы, частоты и амплитуды инжектируемого тока [5]. Также пользователю доступен выбор между обычным режимом исследования (фиксированная частота и амплитуда инжектируемого тока), и автоматическим (программируемое изменение частоты и амплитуды инжектируемого тока). На вкладке «Графики» (рис. 5, г) производится вывод данных о дыхательной активности пациента в виде графиков, общего, для правого и левого легких.

Рис. 4. Диалоговое окно «Информационно-измерительная система многоракурсной электроимпедансной томографии»

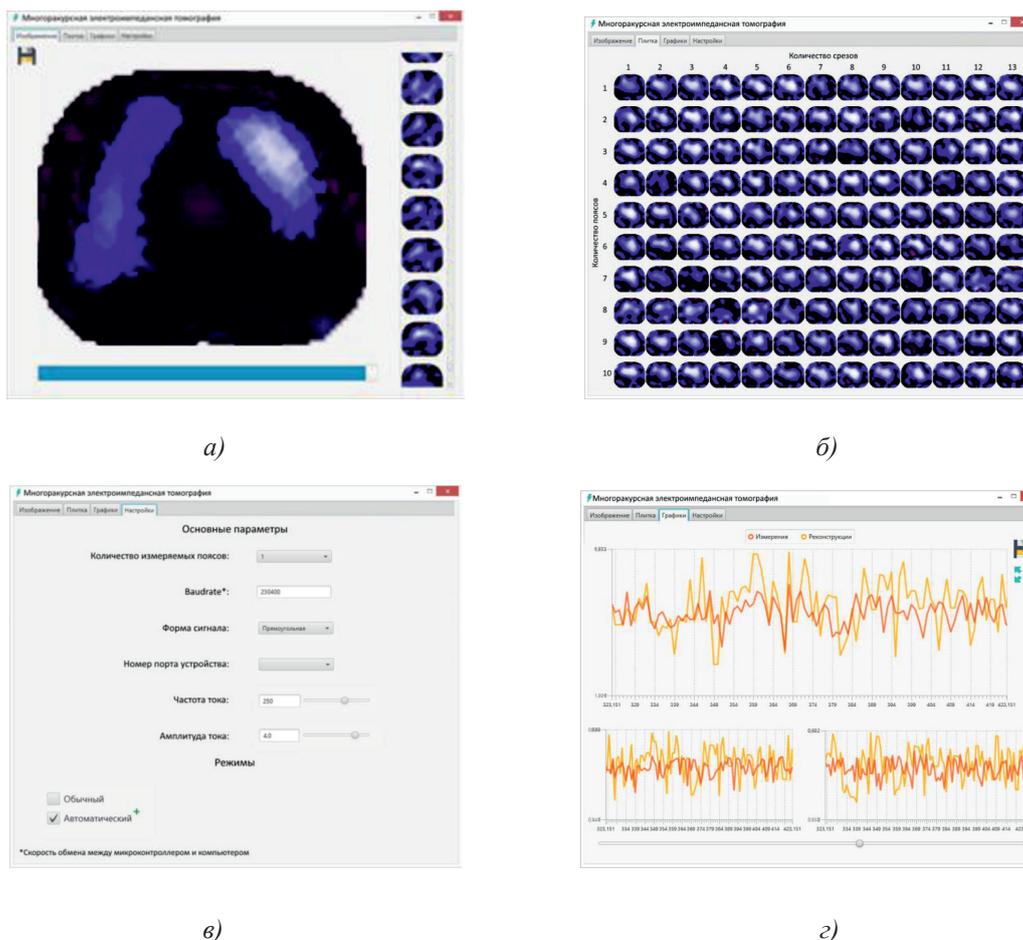


Рис. 5. Диалоговое окно «Многоракурсная электроимпедансная томография» а) вкладка «Изображение»; б) вкладка «Плитки»; в) вкладка «Настройки»; г) вкладка «Графики»

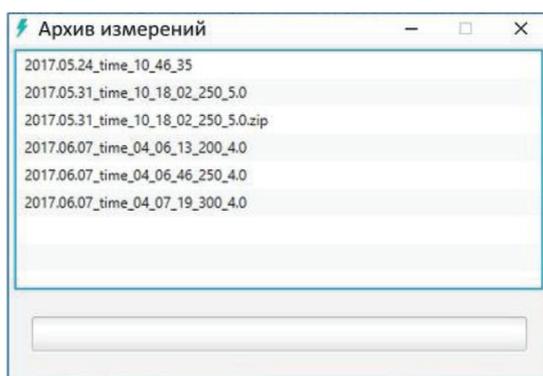


Рис. 6. Диалоговое окно «Архив измерений»

При нажатии кнопки «Архив» в диалоговом окне «ИИС ЭИТ» (рис. 4) всплывает диалоговое окно «Архив измерений» (рис. 6), в котором отображается список всех проведенных исследований данного объекта, для каждого исследования доступны вкладки «Изображение», «Плитки»,

«Графики», показанные на рис. 5, с соответствующей функциональностью.

Заключение

Разработан интерфейс диалоговых окон «Создание карты пациента» (рис. 3 и «ИИС ЭИТ» (рис. 4) для взаимодействия с ИИС ЭИТ. Интерфейс разработан в среде JavaFX SceneBuilder. Дано описание функций, использованных в разработке графических компонентов JavaFX. Разработанный интерфейс дает пользователю возможность выбора различных режимов исследования, в том числе программируемых, отдельных поясов пациента в соответствии с проводимым исследованием. Кроме того, пользователю доступен выбор нескольких режимов отображения данных: томографических срезов (проекции) трехмерной картины поля проводимости внутренних структур объекта исследования, графиков дыхательной активности.

Результаты работ найдут применение при разработке комплексной ИИС МРЭИТ.

Работы выполняются в рамках гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МК-196.2017.8 «Разработка теоретических основ и алгоритмов многокурсовой электроимпедансной томографии для систем неинвазивной трехмерной медицинской визуализации».

Список литературы

1. Aleksanyan G.K., Kucher A.I., Tarasov A.D., Cuong N.M., Phong C.N. Design of software and experimental setup for reconstruction and visualization of internal structures of conductive bodies. *International Journal of Soft Computing*. 2015. Vol. 10. № 6. P. 462–467.
2. Aleksanyan G.K., Shcherbakov I.D., Kucher A.I. Feature research of using current source in 2-dimensional and 3-dimensional multifrequency electrical impedance tomography devices. *Journal of Engineering and Applied Sciences*. 2017. Vol. 12. № 3. P. 587–592.
3. Aleksanyan G.K., N.I. Gorbatenko A.I. Kucher K.M. Shirokov, Phong C.N. Developing principles and functioning algorithms of the hardware-software complex for electrical impedance tomography of biological objects. *Biosci. Biotechnol. Res. Asia*. 2015. Vol. 12. P. 709–718.
4. Aleksanyan G.K., Gorbatenko N.I., Grechikhin V.V., Phong T.N., Lam T.D. Application of natural and model experiment methodology in two-dimensional electrical impedance tomography. *ARNP. J. Eng. Appl. Sci.* 2016. Vol. 11. P. 5871–5875.
5. ГОСТ Р ИСО 14915-2-2016. Эргономика мультимедийных пользовательских интерфейсов. Часть 2. Навигация и управление мультимедийными средствами: Взамен ГОСТ Р ИСО 14915-2-2013, введ. с 2016-11-02. М.: Издательство стандартов. 2016. 10 с.
6. What Is JavaFX? // ORACLE. Java Documentation [Электронный ресурс]. URL: <http://docs.oracle.com/javase/8/javase-clienttechnologies.htm> (дата обращения: 10.12.2019).
7. ГОСТ Р 52636-2006. Электронная история болезни. Общие положения: Введ. впервые с 2008-01-01. М.: Издательство стандартов. 2007. 13 с.
8. Using JavaFX UI Controls: 2 Label // ORACLE. Java Documentation. 2016. [Электронный ресурс]. URL: http://docs.oracle.com/javafx/2/ui_controls/label.htm#C1HNF1BJ (дата обращения: 10.12.2019).
9. JavaFX: Working with JavaFX UI Components: 26 Date Picker // ORACLE. Java Documentation. 2016. [Электронный ресурс]. URL: <https://docs.oracle.com/javase/8/javafx/user-interface-tutorial/date-picker.htm> (дата обращения: 10.12.2019).
10. Using JavaFX UI Controls: 10 Scroll Pane. // ORACLE. Java Documentation. 2016. [Электронный ресурс]. URL: http://docs.oracle.com/javafx/2/ui_controls/scrollpane.htm#CBBFFBCH (дата обращения: 10.12.2019).
11. Class Pane // Oracle Help Center. 2016. [Электронный ресурс]. URL: <https://docs.oracle.com/javase/8/javafx/api/javafx/scene/layout/Pane.html> (дата обращения: 10.12.2019).
12. Class ImageView // Oracle Help Center. 2016. [Электронный ресурс]. URL: <https://docs.oracle.com/javase/8/javafx/api/javafx/scene/image/ImageView.html> (дата обращения: 10.12.2019).

УДК 681.51:62-229.21:621.646.3

РАЗРАБОТКА АВТОМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОДАЧЕЙ ГИДРОСУППОРТА ТОКАРНОГО СТАНКА**¹Кадыров И.Ш., ¹Темирбеков Ж.Т., ¹Турусбеков Б.С., ²Волхонов М.С.**¹*Кыргызский национальный аграрный университет им. К.И. Скрябина, Бишкек, e-mail: bdtu_kg@mail.ru;*²*ФГБОУ ВО «Костромская государственная сельскохозяйственная академия», п. Караваяво, Костромская обл., e-mail: vms72@mail.ru*

Обеспечение стабильности малых подач инструмента на металлорежущих станках является актуальной задачей. Нестабильность подачи инструмента происходит по причинам малого расхода жидкости, поступающей в рабочую полость гидросуппорта и облитерации рабочих щелей гидросистемы дроссельного регулирования. С целью исключения влияния этих факторов применяют дискретное регулирование подачей инструмента гидросуппорта с автоматической корректировкой процессов токарной обработки на основе микроконтроллеров. Разработана автоматическая система с программным управлением подачей инструмента гидросуппорта токарного станка на основе амплитудно-импульсного регулятора расхода рабочей жидкости гидросистемы. Приводится принципиальная схема управления подачей инструмента гидросуппорта с обратной электрогидравлической связью, алгоритм и описание работы разработанной автоматической системы, математическая модель ее функционирования, доказывающая возможность получения стабильных подач инструмента независимо от изменения величины осевой составляющей силы резания. Автоматическая система содержит задающее устройство, усилитель, аналого-цифровой преобразователь, микроконтроллер, шаговый двигатель или сервопривод с управлением через обратную связь, позволяющую точно управлять параметрами движения и устанавливать различные значения подач гидросуппорта с помощью специально разработанной программы в зависимости от вида материала, обрабатываемого на станке. Поскольку в разработанной автоматической системе используется программно-задающее устройство, система может быть использована при модернизации и создании новых станков, предназначенных не только для чистовых, но и для черновых видов обработок.

Ключевые слова: токарный станок, автоматическое управление, подача гидросуппорта, микроконтроллер**DEVELOPMENT OF AN AUTOMATIC CONTROL SYSTEM FOR FILLING A HYDRAULIC SUPPORT OF A TURNING MACHINE****¹Kadyrov I.Sh., ¹Temirbekov Zh.T., ¹Turusbekov B.S., ²Volkhonov M.S.**¹*Kyrgyz national agrarian University K.I. Skryabin, Kirghizstan, Bishkek, e-mail: bdtu_kg@mail.ru;*²*Kostroma State Agricultural Academy, Karavaevo, Kostroma region, e-mail: vms72@mail.ru*

Ensuring the stability of small tool feeds on metal cutting machines is an urgent task. The instability of the supply of the tool occurs due to the reasons for the low flow rate of the liquid entering the working cavity of the hydraulic support and obliteration of the working slots of the throttle control hydraulic system. In order to exclude the influence of these factors, a discrete control is applied by feeding the hydraulic support tool with automatic adjustment of turning processes based on microcontrollers. Basing on the amplitude-pulse regulator of the hydraulic fluid flow rate the authors developed an automatic system with a software control for feeding the lathe hydraulic support tool. The article also presents a schematic diagram of the feed control of a hydraulic support tool with reverse electro-hydraulic coupling, the algorithm and the description of the developed automatic system, the mathematical model of its functioning, proving the possibility of obtaining stable tool feeds regardless of changes in the axial component of the cutting force. The automatic system contains a master device, an amplifier, an analog-to-digital converter, a microcontroller, a stepper motor or a servo drive with a feedback control that allows to control precisely the movement parameters and to set various hydraulic feed rates using a specially designed program depending on the type of material processed on the machine. Since the developed automatic system uses a program-setting device, the system can be used to modernize and create new machines designed not only for finishing, but also for rough machining.

Keywords: lathe, automatic control, hydraulic support feed, microcontroller

Известно, что проблемой чистовой обработки изделий на металлорежущих станках является обеспечение стабильности малых подач инструмента. Это происходит по причине малого расхода жидкости, поступающей в рабочую полость гидросуппорта. Еще одна причина в том, что при применении дроссельного регулирования рабочие щели гидросистемы размером меньше 0,1 мм могут зарастиваться крупными молекулами или твёрдыми частицами рабочей

жидкости в виде твёрдой кристаллической решётки вплоть до полного закупоривания проходного сечения из-за так называемого явления – облитерации, существенно снижающей работоспособность и эксплуатационную надежность гидравлической системы вплоть до полной прекращения подачи жидкости [1].

Степень облитерации уменьшается при повышении температуры и увеличивается при возрастании давления. При сдвиге сте-

нок щели относительно друг друга адсорбционные слои разрушаются и облитерация устраняется. Но при отсутствии подвижки стенок облитерация восстанавливается в течение 1–2 мин [2].

Для корректировки процессов токарной обработки авторы в работе [3] предлагают использовать нейронные сети. Однако такие системы сегодня находятся на стадии проектных и опытно-конструкторских разработок, а для автоматизации процессов в системах средней сложности нашли широкое применение микроконтроллеры [4, 5].

О преимуществе дискретного регулирования подачи инструмента гидросуппорта по сравнению с другими способами – дроссельным, объёмным – подробно рассказано в работе [6], поэтому разработка такой системы с автоматическим регулированием подачи инструмента является актуальной задачей.

Цель исследования: разработка автоматической системы с программным управлением подачей инструмента с об-

ратной электрогидравлической связью, обеспечивающей стабильные малые подачи инструмента.

Материалы и методы исследования

Для изготовления качественных изделий при черновой и получистовой видах токарной обработки необходимо стабилизировать значения радиальной составляющей силы резания P_y путем регулирования подачи инструмента [7]. На рис. 1 приведена принципиальная схема автоматической системы управления подачей инструмента гидросуппорта токарного станка с амплитудно-импульсным регулированием. Система работает следующим образом. При возрастании радиальной составляющей силы резания – это может произойти по различным причинам: изменения твердости материала, припусков по длине обработки, износа реза, температурных деформаций и др., изменяется выходной сигнал силовометрического датчика U_x , что приводит к изменению сигнала рассогласования $U = U_x - U_0$.

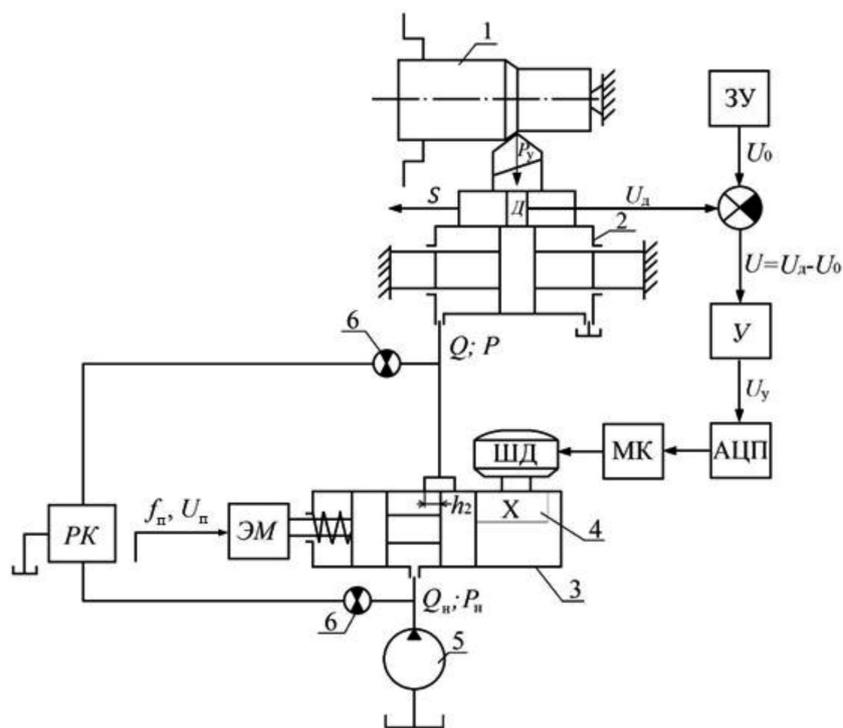


Рис. 1. Принципиальная схема управления подачей инструмента гидросуппорта токарного станка амплитудно-импульсным регулированием расхода жидкости: 1 – обрабатываемая деталь; 2 – гидросуппорт с инструментом; 3 – регулятор расхода; 4 – эксцентрик; 5 – насос; 6 – демпфер; P_y – радиальная составляющая силы резания; S – подача инструмента; D – силометрический датчик; ЗУ – задающее устройство; U_x и U_0 – сигналы датчика и ЗУ; U – усилитель; U_y – усиленный сигнал; АЦП – аналого-цифровой преобразователь; МК – микроконтроллер; ШД – шаговый электродвигатель; ПК – редукционный клапан; ЭМ – электромагнит; h – величина открытия щели; Q_n , P_n и Q , P – соответственно расходы и давления жидкости, U_n , f_n – соответственно напряжение и частота тока промышленной сети

В связи с тем, что сигнал рассогласования U слаб по мощности, применен усилитель U . Сигнал от усилителя U_y поступает в ЦАП – цифро-аналоговый преобразователь, далее в МК – микроконтроллер, который управляет шаговым двигателем. Шаговый двигатель поворачивает эксцентрик, имеющий соответствующий профиль. При этом величина открытия рабочей щели регулятора и расход жидкости, поступающей в силовой цилиндр, уменьшаются, что приводит к снижению подачи инструмента гидросуппорта, а радиальная составляющая силы резания P_y становится постоянной.

При уменьшении силы P_y все процессы в автоматической системе происходят в обратном порядке и в конечном итоге за счет увеличения величины открытия щели регулятора расхода жидкости подача инструмента возрастает до установленного значения.

Формула для определения подачи инструмента при наличии обратной связи имеет следующий вид [8]:

$$S = \frac{Q}{F} - k_{yt} \frac{(P_x \pm \Delta P_x)}{F^2} \pm k_3 \Delta h, \quad (*)$$

где P_x – нагрузка в гидросуппорте; ΔP_x – изменение нагрузки в гидросуппорте; Δh – изменение щели регулятора расхода под действием электромеханической обратной связи; $k_3 = \mu \pi d \sqrt{(2g/\gamma) \cdot (\Delta t/T)}$ – коэффициент усиления регулятора расхода.

При увеличении нагрузки ΔP_x и третий член уравнения будут со знаком плюс, при уменьшении нагрузки будут иметь знак минус.

Постоянство подачи инструмента в чистовых механических обработках позволяет существенно повысить качество изготовления изделий – точность геометрических размеров и чистоту обработанной поверхности.

При возрастании нагрузки в силовом цилиндре гидросуппорта станка увеличиваются утечки в нем, что приводит в начале к уменьшению величины подачи, но при этом за счет воздействия обратной электрогидравлической связи происходит увеличение проходной щели регулятора расхода на величину Δh , что способствует увеличению подачи жидкости в силовой цилиндр ровно настолько, чтобы подача инструмента оставалась стабильной.

Нами были проведены экспериментальные исследования стабилизации подачи инструмента гидросуппорта, имеющего обратную электрогидравлическую связь и без нее.

Эксперименты были проведены на универсальном гидравлическом стенде, фотография которого представлена на рис. 2, а его схема – на рис. 3. В регуляторе рас-

хода 8 с помощью эксцентрика 18 устанавливалась определенная величина открытия рабочей щели h по показаниям микрометрического индикатора 16. Скорость перемещения гидросуппорта измерялась микроамперметром, подключенным к индукционному датчику 4.



Рис. 2. Универсальный гидравлический стенд

С помощью напорного золотника 12 (Г54-11) осуществляются различные нагрузки в гидроцилиндрах 1 и 2. Полученные результаты представлены в табл. 1 и 2. Следует отметить, что с помощью программного задающего устройства, представляется возможным в зависимости от производственной потребности, связанной с обработкой различных материалов при разных режимах, устанавливать различные значения подач инструмента гидросуппорта и изменять по заданному закону, что обеспечивает универсальность разработанной системы управления режимами работы станка.

Результаты исследования и их обсуждение

Разработано программное устройство, состоящее из усилителя, АЦП, микроконтроллера и двигателя. Возможны два варианта реализации устройства. В качестве управляющего элемента, в обоих случаях применяется 8-разрядный микроконтроллер Atmega16A. При работе устройства аналоговый сигнал от датчика поступает на вход аналого-цифрового преобразователя (АЦП). АЦП преобразует значение напряжения входного сигнала в двоичное число, которое передается на микроконтроллер. Далее микроконтроллер осуществляет поворот оси двигателя на угол, соответствующий значению, полученному от АЦП. Следует учесть, что АЦП работает в пределе от 0 до 5 В. Более высокие значения напряжения будут считаться равными 5 В.

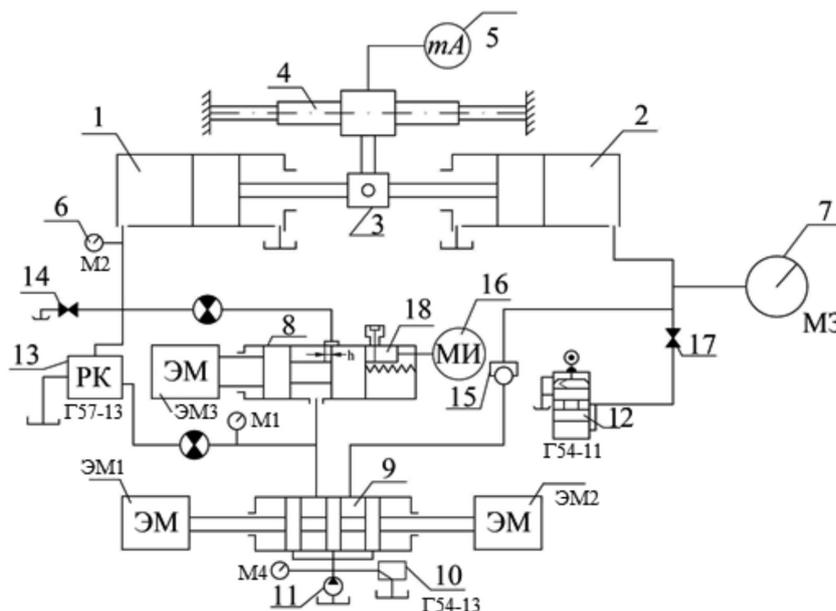


Рис. 3. Гидравлическая схема стенда: 1, 2 – гидроцилиндры; 3 – муфта; 4 – индукционный датчик скорости; 5 – микроамперметр; 6, 7 – манометры; 8 – регулятор расхода; 9 – распределитель рабочей жидкости; 10 – предохранительный клапан; 11 – насосная установка; 12 – напорный золотник; 13 – редукционный клапан; 14, 17 – краны; 15 – обратный клапан; 16 – микрометрический индикатор; 18 – эксцентрик

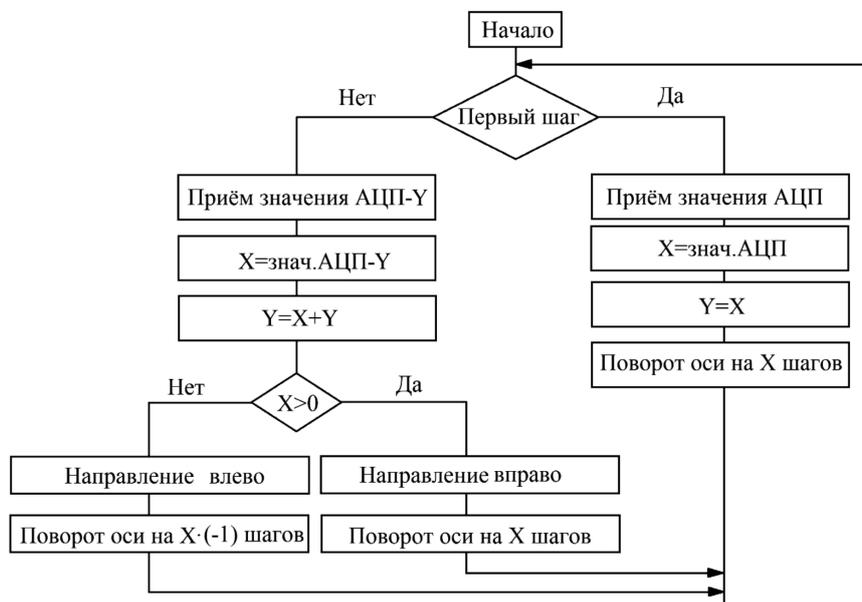


Рис. 4. Блок-схема алгоритма работы программы

В варианте с шаговым электродвигателем блок-схема алгоритма работы программы приведена на рис. 4. На первом шаге программа выполняется следующим образом.

Переменной X присваивается значение, полученное от АЦП, это же значение сохраняется в переменной Y . Далее происхо-

дит поворот оси шагового двигателя на X шагов, после чего программа возвращается в начало. На всех последующих этапах выполнение программы происходит так. Переменной X присваивается вновь полученное значение АЦП за вычетом значения переменной Y , в которой хранится предыдущее

значение АЦП. После этого значение переменной Y обновляется. Далее происходит вычисление направления вращения шагового двигателя: если $x > 0$, то направление «вправо», если $x < 0$, то направление «влево». После вычисления направления происходит поворот оси шагового двигателя на X шагов, в соответствующем направлении, после чего программа вновь возвращается в начало. Таким образом, выполнение программы происходит непрерывно, пока включено питание.

Принципиальная схема устройства приведена на рис. 5. Функции блока управления выполняет микроконтроллер Atmega16A. На вывод 40 поступает сигнал от датчика. Выводы микроконтроллера 1, 2, 3, 4 осуществляют управление ключевой схемой, выполненной на транзисторах VT1 – VT4. Резисторы R1 – R4 служат для ограничения тока базы транзисторов. В коллекторную цепь транзисторов включены обмотки шагового двигателя. Средние точки обмоток двигателей подключены к плюсу источника питания [9]. Поскольку нагрузка индуктивная, в схеме применены защитные диоды VD1 – VD4. Защитные диоды увеличивают время спада тока в обмотках шагового двигателя [10], через них последовательно с ограниченным резистором R5, ЭДС самоиндукции возвращается в источник питания +5 В. Такое решение снижает максимально возможную частоту вращения шагового двигателя. Без диодов время спада тока окажется минимальным, двигатель сможет вращаться быстрее, но при этом возника-

ют опасные для транзисторов броски ЭДС самоиндукции, которые могут превысить допустимое для них напряжение 60 вольт и привести к их повреждению. Резисторы R1 – R4 – 1 кОм, резистор R5 – 200 Ом, 2 Вт. Транзисторы VT1 – VT4 – КТ829А. Диоды VD1 – VD4 – 1N4007. Шаговый двигатель любой униполярного типа.

В варианте с сервомотором осуществляется управление через обратную связь, позволяющую точно управлять параметрами движения. В его составе имеется датчик положения и блок управления приводом, автоматически поддерживающий необходимые параметры на датчике и, соответственно, на устройстве согласно заданному внешнему значению ШИМ. Блок-схема алгоритма работы программы приведена на рис. 6. На каждом шаге цикла производится опрос АЦП с последующим вычислением скважности ШИМ сигнала. Скважность ШИМ рассчитывается по эмпирической формуле как скважность ШИМ = (значение АЦП/4) + 20. Для обеспечения нормальной работы программы после каждого преобразования осуществляется программная задержка длительностью 0,01 с. Принципиальная схема устройства приведена на рис. 7. Функция блока управления выполняет микроконтроллер Atmega16A. На вывод 40 поступает сигнал от датчика. На выводе 4 генерируется сигнал ШИМ, который через ограничительный резистор R1 поступает на управляющий вывод сервомотора. Резистор R1 – 500 Ом.

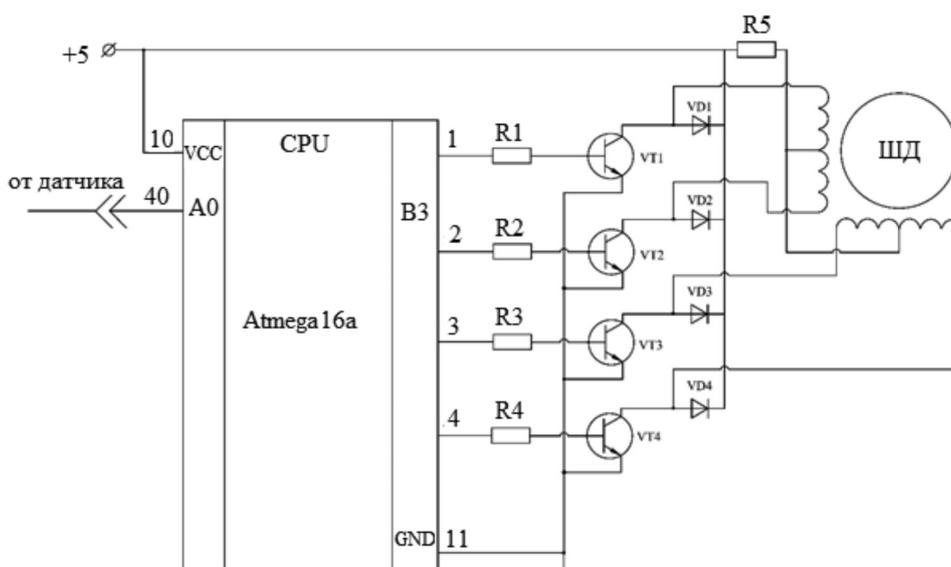


Рис. 5. Принципиальная схема устройства



Рис. 6. Блок-схема программы

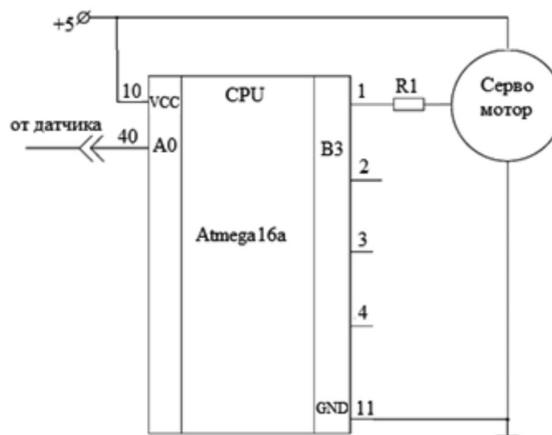


Рис. 7. Принципиальная схема устройства управления сервомотором

Таблица 1

Результаты экспериментального исследования изменения скорости гидросуппорта без обратной гидравлической связи: $-h = 0,001$ см

$h = 0,001$ см					
Давление на нагру- зочном цилиндре, P_2 , кг/см ²	Разница между вторым и первым измерением дав- ления, ΔP , кг/см ²	Эксперимен- тальное значение скорости подачи гидросуппорта, $S_{экс}$, мм/мин	Уменьшение скорости подачи при различных нагрузках, $\Delta S_{экс}$, мм/мин	Расчетное значение ско- рости подачи $S_{рас}$, мм/мин	Разница между рас- четным и экспери- ментальными значениями скорости подачи, $\Delta S_{рас}$, мм/мин
2,5	2,5	82,5	16,0	87,5	11,0
5,0	2,5	66,5	11,0	76,5	11,5
7,5	2,5	55,0	10,0	65,0	15,0
10,0	2,5	45,0	16,5	50,0	15,0
12,5	2,5	18,5	13,5	35,0	17,5
15,0	–	5,0	–	17,5	–

Таблица 2

Результаты экспериментального исследования изменения скорости гидросуппорта с обратной гидравлической связью: $-h = 0,001$ см

$h = 0,001$ см					
Давление на нагру- зочном цилиндре, P_2 , кг/см ²	Разница между вторым и первым измерением дав- ления, ΔP , кг/см ²	Эксперимен- тальное значение скорости подачи гидросуппорта, $S_{экс}$, мм/мин	Уменьшение скорости пода- чи при различ- ных нагрузках, $\Delta S_{экс}$, м/мин	Расчетное значение скорости подачи $S_{рас}$, мм/мин	Разница между рас- четным и экспери- ментальным значени- ями скорости подачи, $\Delta S_{рас}$, мм/мин
2,5	2,5	86,88	0,01	86,89	0,01
5,0	2,5	86,87	0,01	86,88	0,01
7,5	2,5	86,86	0,03	86,87	0,02
10,0	2,5	86,83	0,03	86,85	0,03
12,5	2,5	86,80	0,03	86,82	0,05
15,0	–	86,75	–	86,77	–

Результаты экспериментальных исследова- ний стабилизации подачи инструмента гидросуппорта, имеющего обратную элект- рогидравлическую связь, представлены в табл.2, без нее в табл. 1.

Полученные экспериментальные ре- зультаты позволяют утверждать, что на- личие обратной электрогидравлической связи существенно стабилизирует подачу инструмента – стабилизация составляет

0,05...0,4%, т.е. практически подача постоянная при изменении нагрузки в пределах увеличения до 5 раз.

Разработанная автоматическая система с программным управлением подачей инструмента гидросуппорта токарного станка на основе амплитудно-импульсного регулятора расхода рабочей жидкости гидросистемы исключает возможность образования облитерации рабочих щелей гидросистемы и обеспечивает стабильную подачу инструмента независимо от изменения величины осевой составляющей силы резания. Так как в разработанной автоматической системе используется программно-задающее устройство, система может быть использована при модернизации и создании новых станков, предназначенных не только для чистовых, но и для черновых видов обработок.

Выводы

1. Разработана математическая модель объекта управления, позволяющая определить структуру микропроцессорного управления подачей инструмента гидросуппорта токарного станка.

2. Разработана автоматическая система управления подачей гидросуппорта токарного станка с амплитудно-импульсным регулированием расхода рабочей жидкости и обратной электрогидравлической связью, обеспечивающая стабильные подачи при изменении нагрузки. Стабилизация составляет 0,05...0,4% при пятикратном увеличении нагрузки.

Список литературы

1. Мулюкин О.П., Береснев В.Л., Путилин С.В., Бугаков В.А. Снижение влияния деструктивных факторов на работоспособность клапанны-седельных затворов «конус – острая кромка» // Символ науки. 2016. № 7–2 (19). С. 73–83.
2. Шумилов И.С., Чурсова Л.В., Седова Л.С. Рабочие жидкости авиационных гидросистем, их свойства // Научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. Наука и образование. 2014. № 04. С. 187–226.
3. Рязанов Д.Ю. Принципы управления токарной обработкой на основе нейронных сетей с целью повышения точности // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2011. № S4–6. С. 36–39.
4. Дубенко Ю.В., Тимченко Ю.Н., Тимченко Н.Н. Обзор современной элементной базы в рамках концепции «умных» сетей // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2016. Выпуск 121. С. 1595–1607.
5. Волхонов М.С., Смирнов И.А., Полозов С.А., Габалов С.Л., Волхонов Р.М. Способ управления состоянием слоя в аэродинамических системах машин для послеуборочной обработки материала и устройство для его осуществления // Патент РФ № RU 2558737 С2. Патентообладатель ГСХА. 2015. Бюл. № 22.
6. Муслимов А.П., Нифадьев В.И., Пахомов П.И. Расчет и конструирование гидравлических систем и машин. Бишкек, изд-во КРСУ, 2006. 164 с.
7. Муслимов А.П. Расчет и конструирование гидравлических систем станков. Бишкек, Изд-во КРСУ, 2009. 240 с.
8. Суругина В.А., Калашников В.И. Информационно-измерительная техника и электроника. М.: Высшая школа, 2006. 512 с.
9. Молчанов И.В. Разработка автоматической системы программного управления подачей инструмента в металлорежущих станках // Современные техника и технологии в научных исследованиях. 2019. С. 123–129.
10. Колосков С.Ю., Захаров П.В., Леготкин Н.В. Управление униполярным шаговым двигателем с помощью USB персонального компьютера. Информационные технологии. Радиоэлектроника. Телекоммуникации. 2014. № 3. С. 151–154.

УДК 004.8:519.86/.87

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЗЛОПАМЯТНЫХ И НЕЗЛОПАМЯТНЫХ ЦИФРОВЫХ ДВОЙНИКОВ

^{1,2}Пенский О.Г., ¹Анисимова С.И.

¹ФГБОУ ВО «Пермский государственный национальный исследовательский университет»,
Пермь, e-mail: ogpensky@mail.ru;

²ФГБОУ ВО «Пермский государственный аграрно-технологический университет имени академика
Д.Н. Прянишникова», Пермь, e-mail: ogpensky@mail.ru

В статье приводится определение цифрового двойника, как эмоционального робота с психологическими характеристиками человека, являющимися входными параметрами для математических моделей, описывающих «интеллект» робота. Описываются основные формулы воспитания робота с неабсолютной памятью, основанные на так называемых коэффициентах его эмоциональной памяти. Приводится определение амбивалентного воспитания робота, на основе которого формулируется понятие злопамятного и незлопамятного цифрового двойника. Предлагаются математические модели, на основе которых можно приближенно вычислить коэффициенты памяти человека, являющиеся входными параметрами моделей для цифровых двойников при фиктивных воспитательных тактах. Эти модели основываются на математическом аппарате нахождения условного экстремума функции, описывающей отклонение экспериментально измеренных с помощью программы Санкт-Петербургской компании ELSYS воспитаний от теоретических воспитаний. Предлагаются математическая модель и алгоритм для строгого вычисления коэффициентов памяти амбивалентных воспитаний робота, функционирующая при некоторых допущениях. Продемонстрирована возможность использования пакета Mathematica для вычисления коэффициентов памяти. Приведенные математические модели и алгоритмы вычисления параметров человека с последующим их использованием в качестве «психологических» характеристик цифрового двойника предлагается использовать при создании компьютерных игр, героями которых являются приближенные цифровые аналоги конкретных людей.

Ключевые слова: математическая модель, цифровой двойник, роботы с неабсолютной памятью, модели памяти, воспитание роботов, коэффициент памяти

MATHEMATICAL MODELS FOR CALCULATING PARAMETERS OF VINDICTIVE AND NON-MEMORABLE DIGITAL DOUBLES

^{1,2}Penskiy O.G., ¹Anisimova S.I.

¹Perm State National Research University, Perm, e-mail: ogpensky@mail.ru;

²Perm State Agrarian-Technological University named after Academician D.N. Pryanishnikov,
Perm, e-mail: ogpensky@mail.ru

The article provides a definition of a digital double as an emotional robot with the psychological characteristics of a person, which are the input parameters for mathematical models that describe the «intelligence» of the robot. The basic formulas for educating a robot with non-absolute memory are described, based on the so-called coefficients of its emotional memory. The definition of the ambivalent upbringing of the robot is given, on the basis of which the concept of the vindictive and vindictive digital double is formulated. Mathematical models are proposed, on the basis of which it is possible to approximately calculate human memory coefficients, which are the input parameters of models for digital doubles with fictitious educational measures. These models are based on the mathematical apparatus for finding the conditional extremum of a function that describes the deviation of educations experimentally measured using the program of the St. Petersburg company ELSYS from theoretical educations. A mathematical model is proposed, and an algorithm for rigorously calculating the memory coefficients of the ambivalent educations of the robot, which functions under certain assumptions. The possibility of using the Mathematica package to calculate memory coefficients is demonstrated. It is proposed to use the mathematical models and algorithms for calculating human parameters with their subsequent use as the «psychological» characteristics of a digital double when creating computer games whose characters are approximate digital analogues of specific people.

Keywords: mathematical model, digital double, robots with non-absolute memory, memory models, education of robots, memory coefficient

Будем называть цифровыми двойниками некие психологические компьютерные аналоги человека. Отличие роботов с неабсолютной памятью от цифровых двойников состоит в том, что роботу задаются «психологические» параметры самими разработчиками робототехнической системы, а для цифровых двойников приближенно вычисленные психологические параметры человека переводятся в робототехнические

системы, функционирующие на основе математических моделей и алгоритмов роботов с неабсолютной памятью [1].

Опишем основные определения эмоционального воспитания цифровых двойников, описанные для роботов с неабсолютной памятью в работах [1–3].

В работах [1, 3] введено соотношение, позволяющее математически описывать непрерывное воспитание роботов с неаб-

солютной памятью. Это соотношение имеет вид

$$R_i = r_i + \theta_i R_{i-1},$$

где i – порядковый номер такта (порядковый номер эмоции, порожденной у робота при непрерывном воспитании), $i = 1, n$, n – количество непрерывных воспитательных тактов, r_i – элементарное воспитание [1, 3] робота, полученное в результате воздействия на робота эмоции i , R_i – итоговое воспитание робота [1, 3] в конце такта i , где $R_0 = 0$, θ_i – коэффициент эмоциональной памяти робота с неабсолютной памятью, характеризующий запоминание предыдущих воспитаний робота в конце такта i , $0 < \theta_i \leq 1 - \delta$, $0 < \delta = \text{const} < 1$.

В работе [4] введено определение амбивалентных эмоций [5] робота, предполагающее одновременное возникновение у робота эмоций, противоположных по знаку. При этом воспитание робота \bar{R}_i характеризуется вектором $\bar{R}_i = (R_i^+, R_i^-)$, где $R_i^+ > 0$, $R_i^- < 0$, $R_i^+ = r_i^+ + \theta_i^+ R_{i-1}^+$, $R_i^- = r_i^- + \theta_i^- R_{i-1}^-$, θ_i^+ – коэффициент памяти, характеризующий запоминание положительной компоненты R_i^+ вектора амбивалентной эмоции \bar{R}_i , θ_i^- – коэффициент памяти, характеризующий запоминание отрицательной компоненты R_i^- вектора амбивалентного воспитания \bar{R}_i .

В работе [6] введено определение злопамятного и незлопамятного робота: если выполняется соотношение $\theta_i^+ > \theta_i^-$, то робот называется незлопамятным, если справедливо неравенство $\theta_i^+ < \theta_i^-$ – злопамятным.

В работе [7] даны определения равномерно забывчивых роботов (выполнение условий $\theta_i^+ = \theta^+ = \text{const}$, $\theta_i^- = \theta^- = \text{const}$, $\theta_i = \theta = \text{const}$). Если справедливы равенства $r_i^+ = 0$, $r_i^- = 0$, $r_i = 0$, то соответствующие им такты, описывающие перерыв в воспитании, называются фиктивными тактами.

Целью настоящей статьи является создание математического метода, позволяющего определять злопамятность или незлопамятность цифрового двойника по известным численным значениям его воспитаний.

Математическая модель приближенного вычисления коэффициентов памяти злопамятных и незлопамятных цифровых двойников

В работе [6] приведено правило вычисления коэффициентов памяти, определяющих злопамятных или незлопамятных цифровых двойников на основе входных экспериментальных численных данных $R_i^{\text{экс}}$, $i = \bar{1}, n$, описывающих их воспитание при фиктивных тактах, количество которых равно n .

Пусть робот по каждому амбивалентному воспитанию является равномерно забывчивым, т.е. величины θ^+ , θ^- , R^+ , R^- – каждая по отдельности – принимают только постоянные значения.

Для фиктивного такта с номером i значение отклонения экспериментального воспитания от расчетного воспитания зададим формулой

$$\delta_i = (R_i^{\text{экс}} - (\theta^+)^i R^+ - (\theta^-)^i R^-)^2.$$

Очевидно, что для фиктивных тактов суммарное значение отклонения Δ экспериментальных воспитаний от расчетных удовлетворяет соотношению

$$\Delta(\theta^+, \theta^-, R^+, R^-) = \sum_{i=1}^n \delta_i = \sum_{i=1}^n (R_i^{\text{экс}} - (\theta^+)^i R^+ - (\theta^-)^i R^-)^2. \quad (1)$$

Очевидно, что для того, чтобы величины θ^+ , θ^- , R^+ , R^- адекватно описывали воспитательный процесс при фиктивных тактах, величина Δ должна быть минимальна с учетом следующих ограничений:

$$0 < \theta^+ < 1, 0 < \theta^- < 1, R^+ > 0, R^- < 0. \quad (2)$$

Используем метод Лагранжа [7] для определения условного экстремума функции (1) с ограничениями (2).

Стоит отметить, что для однозначного определения значений θ^+ , θ^- , R^+ , R^- необходимо выполнение неравенства $n \geq 4$.

Для решения поставленной задачи разработана программа в пакете Mathematica [8]. Входными параметрами для программы является набор экспериментальных чисел $R_1^{\text{экс}}, R_2^{\text{экс}}, \dots, R_n^{\text{экс}}$. На выходе программа возвращает значения θ^+ , θ^- , R^+ , R^- , для которых значение целевой функции Δ минимально.

Приведем примеры определения значений θ^+ , θ^- , R^+ , R^- , полученные на основе разработанной программы по заданным экспериментальным значениям, измеренным у людей, например, с помощью компьютерной программы компании ELSYS [9].

Пример 1

Для следующих значений воспитаний

$$R_1^{\text{экс}} = 100, R_2^{\text{экс}} = 70, R_3^{\text{экс}} = 20, R_4^{\text{экс}} = 5$$

получены соответствующие значения θ^+ , θ^- , R^+ , R^- :

$$\theta^+ = 0,24, \theta^- = 0,07, R^+ = 380, R^- = -280.$$

Согласно введенному выше определению можно сделать вывод о том, что цифровой двойник является незлопамятным.

Пример 2

Для численных значений входных параметров воспитаний работа

$$R_1^{\text{экс}} = 100, R_2^{\text{экс}} = 89, R_3^{\text{экс}} = 74, R_4^{\text{экс}} = 57$$

получены следующие значения $\theta^+, \theta^-, R^+, R^-$:

$$\theta^+ = 0,46, \theta^- = 0,72, R^+ = 176, R^- = -76$$

Этот цифровой двойник является злопамятным.

Верификация модели натурными экспериментами позволяет сделать вывод о том, что предложенная методика определения злопамятных или незлопамятных людей на основе измеренных параметров воспитаний при фиктивных тактах позволяет получать верные результаты в 87% случаев [6], т.е. эта оценка позволяет создавать равномерно забывчивых цифровых двойников по компонентам амбивалентных воспитаний с точностью 87%.

В работе [10] на основе расчетов показано, что для равномерно забывчивых цифровых двойников с коэффициентом памяти θ равномерно забывчивых злопамятных двойников с коэффициентами памяти $\theta^- > \theta^+$ или незлопамятных двойников с коэффициентами памяти $\theta^- < \theta^+$ создать невозможно.

Математическая модель строгого вычисления коэффициентов памяти злопамятных и незлопамятных цифровых двойников

Решение задачи (1)–(2) позволяет приближенно определить злопамятность или незлопамятность цифрового двойника. В настоящем разделе предлагается более строгий метод определения этих психологических параметров двойника.

В работе [3] на основе использования программы [9] показано, что человек может успокаиваться только в течение четырех минут, что соответствует четырем фиктивным тактам. Через 4 минуты без внешних стимулов, но за счет каких-то внутренних факторов эмоциональное возбуждение человека увеличивается. В связи с этим для вычисления коэффициентов памяти достаточно использовать эмоциональные воспитания только четырех последовательно идущих друг за другом фиктивных тактов. Исходя из этого рассуждения, можно, начиная нумерацию фиктивных тактов с нуля, предположить справедливость следующей системы уравнений:

$$R_0^{\text{экс}} = R^+ + R^-, \quad (3)$$

$$R_1^{\text{экс}} = \theta^+ R^+ + \theta^- R^-, \quad (4)$$

$$R_2^{\text{экс}} = (\theta^+)^2 R^+ + (\theta^-)^2 R^-, \quad (5)$$

$$R_3^{\text{экс}} = (\theta^+)^3 R^+ + (\theta^-)^3 R^-. \quad (6)$$

Очевидна справедливость следующей цепочки неравенств:

$$R_0^{\text{экс}} > R_1^{\text{экс}} > R_2^{\text{экс}} > R_3^{\text{экс}}.$$

Легко видеть, что соотношения (3)–(5) влекут равенства

$$R^- = R_0^{\text{экс}} - R^+, \quad (7)$$

$$\theta^+ = \frac{R_2^{\text{экс}} - R_1^{\text{экс}} \theta^-}{R_1^{\text{экс}} - R_0^{\text{экс}} \theta^-}, \quad (8)$$

$$R^+ = \frac{R_1^{\text{экс}} - R_0^{\text{экс}} \theta^-}{\frac{R_2^{\text{экс}} - R_1^{\text{экс}} \theta^-}{R_1^{\text{экс}} - R_0^{\text{экс}} \theta^-} - \theta^-}. \quad (9)$$

Подставляя соотношения (7)–(9) в формулу (6), получим уравнение для вычисления коэффициента памяти θ^- отрицательного воспитания:

$$\left(\frac{R_2^{\text{экс}} - R_1^{\text{экс}} \theta^-}{R_1^{\text{экс}} - R_0^{\text{экс}} \theta^-} \right)^3 \frac{R_1^{\text{экс}} - R_0^{\text{экс}} \theta^-}{\frac{R_2^{\text{экс}} - R_1^{\text{экс}} \theta^-}{R_1^{\text{экс}} - R_0^{\text{экс}} \theta^-} - \theta^-} + \left(R_0^{\text{экс}} - \frac{R_1^{\text{экс}} - R_0^{\text{экс}} \theta^-}{\frac{R_2^{\text{экс}} - R_1^{\text{экс}} \theta^-}{R_1^{\text{экс}} - R_0^{\text{экс}} \theta^-} - \theta^-} \right) (\theta^-)^3 = R_3^{\text{экс}}. \quad (10)$$

Очевидно, что для вычисления параметров $\theta^+, \theta^-, R^+, R^-$ цифрового двойника по предварительно измеренным значениям $R_0^{\text{экс}}, R_1^{\text{экс}}, R_2^{\text{экс}}, R_3^{\text{экс}}$ у человека нужно следовать следующему алгоритму:

1. Решить уравнение (10) относительно коэффициента памяти θ^- .
2. По формуле (8) вычислить значение θ^+ .
3. По формуле (9) вычислить значение параметра R^+ .
4. По формуле (7) вычислить значение отрицательной компоненты R^- амбивалентного воспитания.

Для реализации этого алгоритма удобно использовать, например, широко известный программный пакет Mathematica [8].

Приведем результаты вычислений согласно предложенному алгоритму.

Пример 3

Для значений входных параметров воспитаний человека

$$R_0^{\text{экс}} = 24,00, R_1^{\text{экс}} = 16,00,$$

$$R_2^{\text{экс}} = 10,48, R_3^{\text{экс}} = 6,68 \quad (11)$$

вычислены следующие значения параметров $\theta^+, \theta^-, R^+, R^-$ для его цифрового двойника:

$$\theta^+ = 0,7, \theta^- = 0,9, R^+ = 28, R^- = -4. \quad (12)$$

Таким образом, анализ результатов вычислений (12) позволяет сделать вывод, что для измеренных воспитаний (11) человек является злопамятным, а поэтому можно построить его злопамятный цифровой двойник. Отметим то, что злопамятность цифрового двойника определяется, прежде всего, справедливостью выполнения неравенства $\theta^- > \theta^+$, и даже при выполнении соотношения $-R^- < R^+$ цифровой двойник является злопамятным.

Расчеты показывают, что предложенный алгоритм не всегда позволяет определить злопамятность или незлопамятность человека и, как следствие, не всегда дает возможность построить злопамятного или незлопамятного цифрового двойника.

Приведем следующий пример.

Пример 4

Для численных значений входных параметров воспитания человека

$$R_0^{\text{эксп}} = 24,3, R_1^{\text{эксп}} = 20,1, R_2^{\text{эксп}} = 16,8, R_3^{\text{эксп}} = 9,4$$

получены следующие значения параметров $\theta^+, \theta^-, R^+, R^-$ для его цифрового двойника:

$$\theta^+ = 1,1, \theta^- = 0,8, R^+ = 2,3, R^- = 22,0.$$

Легко видеть, что результаты вычислений не удовлетворяют допущениям предложенной математической модели, поэтому адекватность работы алгоритма необходимо определять по результатам вычислений, которые должны соответствовать условиям (2).

Заключение

Приведенные математические модели и алгоритмы вычисления параметров че-

ловека $\theta^+, \theta^-, R^+, R^-$ с последующим их использованием в качестве «психологических» характеристик цифрового двойника можно использовать при создании компьютерных игр, где их герои являются приближенными цифровыми аналогами конкретных людей.

Список литературы

1. Пенский О.Г., Шарапов Ю.А., Ощепкова Н.В. Математические модели роботов с неабсолютной памятью и приложения моделей: Математические модели роботов с неабсолютной памятью и приложения моделей: монография. Пермь: Изд-во ПермГУ, 2018. 310 с.
2. Кузнецов А.Г., Пенский О.Г., Ощепкова Н.В. Математическая модель и алгоритм накопления информации роботом с неабсолютной памятью // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2018. Т.18. № 2. С. 142–148.
3. Черников К.В. Математические модели роботов с неабсолютной памятью: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Пермь, 2013. 138 с.
4. Шафер А.Е. Математические модели гармонических амбивалентных псевдозмоций робота // Современные наукоемкие технологии. 2017. № 4. С. 56–59.
5. Маклаков А. Общая психология. СПб., 2008. 305 с.
6. Шафер А.Е., Пенский О.Г. Математические модели злопамятных и незлопамятных роботов // Фундаментальные исследования. 2016. № 10–2. С. 360–363.
7. Галлеев Э.М. Оптимизация. Теория. Примеры. Задачи: учеб. для вузов. М.: Эдиториал УРСС, 2000. 320 с.
8. Пакет Математика [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.exponenta.ru/educat/systemat/lerner/1.asp> (дата обращения: 01.11.2019).
9. Система контроля психоэмоционального состояния человека (Версия VibrImage 7.0) [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.elsys.ru/vibrimage.php> (дата обращения: 10.12.2019).
10. Ощепкова Н.В. Исследование математической модели псевдовоспитания роботов с фиктивными тактами // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2018. Вып. 2 (41). С. 44–46.

УДК 519.63

**ВАРЬИРУЕМОЕ КУСОЧНО-ИНТЕРПОЛЯЦИОННОЕ РЕШЕНИЕ
ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА
С ИТЕРАЦИОННЫМ УТОЧНЕНИЕМ****Ромм Я.Е., Джанунц Г.А.***Таганрогский институт имени А.П. Чехова (филиал) ФГБОУ ВО «РГЭУ (РИНХ)», Таганрог,
e-mail: romm@list.ru, janunts@inbox.ru*

Кусочно-интерполяционное приближение решения задачи Коши для уравнения переноса строится в каждом элементе разбиения прямоугольной области на подобласти. Интерполяционным полиномом Ньютона от двух переменных, представленным в форме алгебраического полинома с числовыми коэффициентами, приближается выражение частной производной по времени. Интеграл от полинома подставляется на место зависимой переменной. Процесс циклически повторяется при фиксированной степени полинома по аналогии с последовательными приближениями Пикара. Представлены доказательства сходимости кусочно-интерполяционного приближения и итерационного уточнения. Даны оценки скорости сходимости. Показано, что сконструированное приближение равномерно сходится к решению с ростом числа подобластей, при фиксированном количестве подобластей – с ростом числа пикаровских итераций. Приближение является равномерно-непрерывным в каждой подобласти. Программно реализован выбор степени полинома и числа итераций для наиболее точного приближения с наименьшей временной сложностью. Представлены результаты численных экспериментов. Согласно эксперименту в прямоугольнике единичной высоты абсолютная погрешность приближения в условиях гладкости решения составляет 10^{-19} – 10^{-18} . Формальные аналоги метода строятся для некоторых разновидностей уравнений в частных производных, интегро-дифференциальных и интегральных уравнений.

Ключевые слова: задача Коши для уравнения переноса, интерполяционный полином Ньютона от двух переменных, кусочно-интерполяционная аппроксимация функций, кусочно-интерполяционное решение задачи Коши, двухмерный аналог последовательных приближений Пикара

**THE VARYING PIECEWISE INTERPOLATION SOLUTION OF THE CAUCHY
PROBLEM FOR THE TRANSPORT EQUATION WITH ITERATIVE REFINEMENT****Romm Ya.E., Dzhanunts G.A.***Taganrog Branch of the Rostov State University of Economics, Taganrog,
e-mail: romm@list.ru, janunts@inbox.ru*

The piecewise interpolation approximation of the solution of the Cauchy problem for the transport equation is constructed in each element of the division of a rectangular domain into subdomains. The Newton interpolation polynomial in two variables, transformed into the form of an algebraic polynomial with numerical coefficients, approximates the expression of the partial time derivative. The integral of the polynomial is substituted for the dependent variable. The process is cyclically repeated at a fixed degree of the polynomial by analogy with the Picard successive approximations. Evidence for the convergence of the piecewise interpolation approximation and iterative refinement is presented. Estimates of the convergence rate are given. It is shown that the constructed approximation uniformly converges to the solution with an increasing number of subdomains, for a fixed number of subdomains – with an increasing number of Picard iterations. The approximation is uniformly continuous in each subdomain. The results of numerical experiments are presented. The software implemented the choice of the polynomial degree and the number of iterations for the most accurate approximation with the least time complexity. According to the experiment, in a rectangle of unit height, the absolute error of approximation under the conditions of smoothness of the solution is 10^{-19} – 10^{-18} . Formal analogues of the method are constructed for some varieties of partial differential equations, integro-differential and integral equations.

Keywords: the Cauchy problem for the transport equation, Newton's interpolation polynomial in two variables, piecewise polynomial approximation of functions, piecewise interpolation solution of the Cauchy problem, two-dimensional analogue of the Picard successive approximations

Для уравнений в частных производных снижение погрешности приближенного решения является актуальной задачей. В частности, для уравнения переноса эта проблема обсуждается в [1–3]. Глубокому исследованию проблемы посвящены работы [4], где отмечается принципиальное значение уравнения переноса для численного решения нестационарных задач механики сплошной среды и задач газовой динамики. Границы погрешности существующих ме-

тодов в прямоугольной области небольшого размера, в условиях гладкости решения, как правило, находятся в диапазоне 10^{-11} – 10^{-8} . Для снижения погрешности в статье предлагается кусочно-интерполяционное решение задачи Коши для уравнения переноса с итерационным уточнением. Прототипом является представленный в [5] метод для случая обыкновенных дифференциальных уравнений. В случае уравнений в частных производных метод строится на основе

интерполяционного полинома Ньютона от двух переменных, преобразуемого к виду алгебраического полинома с числовыми коэффициентами. Такая форма полинома позволяет естественным образом строить последовательные приближения для уточнения решения. В случае модельной одномерной задачи Коши для линейного уравнения переноса доказываемая равномерная сходимость метода, оценивается скорость сходимости, для квазилинейного уравнения показана возможность аналогичных оценок. В [6] приведена программа и описан численный эксперимент, где рассматриваемая задача в прямоугольнике единичной высоты решается с погрешностью 10^{-19} – 10^{-18} , ниже в статье приводятся результаты расширенного эксперимента. Схема построения метода формально допускает аналоги для разновидностей уравнений в частных производных, интегро-дифференциальных и интегральных уравнений.

В работе ставится цель построить численный метод решения уравнения переноса, который имеет следующие отличия от известных аналогов.

1. От разностных методов разрабатываемый метод отличается построением на основе интерполяционного полинома Ньютона для двух переменных с равноотстоящими по направлению осей декартовых координат узлами. Полином варьируемой степени строится в каждой прямоугольной подобласти, на которые делится исходная прямоугольная область, метод является кусочно-интерполяционным.

2. От интерполяционных аналогов метод отличается тем, что полином имеет форму алгебраического полинома с числовыми коэффициентами. Коэффициенты конструктивно вычисляются на основе восстановления по корням полинома с помощью формул, отличных от формул Виета.

3. На основе алгебраической формы выполняется табличное восстановление пер-

вообразной от полинома, интерполирующей правую часть уравнения. Первообразная подставляется в правую часть на место искомой переменной. Такие подстановки итерированы, в результате достигается итерационное уточнение приближенного решения, выполняемое по аналогии с последовательными приближениями Пикара.

4. Отличия дают положительное преимущество относительно известных методов приближенного решения уравнения переноса, позволяющее достигать сравнительного повышения точности приближения на несколько десятичных порядков.

Цель работы включает математическое обоснование метода, выполнение его алгоритмизации, помимо того, требуется представить численный эксперимент, наглядно иллюстрирующий перечисленные свойства предложенного метода.

Кусочно-интерполяционное вычисление функций двух переменных

В декартовой системе координат UXT кусочно-интерполяционное приближение действительной функции $u = u(x, t)$ двух действительных переменных в прямоугольной области

$$G = \{ (x, t) \mid x \in [a, b], t \in [c, d] \} \quad (1)$$

строится следующим образом. Область (1) разбивается на прямоугольные подобласти G_{ij} с пересекающимися границами:

$$G = \bigcup_{j=0}^{P_t-1} \bigcup_{i=0}^{P_x-1} G_{ij}, \quad (2)$$

$$G_{ij} = \{ (x, t) \mid x \in [x_i, x_{i+1}], t \in [t_j, t_{j+1}] \},$$

$$P_x = 2^{k_x}, P_t = 2^{k_t}, k_x, k_t \in \{0, 1, \dots\}. \quad (3)$$

Интерполяционный полином Ньютона от двух переменных в подобласти (3) использует $(n+1)(n+2)/2$ узлов с треугольным расположением:

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & (x_{i_0}, t_{j_n}) \\ & & & & & & (x_{i_0}, t_{j_{(n-1)}}) & (x_{i_1}, t_{j_{(n-1)}}) \\ & & & & & \dots & \dots & \dots \\ & & & & & & (x_{i_0}, t_{j_0}) & (x_{i_1}, t_{j_0}) & \dots & (x_{i_{(n-1)}}, t_{j_0}) & (x_{i_n}, t_{j_0}) \end{array} \quad (4)$$

При расположении узлов (4) функция интерполируется в нижней треугольной части G_{ij} , в верхней части фактически нужна экстраполяция, что учитывается в дальнейшем. Пусть произвольно задана граница ε абсолютной погрешности приближения функции $u(x, t)$. В G_{ij} интерполяционный полином Ньютона $\Psi_n^{ij}(z, w)$ строится с равноотстоящими на шаги h_x, h_t по направлениям координат узлами x_{i_ℓ}, t_{j_m} , где

$$h_x = (x_{i+1} - x_i) / n, h_t = (t_{j+1} - t_j) / n, z = (x - x_i) / h_x, w = (t - t_j) / h_t, (x, t) \in G_{ij}, \quad (5)$$

$$x_{i_\ell} = x_i + \ell h_x, t_{j_m} = t_j + m h_t, \ell = \overline{0, n}, m = \overline{0, n-1}. \quad (6)$$

Искомый полином примет вид [7]

$$\Psi_n^{ij}(z, w) = u(x_{i_0}, t_{j_0}) + \sum_{k=1}^n \sum_{s=0}^k \frac{\Delta_{x^s t^{k-s}}^k u(x_{i_0}, t_{j_0})}{s!(k-s)!} \prod_{\ell=0}^{s-1} (z - \ell) \prod_{m=0}^{k-s-1} (w - m), \quad (7)$$

где $\Delta_{x^s t^{k-s}}^k u(x_{i_0}, t_{j_0})$ – конечные разности k -го порядка. Степень полинома n выбирается одинаковой для всех G_{ij} и минимальной при условии

$$|u(x, t) - \Psi_n^{ij}(z, w)| \leq \varepsilon \quad \forall (x, t) \in G_{ij}, \quad i = \overline{0, P_x - 1}, \quad j = \overline{0, P_t - 1}. \quad (8)$$

Проверка точности приближения (8) в каждой подобласти выполняется на множестве точек $x_{i_s} = x_i + s h_x / \gamma$, $t_{j_r} = t_j + r h_t / \gamma$, $s, r \in \{0, 1, \dots\}$, где $\gamma \geq 3$ – параметр. Минимальность n обеспечивается следующим образом. Построение и проверка точности начинаются с $n = 1$ и $k_x = 0$, $k_t = 0$ во всех G_{ij} из (3). При нарушении неравенства (8) хоть в одной проверочной точке какой-либо подобласти значения k_x и k_t увеличиваются на единицу, и проверка начинается сначала. Процесс продолжается до нарушения априори заданных границ $k_x \leq k_0$, $k_t \leq k_0$. Если в результате заданная точность не достигнута, то полагается $k_x = 0$, $k_t = 0$, степень n увеличивается на единицу и проверка возобновляется сначала для этой степени в тех же границах k_x и k_t . Описанный процесс циклически воспроизводится до нарушения априори заданной границы $n \leq N_0$. В качестве искомого фиксируется наименьшее n , при котором неравенство (8) выполняется одновременно во всех проверочных точках всех $2^{k_x+k_t}$ подобластей, в соответствии с этим фиксируются текущие значения k_x и k_t . Предполагается, что $N_0 = \text{const}$, но значения k_x и k_t абстрактно не ограничиваются. Полином (7) с видоизменением формул Виета [8] эквивалентно преобразуется к виду алгебраического полинома с числовыми коэффициентами

$$\Psi_n^{ij}(z, w) = \sum_{\ell=0}^n \sum_{m=0}^{n-\ell} a_{\ell m}^{ij} z^\ell w^m. \quad (9)$$

Значение (9) вычисляется по аналогии со схемой Горнера:

$$\Psi_n^{ij}(z, w) = (\dots [(a_{0n}^{ij} w + a_{1n-1}^{ij} z + a_{0n-1}^{ij}) w + (a_{2n-2}^{ij} z + a_{1n-2}^{ij}) z + a_{0n-2}^{ij}] w + \dots) w + \dots + a_{00}^{ij}.$$

Для вычисления $u(x, t)$, $\forall (x, t) \in G$, дешифрируются индексы G_{ij} : $i = \text{int}((x - a) / \rho_x)$, $j = \text{int}((t - c) / \rho_t)$, int – целая часть числа, $\rho_x = x_{i+1} - x_i$, $\rho_t = t_{j+1} - t_j$, $x \in [x_i, x_{i+1})$, $t \in [t_j, t_{j+1})$. Индексы определяют адрес массива коэффициентов полинома (9) в памяти компьютера, программа вычисления приводится в [6]. С целью оценки погрешности полином (7) рассматривается в эквивалентной форме

$$\Psi_n^{ij}(x, t) = u(x_{i_0}, t_{j_0}) + \sum_{m=1}^n \sum_{k=0}^m \frac{\Delta_{x^k t^{m-k}}^m u(x_{i_0}, t_{j_0})}{h_x^k h_t^{m-k} k!(m-k)!} \prod_{q=0}^{k-1} (x - x_{i_q}) \prod_{r=0}^{m-k-1} (t - t_{j_r}), \quad (10)$$

узлы интерполяции определяются из (5), (6). Сначала (10) рассматривается в области G , при этом не используются индексы подобласти. Остаточный член интерполяции в этом случае можно представить в виде [9]

$$R_G(x, t) = \sum_{i=0}^{n+1} \frac{\partial^{n+1} u(\xi_i, \eta_i)}{\partial x^i \partial t^{n+1-i}} \frac{\prod_{\ell=0}^{i-1} (x - x_\ell)}{i!} \frac{\prod_{k=0}^{n-i} (t - t_k)}{(n-i+1)!}, \quad (11)$$

где (x_ℓ, t_k) – узлы интерполяции, $\ell = \overline{0, i-1}$, $k = \overline{0, n-i}$, (ξ_i, η_i) – некоторая точка внутри G . Если не оговорено иное, внутри области (подобласти) производные понимаются в обычном смысле, на границе – как односторонние производные по направлению изнутри к границе. Для дальнейшего предполагается существование, непрерывность, и, следовательно, ограниченность в замкнутой области G всех частных производных до порядка $2n + 1$ включительно. Согласно (10) достаточно было бы ввести такое предположение относительно порядка $n + 1$. Смысл формального завышения порядка гладкости заключается в следующем. Вследствие треугольности расположения узлов (4) остаточный член (11) фактически относится только к нижней треугольной части, а не ко всей прямоугольной области G .

Для оценки погрешности именно во всей области G преобразуется расположение узлов. Интерполяционный полином строится в описанном прямоугольном треугольнике, катеты которого продолжают нижнюю и левую стороны прямоугольника G , длина каждого катета вдвое больше продолжаемой стороны. Гипотенуза треугольника, охватывающего все узлы, пройдет через правую вершину G . В описанном треугольнике узлы (4) полностью охватят область G , остаточный член (11) будет распространяться на всю эту область. Аналогичное преобразование выполняется для каждой подобласти G_{ij} . Вследствие преобразования расстояния h_x, h_t между узлами в (5), при неизменности степени полинома n , окажутся вдвое больше первоначально предполагавшихся в (5) значений. Чтобы не возросла погрешность, расстояния будут сохранены такими, как они были даны в (5), тогда степень интерполирующего полинома станет равной $2n$. Это соответствует количеству $(2n+1)(2n+2)/2$ узлов в их преобразованном расположении. В дальнейших оценках и в соотношениях вида (7)–(11) n всегда будет заменяться на $2n$. С данными изменениями имеет место соотношение

$$|R_G(x, t)| \leq C_0 \sum_{i=0}^{2n+1} \max_{0 \leq i_0 \leq i} h_x^{i_0} h_t^{2n-i_0+1}, C_0 = \text{const } \forall (x, t) \in G, \forall n \leq N_0. \quad (12)$$

Неравенство (12) получается следующим образом. Если для точки (x, t) из (11) в слагаемом под знаком Σ (с заменой n на $2n$) выполняется $x \in [x_j, x_{j+1}], 0 \leq j \leq i-2, t \in [t_r, t_{r+1}], 0 \leq r \leq 2n-i-1$, то

$$\prod_{\ell=0}^{i-1} (x - x_\ell) = \prod_{\ell=0}^j (x - x_\ell) \prod_{\ell=j+1}^{i-1} (x - x_\ell); \quad \prod_{k=0}^{2n-i} (t - t_k) = \prod_{k=0}^r (t - t_k) \prod_{k=r+1}^{2n-i} (t - t_k).$$

Поэтому

$$\left| \prod_{\ell=0}^{i-1} (x - x_\ell) \right| \leq \prod_{\ell=0}^j |x_{j+1} - x_\ell| \prod_{\ell=j+1}^{i-1} |x_j - x_\ell|; \quad \left| \prod_{k=0}^{2n-i} (t - t_k) \right| \leq \prod_{k=0}^r |t_{r+1} - t_k| \prod_{k=r+1}^{2n-i} |t_r - t_k|.$$

Отсюда

$$\left| \prod_{\ell=0}^{i-1} (x - x_\ell) \right| \leq h_x^j \prod_{\ell=0}^j (j+1-\ell) \prod_{\ell=j+1}^{i-1} (\ell-j), \quad \left| \prod_{k=0}^{2n-i} (t - t_k) \right| \leq h_t^{2n-i+1} \prod_{k=0}^r (r+1-k) \prod_{k=r+1}^{2n-i} (k-r),$$

или,

$$\left| \prod_{\ell=0}^{i-1} (x - x_\ell) \right| \leq h_x^i (j+1)! (i-1-j)!, \quad \left| \prod_{k=0}^{2n-i} (t - t_k) \right| \leq h_t^{2n-i+1} (r+1)! (2n-i-r)!.$$

С учетом $(k+1)!(m-k)! \leq (m+1)! \forall k, 0 \leq k \leq m$, получится

$$\left| \prod_{\ell=0}^{i-1} (x - x_\ell) \right| \leq h_x^i i!, \quad \left| \prod_{k=0}^{2n-i} (t - t_k) \right| \leq h_t^{2n-i+1} (2n-i+1)!.$$

С другой стороны, если для (x, t) в рассматриваемом слагаемом с индексом $i_0, 1 \leq i_0 < i$, под знаком Σ выполняется $x \in [x_j, x_{j+1}], j \leq i-2$, но $j \geq i_0-1$, то $\left| \prod_{\ell=0}^{i_0-1} (x - x_\ell) \right| \leq \prod_{\ell=0}^{i_0-1} |x_{j+1} - x_\ell|$.

Поэтому $\left| \prod_{\ell=0}^{i_0-1} (x - x_\ell) \right| \leq h_x^{i_0} \prod_{\ell=0}^{i_0-1} (j+1-\ell)$, следовательно, $\left| \prod_{\ell=0}^{i_0-1} (x - x_\ell) \right| \leq h_x^{i_0} i_0!$. Если

под знаком Σ в (11) с рассматриваемым видоизменением $t \in [t_r, t_{r+1}], r \leq 2n-i-1$,

но для $i_0, 1 \leq i_0 < i$, выполняется $r \geq 2n-i_0$, то $\left| \prod_{\ell=0}^{2n-i_0} (t - t_\ell) \right| \leq \prod_{\ell=0}^{2n-i_0} |t_{r+1} - t_\ell|$. Поэтому

$$\left| \prod_{\ell=0}^{2n-i_0} (t - t_\ell) \right| \leq h_t^{2n-i_0+1} \prod_{\ell=0}^{2n-i_0} (r+1-\ell), \quad \text{следовательно,} \quad \left| \prod_{\ell=0}^{2n-i_0} (t - t_\ell) \right| \leq h_t^{2n-i_0+1} (2n-i+1)!.$$

В результате

$$\left| \prod_{\ell=0}^{i-1} (x - x_\ell) \right| \left| \prod_{k=0}^{2n-i} (t - t_k) \right| \leq \max_{1 \leq i_0 \leq i} h_x^{i_0} h_t^{2n-i_0+1} i! (2n-i+1)! \quad \forall i \in \overline{1, 2n}.$$

Тем более,

$$\left| \prod_{\ell=0}^{i-1} (x - x_\ell) \right| \left| \prod_{k=0}^{2n-i} (t - t_k) \right| \leq \max_{0 \leq i_0 \leq i} h_x^{i_0} h_t^{2n-i_0+1} i! (2n - i + 1)! . \quad (13)$$

Неравенство (13) сохраняется в случае $i = 0$ и выполняется $\forall i \in \overline{0, 2n}$. Из (11) (при замене n на $2n$)

$$\left| R_G(x, t) \right| \leq \sum_{i=0}^{2n+1} \left| \frac{\partial^{2n+1} u(\xi_i, \eta_i)}{\partial x^i \partial t^{2n+1-i}} \right| \frac{\left| \prod_{\ell=0}^{i-1} (x - x_\ell) \right|}{i!} \frac{\left| \prod_{k=0}^{2n-i} (t - t_k) \right|}{(2n - i + 1)!} . \quad (14)$$

В рассматриваемых предположениях

$$\max_G \left| \frac{\partial^{2n+1} u(x, t)}{\partial x^i \partial t^{2n+1-i}} \right| = C_0, \quad C_0 = \text{const} \quad \forall i, \quad 0 \leq i \leq 2n + 1, \quad \forall n \leq N_0 . \quad (15)$$

Подстановка в (14) правых частей из (13) и C_0 из (15) влечет (12). Всюду ниже предполагается, что размеры G позволяют считать расстояния между узлами меньшими единицы при всех рассматриваемых n . Узлы являются равноотстоящими вдоль направлений осей, поэтому найдутся h, q, p , такие, что

$$h_x = qh, \quad q = \text{const}, \quad h_t = ph, \quad p = \text{const}, \quad h < 1, \quad q < 1, \quad p < 1, \quad p < q . \quad (16)$$

Из (12) и (16) $\left| R_G(x, t) \right| \leq C_0 h^{2n+1} \sum_{i=0}^{2n+1} q^{2n+1}$. Очевидно, $\sum_{i=0}^{2n+1} q^{2n+1} \leq c_0, \quad c_0 = \text{const}$. В обозначении $C = C_0 c_0$,

$$\left| R_G(x, t) \right| \leq C h^{2n+1}, \quad C = \text{const} . \quad (17)$$

Пусть теперь по этой же схеме в каждой подобласти G_{ij} построен интерполяционный полином (10) с заменой показателя степени n на $2n$. Тогда расстояния между проекциями узлов на оси координат уменьшатся соответственно в обратной пропорции $P_x = 2^{k_x}$ и $P_t = 2^{k_t}$, где k_x, k_t из (3). В (12) тех же пропорциях соответственно уменьшатся h_x, h_t , поэтому $\left| R_{G_{ij}}(x, t) \right| \leq C_0 \sum_{r=0}^{2n+1} \max_{0 \leq i_0 \leq r} \frac{h_x^{i_0}}{2^{i_0 k_x}} \frac{h_t^{2n-i_0+1}}{2^{(2n-i_0+1)k_t}}$. Если выбрать $2^{k_x} = 2^{k_t} = 2^k$, то h в (17) обратно пропорционально 2^k , в результате

$$\left| R_{G_{ij}}(x, t) \right| \leq C 2^{-k(2n+1)} h^{2n+1} \quad \forall (x, t) \in G_{ij} \quad \forall i, j; \quad i = \text{const}, \quad j = \text{const} . \quad (18)$$

В (18) C, h из (17), $h < 1, i, j$ из (2). Таким образом, имеет место

Лемма 1. Пусть функция $u(x, t)$ определена в G из (1), где у нее существуют и непрерывны все частные производные до порядка $2n + 1$ включительно. Тогда при условии разбиения G на 2^{2k} подобластей (2), (3) в случае $2^{k_x} = 2^{k_t} = 2^k$, кусочно-интерполяционное приближение данной функции в G с помощью полиномов вида (7), взятых в степени $2n$, может быть выполнено с абсолютной погрешностью (18), где шаги интерполяции h_x, h_t из (5) связаны с $h < 1$ из (17) соотношениями (16).

Рассматриваемое приближение инвариантно относительно i, j из (2), (3), поэтому в левой части (18) можно взять максимум по всем подобластям:

$$\max_{\forall (x, t) \in G_{ij}, \forall i, j \in \overline{0, 2^k-1}} \left| R_{G_{ij}}(x, t) \right| \leq C 2^{-k(2n+1)} h^{2n+1}, \quad C = \text{const} . \quad (19)$$

Отсюда вытекает

Теорема 1. В условиях леммы 1 кусочно-интерполяционное приближение равномерно сходится к функции $u(x, t)$ в области G при $k \rightarrow \infty$ со скоростью сходимости (19).

В каждой подобласти полином (7) может быть преобразован к виду (9) со степенью $2n$ без изменения оценок (18), (19). В дальнейшем используются соотношения

$$u(x, t) \approx \sum_{\ell=0}^{2n} \sum_{m=0}^{2n-\ell} a_{\ell m} z^{\ell} w^m, \quad z = (x - x_{i0})h_x^{-1}, \quad w = (t - t_{j0})h_t^{-1}, \quad (20)$$

$$u_x \approx h_x^{-1} \sum_{\ell=1}^{2n} \sum_{m=0}^{2n-\ell} \ell a_{\ell m} z^{\ell-1} w^m, \quad u_t \approx h_t^{-1} \sum_{\ell=0}^{2n} \sum_{m=1}^{2n-\ell} m a_{\ell m} z^{\ell} w^{m-1}, \quad (21)$$

$$\int u(x, t) dt \approx \tilde{c} + h_t \sum_{\ell=0}^{2n} \sum_{m=0}^{2n-\ell} a_{\ell m} z^{\ell} w^{m+1} / (m+1), \quad \tilde{c} = \text{const}. \quad (22)$$

Значения констант и параметров определяются по ходу изложения, h_x, h_t в (20)–(22) пропорциональны h согласно (16).

Исходные предположения

Вначале рассматривается задача Коши для линейного уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a(x, t) \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, t), \quad u(x, 0) = \varphi(x), \quad (23)$$

где $a(x, t), f(x, t)$ – заданные функции, рассматриваемые в полуплоскости $\{(x, t) \mid x \in R, t \geq 0\}$, $\varphi(x)$ – заданная функция $x \in R$ [4]. Для построения метода приближенного решения выбраны прямоугольная область задания этих функций и одна из ее границ, определяемые непосредственно ниже. Ввиду применения кусочной интерполяции с оценками (14), (19) для анализа сходимости используются следующие ограничения.

I. Приближенное решение задачи (23) строится в области G из (1), объединяющей подобласти G_{ij} из (2), (3) при $2^{k_x} = 2^{k_t} = 2^k$, областью определения $\varphi(x)$ служит основание G на оси OX . Значения a и b не конкретизируются, вместе с тем всюду ниже $c = 0, d = T, t \in [0, T]$. Предполагается, что $u(x, t)$ принадлежит области $\{|u(x, t) - u(x, 0)| \leq \tilde{b}; (x, t) \in G\}$, где \tilde{b} – постоянная, значение которой может быть задано произвольно, при необходимости оно конкретно оговаривается.

II. Предполагается, что в области $G_{\Delta} = \{(x, t) \mid x \in [a - \Delta, b + \Delta], t \in [0, T]\}$, при $\forall \Delta: 0 < \Delta < 2^{-1}(b - a), \Delta = \text{const}$, существуют и непрерывны все частные производные $u(x, t)$ до порядка $2n + 1$ включительно $\forall n \leq N_0, N_0 = \text{const}$, с таким же порядком непрерывно дифференцируемы $a(x, t)$ и $f(x, t)$, функция $\varphi(x)$ определена и непрерывно дифференцируема $2n + 1$ раз на отрезке $x \in [a - \Delta, b + \Delta]$.

III. Предполагается, что в подобласти $G_{\Delta ij} = \{(x, t) \mid x \in [x_i - \Delta, x_{i+1} + \Delta], t \in [t_j, t_{j+1}]\}$ значение Δ может быть произвольным в границах $0 < \Delta < 2^{-k-1}(b - a), \Delta = \text{const}$.

В предположениях I, II обусловлено существование и единственность, а также устойчивость решения задачи (23) относительно возмущения начальных данных [4].

В G_{ij} приближенное решение строится с помощью интерполяционного полинома с итерационным уточнением, последовательно по j выполняется переход от G_{ij} к $G_{i(j+1)}$. За начальные условия в $G_{i(j+1)}$ принимается приближение из G_{ij} на смежной с $G_{i(j+1)}$ границе. В G_{00} узловые значения интерполяции задает функция $\varphi(x)$. Конкретно интерполируется

$$f(x, t) - a(x, t) \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \text{что дает приближение } \frac{\partial u}{\partial t}.$$

Интеграл по времени от интерполяционного полинома принимается за приближение решения, которое подставляется в выражение $\frac{\partial u}{\partial t}$ из (23). Полученное приближение $\frac{\partial u}{\partial t}$ снова интерполируется, и описанный процесс

повторяется с использованием (20)–(22). На практике итерации выполняются до искомой точности приближения, абстрактно их количество предполагается неограниченным. Процесс воспроизводится в каждой подобласти до полного прохода области G .

Итерационное уточнение с учетом остаточных членов интерполяции. В G_{ij}

$$\int_{t_0}^t \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} dt = \int_{t_0}^t \left(f(x,t) - a(x,t) \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right) dt, \quad (x,t) \in G_{ij}, \quad t_0 = t_0(i,j), \quad u(x,t_0) = \varphi_{ij}(x,t_0). \quad (24)$$

В дальнейшем обозначения корректируются с целью отличия от использованных при описании интерполяции функции. К нижним индексам полинома $\Psi_{2n}^{ij}(z,w)$ из (20) добавлен индекс $2k$ в соответствии с числом подобластей 2^{2k} , аналогичная индексация применяется к другим выражениям. Полином $\Psi_{2k2n}^{ij}(z,w)$ интерполирует не $u(x,t)$, а подынтегральную функцию правой части (24), что отмечается слитным индексом ∂u , остаточный член интерполяции c_{2k2n} оценивается из (19), –

$$\Psi_{\partial u 2k2n}^{ij}(z,w) = f(x,t) - a(x,t) \frac{\partial \tilde{u}(x,t)}{\partial x} + c_{2k2n}, \quad |c_{2k2n}| \leq C 2^{-k(2n+1)} h^{2n+1}, \quad (25)$$

где z, w из (20), $\tilde{u}(x,t) \approx u(x,t)$ – приближение решения на предыдущей итерации. Аналогично (20), $\Psi_{\partial u 2k2n}^{ij}(z,w)$ преобразуется к виду (9). Решение на текущей итерации приближается интегралом от $\Psi_{\partial u 2k2n}^{ij}(z,w)$, определяемым аналогично (22). Полученный полином обозначается ${}^t P_{u2k2n}(x,t)$ – по степени $2n$, числу подобластей 2^{2k} и приближению $u(x,t)$ путем интегрирования по t полинома $\Psi_{\partial u 2k2n}^{ij}(z,w)$. Итерационный процесс примет вид

$$\Psi_{\partial u 2k2n(r-1)}^{ij}(z,w) = f(x,t) - a(x,t) \frac{\partial {}^t P_{u2k2n(r-1)}(x,t)}{\partial x} + c_{2k2n},$$

$${}^t P_{u2k2nr}(x,t) = {}^t P_{u2k2nr}(x,t_0) + \int_{t_0}^t \Psi_{\partial u 2k2n(r-1)}^{ij}(z,w) dt + {}^t c_{u2k2n},$$

где ${}^t P_{u2k2nr}(x,t_0) = \varphi_{ij}(x,t_0)$, $r = 1, 2, \dots$, ${}^t c_{u2k2n} = \int_{t_0}^t c_{2k2n} dt$ – остаточный член от приближения $u(x,t)$ полиномом ${}^t P_{u2k2nr}(x,t)$ на отдельно взятой итерации.

С учетом (25) $\left| \int_{t_0}^t c_{2k2n} dt \right| \leq C 2^{-k(2n+1)} h^{2n+1} (t - t_0)$, согласно предположению II

$|{}^t c_{u2k2n}| \leq C 2^{-k(2n+1)} h^{2n+1} \times 2^{-k} T$. Без явного выражения $\Psi_{\partial u 2k2n(r-1)}^{ij}(z,w)$ этот же процесс запишется в виде

$${}^t P_{u2k2nr}(x,t) = {}^t P_{u2k2nr}(x,t_0) + \int_{t_0}^t \left(f(x,t) - a(x,t) \frac{\partial {}^t P_{u2k2n(r-1)}(x,t)}{\partial x} \right) dt + {}^t c_{u2k2n}, \quad (x,t) \in G_{ij}, \quad t_0 = t_0(i,j), \quad (26)$$

где $r = 1, 2, \dots$, коэффициенты $\frac{\partial {}^t P_{u2k2n(r-1)}(x,t)}{\partial x}$ связаны с коэффициентами ${}^t P_{u2k2n(r-1)}(x,t)$ согласно (21), остаточный член оценивается из соотношения

$$|{}^t c_{u2k2n}| \leq \tilde{C} 2^{-k(2n+2)} h^{2n+1}, \quad \tilde{C} = CT, \quad \tilde{C} = \text{const} \quad \forall (x,t) \in G_{ij}, \quad \forall G_{ij} \in G. \quad (27)$$

Пусть прямоугольник G_{ij} произвольно фиксирован и уравнение (24) рассматривается в нем с теми же начальными условиями на границе, с которыми выполняются итерации (26). В этом случае решение не является точным, что отмечается чертой сверху, аналогично отмечается приближающий его полином, из (26) следует

$${}^i\bar{P}_{u_{2k2nr}}(x,t) = {}^i\bar{P}_{u_{2k2nr}}(x,t_0) + \int_{t_0}^t \left(f(x,t) - a(x,t) \frac{\partial {}^i\bar{P}_{u_{2k2n(r-1)}}(x,t)}{\partial x} + c_{2k2n} \right) dt, \quad (x,t) \in G_{ij}, \quad (28)$$

где использовано ${}^i c_{u_{2k2n}} = \int_{t_0}^t c_{2k2n}$, $\bar{u}(x,t) \approx u(x,t)$, $\bar{u}(x,t_0) = \varphi_{ij}(x,t_0)$, $\varphi_{ij}(x,t_0) = {}^i\bar{P}_{u_{2k2nr}}(x,t_0)$, $r = 1, 2, \dots$

В предположениях I, II $u(x,t)$ удовлетворяет соотношению

$$\forall \varepsilon_0 > 0 \exists \Delta > 0, \Delta = \Delta(\varepsilon_0), \Delta = \text{const} :$$

$$\forall \Delta x, 0 < |\Delta x| \leq \Delta, \left| \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} - \frac{u(x+\Delta x,t) - u(x,t)}{\Delta x} \right| \leq \varepsilon_0 \quad \forall (x,t) \in G, (x+\Delta x,t) \in G_\Delta, \quad (29)$$

в частности (29) выполняется в случае $\Delta x = \Delta$. В самом деле, по теореме о среднем, $\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} - \frac{u(x+\Delta x,t) - u(x,t)}{\Delta x} = \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} - \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=\xi}$, $\xi = x + \lambda \Delta x$, $|\lambda| < 1$. Повторное при-

менение теоремы влечет $\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} - \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=\xi} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=\bar{\xi}} \times \overline{\Delta x}$, $\bar{\xi} = x + \bar{\lambda} \overline{\Delta x}$, $|\bar{\lambda}| < 1$,

$|\overline{\Delta x}| < |\Delta x|$. Отсюда $\left| \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} - \frac{u(x+\Delta x,t) - u(x,t)}{\Delta x} \right| \leq \max_G \left| \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right| |\Delta x|$. Область G

замкнута, поэтому $\max_G \left| \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right| \leq c$, $c = \text{const}$. Очевидно, $\forall \varepsilon_0 > 0$ достаточно взять любое $\Delta = \text{const}$, $0 < \Delta \leq c^{-1} \varepsilon_0$, чтобы выполнялось (29). Значение Δ в (29) можно произвольно уменьшить.

Для исследования сходимости (28) рассматривается вспомогательная задача

$$\frac{\partial u_\Delta(x,t)}{\partial t} + a(x,t) \frac{u_\Delta(x+\Delta,t) - u_\Delta(x,t)}{\Delta} = f_\Delta(x, u_\Delta, t), \quad u_\Delta(x,0) = \varphi(x), \quad (x,t) \in G, (x+\Delta,t) \in G_\Delta, \quad (30)$$

где $f_\Delta(x, u_\Delta, t) = f(x,t) - a(x,t) \left(\frac{\partial u_\Delta(x,t)}{\partial x} - \frac{u_\Delta(x+\Delta,t) - u_\Delta(x,t)}{\Delta} \right)$, $f(x,t)$ из (23), Δ произ-

вольно выбрано в соответствии с (29) и зафиксировано. Задача (30) является эквивалентным преобразованием (23), в области G решения задач совпадают и одновременно устойчивы к возмущению начальных данных. В предположениях I, II $f_\Delta(x, u_\Delta, t)$ удовлетворяет условию Липшица относительно u_Δ . В условиях (30) выполнено $u_\Delta(x,t) \equiv u(x,t)$,

$\frac{\partial u_\Delta(x,t)}{\partial x} \equiv \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}$, $\frac{\partial u_\Delta(x,t)}{\partial t} \equiv \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}$. В G_{ij} решение задачи (30) представимо в виде

$$u_\Delta(x,t) = u_\Delta(x,t_0) + \int_{t_0}^t \left(f_\Delta(x, u_\Delta, t) - a(x,t) \frac{u_\Delta(x+\Delta,t) - u_\Delta(x,t)}{\Delta} \right) dt, \quad t_0 = t_0(i,j), \quad u_\Delta(x,t_0) = \varphi_{ij}(x,t_0), \quad (31)$$

где $(x,t) \in G_{ij}$, $(x+\Delta,t) \in G_{\Delta ij}$. Приближающий $u_\Delta(x,t)$ полином будет обозначаться

${}^i P_{u_{2k2nr}}(x,t)$. Полином, приближающий $f_\Delta(x, u_\Delta, t) - a(x,t) \frac{u_\Delta(x+\Delta,t) - u_\Delta(x,t)}{\Delta}$, обозначается $\Psi_{\Delta u_{2k2n}}^{ij}(z,w)$, где z и w из (20). Значения остаточных членов интерполяции изме-

нятся, но их обозначения сохраняются, что не должно приводить к недоразумениям. В этих обозначениях решение (31) приближает последовательность

$${}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2nr}(x,t) = {}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2nr}(x,t_0) + \int_{t_0}^t \left(f_{\Delta}(x, {}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2n(r-1)}(x,t), t) - a(x,t) \frac{{}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2n(r-1)}(x+\Delta,t) - {}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2n(r-1)}(x,t)}{\Delta} + c_{2k2n} \right) dt, \quad (32)$$

где $\bar{P}_{u_{\Delta}2k2nr}(x,t_0) = \bar{u}_{\Delta}(x,t_0)$, $r = 0, 1, \dots$, ввиду неточности начальных данных решение отмечается чертой. Соотношение (31) перейдет в соотношение

$$\bar{u}_{\Delta}(x,t) = \bar{u}_{\Delta}(x,t_0) + \int_{t_0}^t \left(f_{\Delta}(x, \bar{u}_{\Delta}, t) - a(x,t) \frac{\bar{u}_{\Delta}(x+\Delta,t) - \bar{u}_{\Delta}(x,t)}{\Delta} \right) dt, \quad \bar{u}_{\Delta}(x,t_0) = \varphi_{ij}(x,t_0), \quad (33)$$

где $(x,t) \in G_{ij}$, $(x+\Delta,t) \in G_{\Delta ij}$, $t_0 = t_0(i,j)$, $\varphi_{ij}(x,t_0) = \bar{P}_{u_{\Delta}2k2nr}(x,t_0)$.

Всюду ниже значение Δ в (30)–(33) рассматривается как параметр, выбор которого в границах условия (29) позволит оценить сходимость последовательности (28) на основе оценки сходимости последовательности (32).

Из (32), (33)

$$\bar{u}_{\Delta}(x,t) - {}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2nr}(x,t) = \int_{t_0}^t \left(f_{\Delta}(x, \bar{u}_{\Delta}, t) - f_{\Delta}(x, {}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2n(r-1)}(x,t), t) - a(x,t) \left(\frac{\bar{u}_{\Delta}(x+\Delta,t) - {}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2n(r-1)}(x+\Delta,t)}{\Delta} - \frac{\bar{u}_{\Delta}(x,t) - {}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2n(r-1)}(x,t)}{\Delta} \right) - c_{2k2n} \right) dt.$$

Замечание 1. С учетом постоянного числа подобластей 2^{2k} , $k = \text{const}$, не умаляя общности, можно считать, что к $f_{\Delta}(x, \bar{u}_{\Delta}, t)$ для всех \bar{u}_{Δ} из области $\tilde{R}: \{ |\bar{u}_{\Delta}(x,t) - \bar{u}_{\Delta}(x,t_0)| \leq \tilde{b}, t_0 = t_0(i,j), (x,t) \in G_{ij}, (x+\Delta,t) \in G_{\Delta ij} \}$ применимо условие Липшица при некотором достаточно большом значении $\tilde{b} = \text{const}$. Последовательность ${}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2n(r-1)}(x,t)$ не выводит из \tilde{R} при таком определении \tilde{b} по следующим причинам. При $r = 1$ полином ${}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2n0}(x,t)$ отличается от \bar{u}_{Δ} не более, чем на остаточный член одно-кратного интерполирования ${}^i c_{u_{\Delta}2k2n}$, под интегралом можно применить условие Липшица при этом r : $|f_{\Delta}(x, \bar{u}_{\Delta}(x,t), t) - f_{\Delta}(x, {}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2n(r-1)}(x,t), t)| \leq \tilde{L} |\bar{u}_{\Delta}(x,t) - {}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2n(r-1)}(x,t)|$, $\tilde{L} = \text{const} \forall (x,t) \in G_{ij}, (x+\Delta,t) \in G_{\Delta ij}$. Тогда $|\bar{u}_{\Delta}(x,t) - {}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2nr}(x,t)| \leq \tilde{b}$, $r = 1$, при некотором $\tilde{b} = \text{const}$, таком, что $|{}^i c_{u_{\Delta}2k2n}| \leq \tilde{b}$. Дальнейшие рассуждения строятся по индукции. Именно, с повторением данного приема для $r \geq 1$ ниже доказывается сходимость ${}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2nr}(x,t)$ к $\bar{u}_{\Delta}(x,t)$ при $r \rightarrow \infty$. В частности, полином данной последовательности не будет выводить из $\tilde{R} \forall r \geq 1$, поэтому к $f_{\Delta}(x, {}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2n(r-1)}(x,t), t)$ применимо условие Липшица. В качестве константы Липшица \tilde{L} в дальнейшем принят ее максимум по всем подобластям из (1)–(3).

Таким образом, можно предположить, что для некоторого $r \geq 1$ выполнено –

$$\forall (x,t) \in G_{ij}, (x+\Delta,t) \in G_{\Delta ij}: |\bar{u}_{\Delta}(x,t) - {}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2nr}(x,t)| \leq \int_{t_0}^t \left(\tilde{L} |\bar{u}_{\Delta}(x,t) - {}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2n(r-1)}(x,t)| + 2M\Delta^{-1} \max_{G_{ij}} |\bar{u}_{\Delta}(x,t) - {}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2n(r-1)}(x,t)| + \max_G |c_{2k2n}| \right) dt. \quad (34)$$

В (34) и ниже $M = \max_G |a(x,t)|$, $M = \text{const}$, \tilde{L} – отмеченное значение константы. Отсюда

$\forall (x,t) \in G_{ij}, (x+\Delta,t) \in G_{\Delta ij}$:

$$|\bar{u}_{\Delta}(x,t) - {}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2nr}(x,t)| \leq \int_{t_0}^t \left((\tilde{L} + 2M\Delta^{-1}) \max_{G_{ij}} |\bar{u}_{\Delta}(x,t) - {}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2n(r-1)}(x,t)| + \max_G |c_{2k2n}| \right) dt,$$

и

$$\max_{G_{ij}} |\bar{u}_{\Delta}(x,t) - {}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2nr}(x,t)| \leq \int_{t_0}^t \left((\tilde{L} + 2M\Delta^{-1}) \max_{G_{ij}} |\bar{u}_{\Delta}(x,t) - {}^i\bar{P}_{u_{\Delta}2k2n(r-1)}(x,t)| + \max_G |c_{2k2n}| \right) dt. \quad (35)$$

Сначала рассматривается случай, когда в (35) погрешность однократного интерполирования не превосходит погрешности $r - 1$ итераций с некоторым постоянным коэффициентом, точнее,

$$\exists Q > 0, Q = \text{const} : 0 < \max_G |c_{2k2n}| \leq Q \max_{G_{ij}} |\bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)|, r = 1, 2, \dots \quad (36)$$

В (36) значение Q можно произвольно увеличить, и для $\forall \varepsilon_0$ из (29) оно выбирается так, чтобы

$$Q^{-1} \max_G |c_{2k2n}| \leq \varepsilon_0. \quad (37)$$

В дальнейшем исследуется случай, когда (36) нарушается: для некоторого $r_0 > r$ окажется выполненным соотношение

$$\max_{G_{ij}} |\bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r_0-1)}(x, t)| < Q^{-1} \max_G |c_{2k2n}|, r_0 \geq r + 1, \quad (38)$$

при этом в силу (38) и (37) нарушение (36) влечет $\max_{G_{ij}} |\bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r_0-1)}(x, t)| < \varepsilon_0$.

Пусть сначала (36) не нарушено, в этом случае согласно (35)

$$\begin{aligned} & \max_{G_{ij}} |\bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2nr}(x, t)| \leq \\ & \leq \int_{t_0}^t \left((\tilde{L} + 2M\Delta^{-1}) \max_{G_{ij}} |\bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)| + Q \max_{G_{ij}} |\bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)| \right) dt. \end{aligned} \quad (39)$$

Не умаляя общности, можно считать $\Delta \leq 1$, тогда

$$\max_{G_{ij}} |\bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2nr}(x, t)| \leq N \int_{t_0}^t \max_{G_{ij}} |\bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)| dt, N = (\tilde{L} + 2M + Q)\Delta^{-1}.$$

Если обозначить $\varepsilon_{k\ell} = \max_{G_{ij}} |\bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n\ell}(x, t)|$, то неравенство примет вид

$$\varepsilon_{k\ell} \leq N \int_{t_0}^t \varepsilon_{k(\ell-1)} dt, \ell = 1, 2, \dots \quad (40)$$

где $\varepsilon_{k0} = \max_{G_{ij}} |\varphi_{ij}(x, t_0) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n0}(x, t_0)| \leq \max_{G_{ij}} |{}^t c_{u_\Delta 2k2n}|$, $\varphi_{ij}(x, t_0)$ – функция на смежной с G_{ij} границе $G_{i(j-1)}$, $\varphi_{ij}(x, t_0) = {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n\bar{\ell}}(x, t_0)$, $\bar{\ell}$ – номер заключительной итерации, выполнявшейся в $G_{i(j-1)}$. Из (40) и (27) $\varepsilon_{k1} \leq \tilde{C} 2^{-k(2n+2)} h^{2n+1} N \int_{t_0}^t dt$, или, $\varepsilon_{k1} \leq \tilde{c}_{kh} N (t - t_0)$,

здесь и ниже $\tilde{c}_{kh} = \tilde{C} 2^{-k(2n+2)} h^{2n+1}$. Тогда $\varepsilon_{k2} \leq \tilde{c}_{kh} \frac{N^2 (t - t_0)^2}{2}$. По индукции $\varepsilon_{k\ell} \leq \tilde{c}_{kh} \frac{N^\ell (t - t_0)^\ell}{\ell!}$, $\ell = 3, 4, \dots$ Согласно предположению I, с учетом размеров G_{ij} , верно неравенство $t - t_0 \leq 2^{-k} T$, в результате

$$N \int_{t_0}^t \varepsilon_{k(\ell-1)} dt \leq \tilde{c}_{kh} \frac{(2^{-k} NT)^\ell}{\ell!}, \quad (41)$$

и

$$\varepsilon_{k\ell} \leq \tilde{c}_{kh} \frac{(2^{-k} NT)^\ell}{\ell!}, \ell = 1, 2, \dots \quad (42)$$

В (42) $(2^{-k} NT)^\ell / \ell! \rightarrow 0, \ell \rightarrow \infty$, поэтому $\varepsilon_{k\ell} \rightarrow 0, \ell \rightarrow \infty$. Отсюда следует, что (36) необходимо окажется нарушенным, –

$$\exists L = L(i, j, k, Q, \Delta, \varepsilon_0) : \tilde{c}_{kh} \frac{(2^{-k} NT)^L}{L!} < Q^{-1} \max_G |c_{2k2n}|, \varepsilon_{kL} < Q^{-1} \max_G |c_{2k2n}|, \varepsilon_{kL} < \varepsilon_0. \quad (43)$$

Пусть (43) и соответственно (38) впервые выполнялись при $L = r_0 - 1 = r$. Для индекса $r - 1$ еще сохранялось (36), не выполнялось (38) и оставалось верным (39), поэтому при $\ell = 0$

$$\max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r+\ell)}(x, t) \right| < Q^{-1} \max_G |c_{2k2n}| \leq \max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t) \right| \quad (44)$$

и

$$\max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r+\ell)}(x, t) \right| < \max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t) \right|. \quad (45)$$

Если предположить, что (44), (45) выполняются для некоторого $\ell \geq 0$, то для оценки погрешности $(r + \ell + 1)$ -й итерации можно воспользоваться соотношением (35) при соответствующих индексах:

$$\max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r+\ell+1)}(x, t) \right| \leq \int_{t_0}^t \left((\tilde{L} + 2M\Delta^{-1}) \max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r+\ell)}(x, t) \right| + \max_G |c_{2k2n}| \right) dt.$$

С учетом (45) и (44)

$$\begin{aligned} & \max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r+\ell+1)}(x, t) \right| < \\ & < \int_{t_0}^t \left((\tilde{L} + 2M\Delta^{-1}) \max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t) \right| + Q \max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t) \right| \right) dt, \end{aligned}$$

или, в прежнем обозначении,

$$\max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r+\ell+1)}(x, t) \right| < N \int_{t_0}^t \left(\max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t) \right| \right) dt. \quad (46)$$

Согласно (41) правая часть (46) не превосходит $\tilde{c}_{kh} \frac{(2^{-k} NT)^L}{L!}$ при $L = r$. С учетом (43)

$$\max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r+\ell+1)}(x, t) \right| < \tilde{c}_{kh} \frac{(2^{-k} NT)^L}{L!} < \max_G |c_{2k2n}| Q^{-1}.$$

Отсюда $\max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r+\ell+1)}(x, t) \right| < Q^{-1} \max_G |c_{2k2n}| \leq \max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t) \right|$, и соотношения (44), (45) сохраняются при замене ℓ на $\ell + 1$. В силу индукции и согласно (37)

$$\exists r = r(i, j, k, Q, \Delta, \varepsilon_0) : \max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r+\ell)}(x, t) \right| < \varepsilon_0 \quad \forall \ell = 0, 1, \dots \quad (47)$$

Из изложенного вытекает

Лемма 2. Пусть в (1)–(3) зафиксировано 2^{2k} подобластей и произвольно выбрана подобласть G_{ij} . При условии, что $\bar{u}_\Delta(x, t)$ из (33) рассматривается в G_{ij} ($x, t) \in G_{ij}$, $(x + \Delta, t) \in G_{\Delta ij}$, с теми же начальными условиями на границе с $G_{i(j-1)}$, с которыми выполняются итерации (32), $\bar{P}_{u_\Delta 2k2nr}(x, t_0) = \bar{u}_\Delta(x, t_0)$, $r = 0, 1, \dots$, $t_0 = t_0(i, j)$, последовательность (32) равномерно $\forall (x, t) \in G_{ij}$ сходится к $\bar{u}_\Delta(x, t)$. До тех пор, пока не нарушается соотношение (36), скорость сходимости оценивается из (42). В любом случае имеет место (47).

Попутно показано, что последовательность ${}^t\bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t)$ не выводит из области \tilde{R} , как и предполагалось в замечании 1.

Рассматриваемое приближение непрерывно, следовательно, равномерно непрерывно в замкнутой подобласти G_{ij} . Поскольку для (33) и для (32) в G_{ij} выполнено

$$\bar{u}_{\Delta}(x, t_0) \Big|_{(x, t) \in G_{ij}, t_0 = t_0(i, j)} = {}^t\bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n \bar{l}}(x, t) \Big|_{(x, t) \in G_{i(j-1)}, t = t_0(i, j)}, \text{ где } \bar{l} - \text{номер заключительной ите-}$$

рации, выполнявшейся в $G_{i(j-1)}$, то непрерывность и равномерная непрерывность приближения (32) сохраняется при переходе от $G_{i(j-1)}$ к G_{ij} и, таким образом, во всем временном слое

$$\bigcup_{j=0}^{2^k-1} G_{ij} \text{ для каждого } i = \text{const.}$$

Отсюда вытекает

Следствие 1. Кусочно-интерполяционное приближение решения задачи (30) с итерационным уточнением в каждой подобласти G_{ij} при любом количестве итераций является равномерно-непрерывной функцией. В частности, при $k = 0$ приближение равномерно-непрерывно в G , при $k > 0$ оно кусочно-непрерывно в G и сохраняет равномерную непрерывность в слое подобластей $\bigcup_{j=0}^{2^k-1} G_{ij}$ для каждого $i = \text{const}$.

Для $\forall \varepsilon > 0$ (47) сохранится, если взять $\varepsilon_0 \leq 2^{-k-1}\varepsilon$, априори в (29) взять соответственное значение Δ и в (47) указать зависящее от них r :

$$\exists \Delta_1 = \text{const}, \forall \Delta, 0 < \Delta \leq \Delta_1, \Delta = \text{const}, \exists r = r(i, j, k, Q, \Delta, \varepsilon):$$

$$\max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_{\Delta}(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r+\bar{l})}(x, t) \right| < 2^{-k-1}\varepsilon \quad \forall \bar{l} = 0, 1, \dots \quad (48)$$

Из того, что на выходе из G_{ij} полином ${}^t\bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r+\bar{l})}(x, t)$ задает начальные условия $\bar{u}_{\Delta}(x, t_0) = \varphi_{i(j+1)}(x, t_0)$, $t_0 = t_0(i, j+1)$, в $G_{i(j+1)}$, и при этом выполняется (48), вытекает оценка изменения начальных условий при переходе от одной подобласти к другой.

Следствие 2. В условиях леммы 2 $\forall \varepsilon > 0$ найдется $\Delta_1 = \text{const}$, такое что $\forall \Delta$ из (29), $0 < \Delta \leq \Delta_1$, максимальное отклонение последовательности (32) в G_{ij} от $\bar{u}_{\Delta}(x, t)$ оценивается из (48). Этого же значения не превысит максимальное отклонение начальных условий в $G_{i(j+1)}$ от тех начальных условий $\varphi_{i(j+1)}(x, t_0)$, которые задавались бы при переходе из G_{ij} в $G_{i(j+1)}$ точным решением, взятым с начальными условиями из G_{ij} в виде

$$\varphi_{ij}(x, t_0) = {}^t\bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n \bar{l}}(x, t) \Big|_{(x, t) \in G_{i(j-1)}, t = t_0(i, j)}.$$

Устойчивость решения задачи (30) сохраняется в каждой подобласти и означает, что $\forall \varepsilon_0 > 0 \exists \delta > 0$, такое, что если $|\tilde{u}_{\Delta}(x, t_0) - \bar{u}_{\Delta}(x, t_0)| < \delta$, $t_0 = t_0(i, j)$, то $|\tilde{u}_{\Delta}(x, t) - \bar{u}_{\Delta}(x, t)| \leq \varepsilon_0 \quad \forall (x, t) \in G_{ij}$. В качестве невозмущенного решения в G_{ij} рассматривается $\bar{u}_{\Delta}(x, t)$. Его возмущение – точное (не получающееся вследствие приближения) решение в этой подобласти $\tilde{u}_{\Delta}(x, t)$, соответственное возмущенным начальным условиям $\tilde{u}_{\Delta}(x, t_0)$. По следствию 2 максимальное отклонение начальных данных при переходе от G_{ij} к $G_{i(j+1)}$ оценивается из (48). Аналогично, при переходе от $G_{i(j-1)}$ к G_{ij} , где это достигается за счет выбора Δ и r в $G_{i(j-1)}$. Отсюда для $\varepsilon_0 \leq 2^{-k-1}\varepsilon$ найдется $\delta > 0$, и такие Δ, r для последовательности (32) в $G_{i(j-1)}$, что выполняются соотношения:

$$\exists \Delta_0 = \text{const}, \forall \Delta, 0 < \Delta \leq \Delta_0, \Delta = \text{const}, \exists \tilde{r} = r(i, j-1, k, Q, \Delta, \delta):$$

$$\max_{G_{i(j-1)}} \left| \bar{u}_{\Delta}(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n r}(x, t) \right| \leq \delta \quad \forall r \geq \tilde{r}, \quad (49)$$

и

$$\max_{G_{ij}} \left| \tilde{u}_{\Delta}(x, t_0) - \bar{u}_{\Delta}(x, t_0) \right| \leq \delta, \quad t_0 = t_0(i, j),$$

поэтому, в силу устойчивости,

$$\max_{G_{ij}} \left| \tilde{u}_{\Delta}(x, t) - \bar{u}_{\Delta}(x, t) \right| \leq 2^{-k-1}\varepsilon. \quad (50)$$

Пусть $\bar{r} = \max(r, \tilde{r})$, $\bar{\Delta} = \min(\Delta_1, \Delta_0)$, где r и Δ_1 из (48), \tilde{r} и Δ_0 из (49). Из (48) и (50)

$$\max_{G_{ij}} \left| \tilde{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k 2n r}(x, t) \right| \leq 2^{-k} \varepsilon \quad \forall r \geq \bar{r}, \Delta = \text{const}, 0 < \Delta \leq \bar{\Delta}. \quad (51)$$

Поскольку число подобластей 2^{2k} зафиксировано, можно выбрать наименьшее по всем i, j значение $\underline{\Delta} = \Delta_{\min}$, и, при этом значении $\underline{\Delta}$, наибольший по всем i, j номер r_{\max} , которые обеспечат выполнение (48), следствия 2, соотношений (49), а также (50), (51) одновременно во всех подобластях G_{ij} :

$$\max_{\forall i, j: G_{ij} \in G} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k 2n r}(x, t) \right| \leq 2^{-k} \varepsilon \quad \forall r \geq r_{\max}, \Delta = \text{const}, 0 < \Delta \leq \Delta_{\min}, \quad (52)$$

где $\Delta_{\min} = \Delta_{\min}(k)$, $\Delta_{\min} = \text{const}$, $r_{\max} = \max_{\forall i, j: G_{ij} \in G} r(i, j, k, Q, \Delta, \varepsilon)$. Суммой отклонений во всех подобластях слоя $\bigcup_{j=0}^{2^k-1} G_{ij}$, $i = \text{const}$, можно оценить максимальное отклонение кусочно-интерполяционного приближения с итерационным уточнением от точного невозмущенного решения задачи (30) во всем этом слое:

$$\max_{\bigcup_{j=0}^{2^k-1} G_{ij}, i \in 0, 2^k-1} \left| u_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k 2n r}(x, t) \right|_{(x, t) \in G_{ij}} \leq \sum_{k=0}^{2^k-1} 2^{-k} \varepsilon \quad \forall r \geq r_{\max}, \Delta = \text{const}, 0 < \Delta \leq \Delta_{\min},$$

или

$$\max_{\bigcup_{j=0}^{2^k-1} G_{ij}, i \in 0, 2^k-1} \left| u_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k 2n r}(x, t) \right|_{(x, t) \in G_{ij}} \leq \varepsilon \quad \forall r \geq r_{\max}, \Delta = \text{const}, 0 < \Delta \leq \Delta_{\min}.$$

Согласно выбору максимума в (52), использованному в этих оценках, они сохраняются для любого слоя $\bigcup_{j=0}^{2^k-1} G_{ij}$ с постоянным $i \in 0, 2^k-1$ из области G . Отсюда, а также из того, что по построению вспомогательной задачи (30) при любом Δ из (29) $u_\Delta(x, t) \equiv u(x, t) \quad \forall (x, t) \in G_{ij}$, где $u(x, t)$ – решение уравнения (23), вытекает

Лемма 3. В условиях леммы 2 кусочно-интерполяционное приближение с итерационным уточнением (32) решения задачи (30) равномерно сходится в области G к решению $u(x, t)$ задачи (23). При этом

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \Delta_{\min} = \text{const}, \forall \Delta, 0 < \Delta \leq \Delta_{\min}, \Delta = \text{const}, \exists r_{\max} = \max_{\forall i, j: G_{ij} \in G} r(i, j, k, Q, \Delta, \varepsilon):$$

$$\max_{\forall i, j: G_{ij} \in G} \left| u(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k 2n r}(x, t) \right|_{(x, t) \in G_{ij}} < \varepsilon \quad \forall r \geq r_{\max}. \quad (53)$$

Относительно равномерной и кусочной непрерывности последовательных приближений без изменений повторяется утверждение следствия 1, с той оговоркой, что оно относится не только к решению задачи (30), но также и к решению задачи (23).

Замечание 2. Условия и утверждение леммы 3 сохраняются без существенных изменений, если кусочно-интерполяционное приближение решения задачи (30) с итерационным уточнением применить к решению задачи

$$\frac{\partial u_\Delta(x, t)}{\partial t} + a(x, t) \frac{u_\Delta(x + \Delta, t) - u_\Delta(x, t)}{\Delta} = f(x, t), \quad u_\Delta(x, 0) = \varphi(x), \quad (54)$$

в виде

$$\begin{aligned} & {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k 2n r}(x, t) = {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k 2n r}(x, t_0) + \\ & + \int_{t_0}^t \left(f(x, t) - a(x, t) \frac{{}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k 2n(r-1)}(x + \Delta, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k 2n(r-1)}(x, t)}{\Delta} \right) dt + {}^t c_{u 2k 2n}. \end{aligned} \quad (55)$$

Аналогично предыдущему, доказываем сходимость (55) к решению $u_\Delta(x, t)$ задачи (54), а также приближение этого решения с точностью до $2^{-1}\varepsilon$. Из того, что

$$|u_\Delta(x, t) - u(x, t)| \leq \int_{t_0}^t |a(x, t)| \left| \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} - \frac{u(x + \Delta, t) - u(x, t)}{\Delta} \right| dt \quad \forall (x, t) \in G_{ij}, (x + \Delta, t) \in G_{\Delta ij},$$

где $u(x, t)$ – решение задачи (23), с учетом (29), следует $\max |u_\Delta(x, t) - u(x, t)| \leq MT\varepsilon_0$. При выборе $\varepsilon_0 \leq 2^{-1}(MT)^{-1}\varepsilon$ получится $|u_\Delta(x, t) - u(x, t)| \leq 2^{-1}\varepsilon$. В результате (55) будет приближать $u(x, t)$ с точностью до ε .

Тем не менее сходимость (32) к решению задачи (30) означает сходимость непосредственно к решению задачи (23), что используется ниже.

Сходимость основной последовательности к решению линейного уравнения переноса

Для перехода от (32) к (28), в условиях леммы 3 и с учетом (53), предварительно оценивается разность

$$D_{r-1} = \frac{\partial {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)}{\partial x} - \frac{{}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x + \Delta, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)}{\Delta}. \quad (56)$$

С применением теоремы о среднем,

$$|D_{r-1}| = \left| \frac{\partial {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)}{\partial x} - \frac{\partial {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=\tilde{\xi}} \right|, \quad \tilde{\xi} = x + \tilde{\alpha}\Delta, \quad 0 < |\tilde{\alpha}| < 1. \quad (57)$$

Повторное применение теоремы влечет

$$|D_{r-1}| = \left| \frac{\partial^2 {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=\bar{\gamma}} \right| \times |\overline{\Delta x}|, \quad |\overline{\Delta x}| < |\tilde{\alpha}|\Delta, \quad \bar{\gamma} = x + \bar{\beta}\overline{\Delta x}, \quad 0 < |\bar{\beta}| < 1. \quad (58)$$

По построению, $\frac{\partial^2 {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=\bar{\gamma}} = \frac{1}{h_x} \frac{\partial \bar{\Psi}_{\Delta u 2k2n(r-1)}^{ij}(z, w)}{\partial z} \Big|_{x=\bar{\gamma}}$, где z, w из (20), отсюда

$$\left| \frac{\partial^2 {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=\bar{\gamma}} \right| \leq \max_{G_{ij}} \frac{1}{h_x} \left| \frac{\partial \bar{\Psi}_{\Delta u 2k2n(r-1)}^{ij}(z, w)}{\partial z} \right|. \quad (59)$$

Правая часть (59) ограничена в силу следующих причин. Последовательность (32) сходится к решению $u(x, t)$ задачи (23), и выполнено (53). Функция $u(x, t)$ ограничена в G (в G_Δ), в частности в G_{ij} , поэтому при $\forall r \geq r_{\max} + 1$ значения ${}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)$ также ограничены в G_{ij} . Поскольку $r_{\max} = \text{const}$, то и вся последовательность ${}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)$ ограничена в $G_{ij} \quad \forall r = 1, 2, \dots$. В G, G_Δ и G_{ij} ограничена функция $f_\Delta(x, u_\Delta, t)$. Как следствие, при замене

$u(x + \Delta, t), u(x, t)$ в выражении $f_\Delta(x, u_\Delta, t) - a(x, t) \frac{u_\Delta(x + \Delta, t) - u_\Delta(x, t)}{\Delta}$ из (30) на полиномы ${}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x + \Delta, t), {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)$ последовательность данных выражений останется ограниченной в G_{ij} . Элементы именно этой последовательности интерполируются полиномами $\bar{\Psi}_{\Delta u 2k2n(r-1)}^{ij}(z, w)$:

$$\bar{\Psi}_{\Delta u 2k2n(r-1)}^{ij}(z, w) \approx a(x, t) \frac{{}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x + \Delta, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)}{\Delta} - f_\Delta(x, {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t), t).$$

В процессе итерационного уточнения полином $\bar{\Psi}_{\Delta u 2k2n(r-1)}^{ij}(z, w)$ не меняет степень и расстояние между узлами, при этом множество всех узловых значений оказывается ограниченным в продолжение всего итерационного процесса. Структура полинома аналогична (7), таким образом, ограничены его коэффициенты. В то же время коэффициенты стоят перед не меняющимися частями полинома, которые непрерывны в G_{ij} .

Отсюда полином $\bar{\Psi}_{\Delta u 2k2n(r-1)}^{ij}(z, w)$ ограничен в G_{ij} . Взятие производной от полинома с рассматриваемыми свойствами сохраняет ограниченность коэффициентов и непрерывность выражения полинома, представляющего производную. В результате

$$\max_{G_{ij}} \frac{1}{h_x} \left| \frac{\partial \bar{\Psi}_{\Delta u 2k2n(r-1)}^{ij}(z, w)}{\partial z} \right| \leq c_0, c_0 = \text{const}. \text{ С учетом } n \leq N_0, N_0 = \text{const}, \text{ и } k = \text{const},$$

$$\exists C_0 = \text{const}: \max_G \frac{1}{h_x} \left| \frac{\partial \bar{\Psi}_{\Delta u 2k2n(r-1)}^{ij}(z, w)}{\partial z} \right| \leq C_0. \text{ Подстановка } C_0 \text{ в (59), затем в (58), с учетом (57) влечет } |D_{r-1}| \leq C_0 \times \Delta. \text{ Отсюда } \forall \varepsilon > 0 \text{ при априорном выборе } \Delta \leq \varepsilon C_0^{-1} \text{ будет выполнено}$$

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \Delta_{\min} = \text{const}, \forall \Delta, 0 < \Delta \leq \min(\Delta_{\min}, \varepsilon C_0^{-1}), \Delta = \text{const}, \exists R_{\max} = \max_{\forall i, j: G_{ij} \in G} r(i, j, k, Q, \Delta, \varepsilon):$$

$$\max_G |D_{r-1}| \leq \varepsilon \quad \forall r \geq R_{\max}. \quad (60)$$

Пусть наряду с (32) рассматривается последовательность

$${}^i \bar{P}_{u_{\Delta} 2k2n r}(x, t) = {}^i \bar{P}_{u_{\Delta} 2k2n}(x, t_0) + \int_{t_0}^t \left(f_{\Delta}(x, {}^i \bar{P}_{u_{\Delta} 2k2n(r-1)}(x, t), t) - a(x, t) \frac{\partial {}^i \bar{P}_{u_{\Delta} 2k2n(r-1)}(x, t)}{\partial x} - c_{u_{\Delta} 2k2n} \right) dt, r = 1, 2, \dots \quad (61)$$

Из (33) и (61), при равенстве начальных условий в G_{ij} ,

$$\begin{aligned} \bar{u}_{\Delta}(x, t) - {}^i \bar{P}_{u_{\Delta} 2k2n r}(x, t) &= \\ &= \int_{t_0}^t \left(f_{\Delta}(x, \bar{u}_{\Delta}, t) - f_{\Delta}(x, {}^i \bar{P}_{u_{\Delta} 2k2n(r-1)}(x, t), t) - a(x, t) \left(\frac{\bar{u}_{\Delta}(x + \Delta, t) - \bar{u}_{\Delta}(x, t)}{\Delta} - \frac{\partial {}^i \bar{P}_{u_{\Delta} 2k2n(r-1)}(x, t)}{\partial x} \right) - c_{2k2n} \right) dt. \end{aligned} \quad (62)$$

В обозначении $F_{r-1} = f_{\Delta}(x, \bar{u}_{\Delta}, t) - f_{\Delta}(x, {}^i \bar{P}_{u_{\Delta} 2k2n(r-1)}(x, t), t)$ (62) эквивалентно

$$\begin{aligned} \bar{u}_{\Delta}(x, t) - {}^i \bar{P}_{u_{\Delta} 2k2n r}(x, t) &= \\ &= \int_{t_0}^t (F_{r-1} - a(x, t) \Delta^{-1} (\bar{u}_{\Delta}(x + \Delta, t) - {}^i \bar{P}_{u_{\Delta} 2k2n(r-1)}(x + \Delta, t) - (\bar{u}_{\Delta}(x, t) - {}^i \bar{P}_{u_{\Delta} 2k2n(r-1)}(x, t)))) + a(x, t) D_{r-1} - c_{2k2n} dt, \end{aligned}$$

D_{r-1} из (56). Применение условия Липшица к F_{r-1} влечет

$$\begin{aligned} &|\bar{u}_{\Delta}(x, t) - {}^i \bar{P}_{u_{\Delta} 2k2n r}(x, t)| \leq \\ &\leq \int_{t_0}^t \left(\tilde{L} |\bar{u}_{\Delta}(x, t) - {}^i \bar{P}_{u_{\Delta} 2k2n(r-1)}(x, t)| + 2M \Delta^{-1} \max_{G_{ij}} |\bar{u}_{\Delta}(x, t) - {}^i \bar{P}_{u_{\Delta} 2k2n(r-1)}(x, t)| + |a(x, t) D_{r-1} - c_{2k2n}| \right) dt. \end{aligned} \quad (63)$$

Пусть $\bar{c}_{2k2n} = a(x, t) D_{r-1} - c_{2k2n}$. Согласно (60) $|a(x, t) D_{r-1}| \leq M \varepsilon \quad \forall r \geq R_{\max}$. Если априори выбрать $\forall \varepsilon > 0$ так, чтобы $M \varepsilon \leq \max_G |c_{2k2n}|$, то при $\Delta, \Delta_{\min}, R_{\max}$ из (60), взятых для данного ε ,

$$\max_G |\bar{c}_{2k2n}| \leq 2 \max_G |c_{2k2n}| \quad \forall r \geq R_{\max}. \quad (64)$$

В предположении $\Delta \leq 1$ из (63) следует $\forall (x, t) \in G_{ij}, (x + \Delta, t) \in G_{\Delta ij}$:

$$\left| \bar{u}_{\Delta}(x, t) - {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n r}(x, t) \right| \leq \int_{t_0}^t \left((\tilde{L} + 2M\Delta^{-1}) \max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_{\Delta}(x, t) - {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t) \right| + \max_G \left| \bar{c}_{2k 2n} \right| \right) dt,$$

и

$$\max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_{\Delta}(x, t) - {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n r}(x, t) \right| \leq \int_{t_0}^t \left((\tilde{L} + 2M\Delta^{-1}) \max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_{\Delta}(x, t) - {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t) \right| + \max_G \left| \bar{c}_{2k 2n} \right| \right) dt. \quad (65)$$

Для (65) с точностью до обозначений и постоянных множителей воспроизводятся все рассуждения, преобразования и соотношения от (35) до (53) включительно. С такой оговоркой рассматриваемые преобразования инвариантны относительно Δ , выбранного в (60) и, соответственно, в (64). В (64) предполагалось $\varepsilon \leq M^{-1} \max_G \left| c_{2k 2n} \right|$, $\Delta \leq \varepsilon C_0^{-1}$, или, $\Delta \leq C_0^{-1} M^{-1} \max_G \left| c_{2k 2n} \right|$. С этим ограничением получится, –

$$\begin{aligned} \forall \varepsilon > 0 \exists \Delta_{\min} = \text{const}, \forall \Delta, 0 < \Delta \leq \min \left(\Delta_{\min}, C_0^{-1} M^{-1} \max_G \left| c_{2k 2n} \right| \right), \\ \Delta = \text{const}, \exists R_{\max} = \max_{\forall i, j: G_{ij} \in G} r(i, j, k, Q, \Delta, \varepsilon): \\ \max_{\forall i, j: G_{ij} \in G} \left| u_{\Delta}(x, t) - {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n r}(x, t) \right|_{(x, t) \in G_{ij}} \leq \varepsilon \quad \forall r \geq R_{\max}, \end{aligned} \quad (66)$$

где ${}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n r}(x, t)$ из (61), $u_{\Delta}(x, t)$ – решение задачи (30). Поскольку $u_{\Delta}(x, t) \equiv u(x, t) \quad \forall (x, t) \in G$, последовательность (61) с оценкой (66) приближает решение задачи (23). По сравнению с (40)–(53) изменится коэффициент в аналоге (40). Именно, при выполнении оценки ε_{k_0} с учетом (64) получится $\varepsilon_{k_0} = \max_{G_{ij}} \left| \varphi_{ij}(x, t_0) - {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n 0}(x, t_0) \right| \leq 2 \max_{G_{ij}} \left| {}^t c_{u_{\Delta} 2k 2n} \right|$. Соответ-

ственно, \tilde{C} потребуется заменить на $2\tilde{C}$. Если обозначить $\tilde{c}_{kh} = 2\tilde{C}2^{-k(2n+2)}h^{2n+1}$, то вид дальнейших оценок сохранится. Таким образом, имеет место

Лемма 4. В условиях леммы 2 кусочно-интерполяционное приближение с итерационным уточнением вида (61) решения задачи (30) равномерно сходится в области G к решению $u(x, t)$ задачи (23). При этом $\forall \varepsilon > 0$ выполняется соотношение (66), где $u_{\Delta}(x, t) \equiv u(x, t) \quad \forall (x, t) \in G$. Относительно равномерной и кусочной непрерывности последовательных приближений (61) без изменений повторяется утверждение леммы 3.

В (61), в силу леммы 4, для Δ из (66) $f_{\Delta}(x, {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t), t) \rightarrow f_{\Delta}(x, u(x, t), t)$, $r \rightarrow \infty$, и

$$\forall \varepsilon > 0 \exists r_{\Delta}: \left| f_{\Delta}(x, {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t), t) - f_{\Delta}(x, u(x, t), t) \right| \leq 2^{-2} \varepsilon \quad \forall r \geq r_{\Delta}. \quad (67)$$

С другой стороны, из (23), (30) и (29) следует

$$\exists \Delta_{\varepsilon}, \Delta_{\varepsilon} = \text{const}, \forall \Delta, 0 < \Delta \leq \Delta_{\varepsilon}, \Delta = \text{const}: \left| f_{\Delta}(x, u, t) - f(x, t) \right| \leq 2^{-2} \varepsilon. \quad (68)$$

Пусть рассматривается аналог последовательности (61), получаемый заменой в (61) $f_{\Delta}(x, {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t), t)$ на $f(x, t) + f_{\Delta}(x, {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t), t) - f(x, t)$, при этом разность $f_{\Delta}(x, {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t), t) - f(x, t)$ присоединяется к остаточному члену $-c_{u_{\Delta} 2k 2n}$ и в сумме образует новый остаточный член $-\tilde{c}_{u_{\Delta} 2k 2n}$. Из (67), (68) $\left| f_{\Delta}(x, {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t), t) - f(x, t) \right| \leq 2^{-1} \varepsilon$ при условии $\Delta \leq \Delta_{\varepsilon}$ и $r \geq r_{\Delta}$. В предположении $2^{-1} \varepsilon \leq \max_G \left| c_{2k 2n} \right|$, получится $\max_G \left| \tilde{c}_{2k 2n} \right| \leq 2 \max_G \left| c_{2k 2n} \right|$. В результате,

$${}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n r}(x, t) = {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n}(x, t_0) + \int_{t_0}^t \left(f(x, t) - a(x, t) \frac{\partial {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t)}{\partial x} - \tilde{c}_{u_{\Delta} 2k 2n} \right) dt, \quad r = 1, 2, \dots, \quad (69)$$

где

$$\max_G \left| \tilde{c}_{2k 2n} \right| \leq 2 \max_G \left| c_{2k 2n} \right|, \quad \Delta = \text{const}, \quad 0 < \Delta \leq \Delta_{\varepsilon}, \quad r \geq r_{\Delta}. \quad (70)$$

Из (33) и (69), при условии равенства начальных условий в G_{ij} ,

$$\begin{aligned} & \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2nr}(x, t) = \\ & = \int_{t_0}^t \left(f_\Delta(x, \bar{u}_\Delta, t) - f(x, t) - a(x, t) \left(\frac{\bar{u}_\Delta(x + \Delta, t) - \bar{u}_\Delta(x, t)}{\Delta} - \frac{\partial {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)}{\partial x} \right) - \tilde{c}_{2k2n} \right) dt, \end{aligned}$$

или

$$\bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2nr}(x, t) = \int_{t_0}^t \left(-a(x, t) \left(\frac{\bar{u}_\Delta(x + \Delta, t) - \bar{u}_\Delta(x, t)}{\Delta} - \frac{\partial {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)}{\partial x} \right) - \tilde{c}_{2k2n}^{(0)} \right) dt, \quad (71)$$

где $\tilde{c}_{2k2n}^{(0)} = f_\Delta(x, \bar{u}_\Delta, t) - f(x, t) - \tilde{c}_{2k2n}$ – новый остаточный член. При этом согласно (70) и (68), с учетом предположения $2^{-1}\epsilon \leq \max_G |c_{2k2n}|$,

$$\begin{aligned} & \forall \epsilon > 0, \quad \epsilon \leq 2 \max_G |c_{2k2n}|, \quad \exists \tilde{\Delta}_\epsilon = \text{const}: \forall \Delta, \quad 0 < \Delta \leq \tilde{\Delta}_\epsilon, \quad \Delta = \text{const}, \quad \exists \tilde{r}_\Delta: \\ & \max_G |\tilde{c}_{2k2n}^{(0)}| \leq 2.5 \max_G |c_{2k2n}| \quad \forall r \geq \tilde{r}_\Delta. \end{aligned} \quad (72)$$

Тождественное преобразование (71) с учетом (56) влечет

$$\begin{aligned} & \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2nr}(x, t) = \\ & = \int_{t_0}^t \left(-a(x, t) \left(\frac{\bar{u}_\Delta(x + \Delta, t) - \bar{u}_\Delta(x, t)}{\Delta} - D_{r-1} - \frac{{}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x + \Delta, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)}{\Delta} \right) - \tilde{c}_{2k2n}^{(0)} \right) dt \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} & \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2nr}(x, t) = \\ & = \int_{t_0}^t \left(-a(x, t) \Delta^{-1} (\bar{u}_\Delta(x + \Delta, t) - \bar{u}_\Delta(x, t) - ({}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x + \Delta, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t))) + \bar{c}_{2k2n} \right) dt, \end{aligned}$$

где $\bar{c}_{2k2n} = a(x, t) D_{r-1} - \tilde{c}_{2k2n}^{(0)}$. Ввиду $|a(x, t) D_{r-1}| \leq M \epsilon \quad \forall r \geq R_{\max}$, в предположении $M \epsilon \leq |\tilde{c}_{2k2n}^{(0)}|$, будет выполняться $\max_G |\bar{c}_{2k2n}| \leq 3.5 \max_G |c_{2k2n}|$. Аналогично предыдущему, предположение относительно ϵ повлечет изменение ограничений Δ и r . Именно, с учетом (72),

$$\begin{aligned} & \forall \epsilon > 0, \quad \epsilon \leq M^{-1} |\tilde{c}_{2k2n}^{(0)}|, \\ & \exists \bar{\Delta}_\epsilon = \text{const}, \quad 0 < \bar{\Delta}_\epsilon \leq \min \left(\Delta_\epsilon, \tilde{\Delta}_\epsilon, \Delta_{\min}, C_0^{-1} M^{-1} \max_G |c_{2k2n}| \right): \forall \Delta, \quad 0 < \Delta \leq \bar{\Delta}_\epsilon, \quad \Delta = \text{const}, \\ & \exists \bar{r}_\Delta, \bar{r}_\Delta \geq \max(r_\Delta, \tilde{r}_\Delta, R_{\max}), \quad \text{такие, что } \forall r \geq \bar{r}_\Delta \text{ выполняется} \end{aligned}$$

$$\forall (x, t) \in G_{ij}, (x + \Delta, t) \in G_{\Delta ij}: \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2nr}(x, t) \right| \leq 2M \Delta^{-1} \int_{t_0}^t \left(\max_{G_{ij}} |\bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)| + \bar{c}_{2k2n} \right) dt,$$

и, в тех же условиях,

$$\max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2nr}(x, t) \right| \leq 2M \Delta^{-1} \int_{t_0}^t \left(\max_{G_{ij}} |\bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t)| + \bar{c}_{2k2n} \right) dt.$$

Остается повторить проделанные ранее рассуждения, чтобы с точностью до обозначений, значений констант и постоянных множителей вывести аналог соотношения (66), в котором $u_\Delta(x, t) \equiv u(x, t) \quad \forall (x, t) \in G$ из (23), ${}^t\bar{P}_{u_\Delta 2k2nr}(x, t)$ из (69) с точностью до обо-

значения совпадает с ${}^i\bar{P}_{u_{2k2nr}}(x, t)$ из (28). Отсюда рассуждения, проделанные с данными видоизменениями для ${}^i\bar{P}_{u_{2k2nr}}(x, t)$ из (69) и $u_{\Delta}(x, t)$ из (30), сохраняются для ${}^i\bar{P}_{u_{2k2nr}}(x, t)$ из (28) и $u(x, t)$ из (23). Сохраняются также описанные выше ограничения значений констант. Однако они дополнительно скорректируются при введении аналога соотношений (36), (37) путем выбора Q для нового остаточного члена \bar{c}_{2k2n} . Чтобы не усложнять обозначений, ниже данные ограничения неявно подразумеваются, но не детализируются. С этой оговоркой, в условиях леммы 2, выполняется соотношение

$$\forall \varepsilon > 0 \exists r_{\Delta\varepsilon} : \max_{\forall (x,t) \in G_{ij}, \forall i,j: G_{ij} \in G} \left| u(x, t) - {}^i\bar{P}_{u_{2k2nr}}(x, t) \right|_{(x,t) \in G_{ij}} \leq \varepsilon \quad \forall r \geq r_{\Delta\varepsilon}, \quad (73)$$

где $u(x, t)$ – решение уравнения (23), ${}^i\bar{P}_{u_{2k2nr}}(x, t)$ из (28); по построению $r_{\Delta\varepsilon}$ зависит от ε, Δ и $\Delta_{\varepsilon_0} = \text{const}$: $\forall \Delta, 0 < \Delta \leq \Delta_{\varepsilon_0}, \Delta = \text{const}, \Delta$ из (29); Δ_{ε_0} существует в качестве параметра условий сходимости (69), на основе которых доказывается сходимость (28).

Имеет место

Теорема 2. Пусть в области G из (1)–(3) зафиксировано 2^{2k} подобластей. Пусть в каждой подобласти G_{ij} уравнение (24) рассматривается с теми же начальными условиями на границе с $G_{i(j-1)}$ с которыми выполняются итерации (28), при этом они сохраняются с изменением номера итерации: $\bar{u}(x, t_0) = \varphi_{ij}(x, t_0), {}^i\bar{P}_{u_{2k2nr}}(x, t_0) = \varphi_{ij}(x, t_0), r = 0, 1, \dots, t_0 = t_0(i, j)$. Тогда кусочно-интерполяционное приближение с итерационным уточнением (28) решения задачи (23) равномерно сходится в G к решению $u(x, t)$ с оценкой (73). Относительно равномерной и кусочной непрерывности последовательных приближений (28) без принципиальных изменений формулируется аналог утверждения леммы 4, данного относительно приближений (61).

Приближение частных производных

Пусть выполнены условия леммы 2 и теоремы 2. Тогда

$$\left| \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} - \frac{\partial {}^i\bar{P}_{u_{2k2nr}}(x, t)}{\partial x} \right| \leq a_1 + a_2 + a_3,$$

где

$$a_1 = \left| \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} - \frac{u(x + \Delta, t) - u(x, t)}{\Delta} \right|,$$

$$a_2 = \left| \frac{u(x + \Delta, t) - u(x, t)}{\Delta} - \frac{{}^i\bar{P}_{u_{2k2nr}}(x + \Delta, t) - {}^i\bar{P}_{u_{2k2nr}}(x, t)}{\Delta} \right|,$$

$$a_3 = \left| \frac{{}^i\bar{P}_{u_{2k2nr}}(x + \Delta, t) - {}^i\bar{P}_{u_{2k2nr}}(x, t)}{\Delta} - \frac{\partial {}^i\bar{P}_{u_{2k2nr}}(x, t)}{\partial x} \right|.$$

Слагаемое a_1 оценивается из (29), для оценки a_3 можно повторить рассуждения, проделанные для (56)–(60). При этом $\Delta = \text{const}$ можно считать столь малым, что $a_1 \leq 3^{-1}\varepsilon_0$ и $a_3 \leq 3^{-1}\varepsilon_0$. Кроме того, $a_2 \leq 2\Delta^{-1} \max_{\forall (x,t) \in G_{ij}} \left| u(x, t) - {}^i\bar{P}_{u_{2k2nr}}(x, t) \right|$. В (73) для такого Δ ничто не исключает $\varepsilon \leq 6^{-1}\Delta \varepsilon_0$, при необходимости можно указать соответственные Δ_ε и $r_{\Delta\varepsilon}$. Тогда $a_2 \leq 3^{-1}\varepsilon_0$. В неравенствах можно перейти к максимуму по $\forall i, j: G_{ij} \in G$. В результате

$$\forall \varepsilon_0 > 0 \exists \Delta_{\varepsilon_0} = \text{const}, \exists r_{\Delta\varepsilon_0} : \max_{\forall (x,t) \in G_{ij}, \forall i,j: G_{ij} \in G} \left| \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} - \frac{\partial {}^i\bar{P}_{u_{2k2nr}}(x, t)}{\partial x} \right|_{(x,t) \in G_{ij}} \leq \varepsilon_0 \quad \forall r \geq r_{\Delta\varepsilon_0}. \quad (74)$$

Производная $\frac{\partial u}{\partial t}$ приближается с оценкой, зависящей от размера подобласти. Из (23) и (69)

$$\left| \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2nr}(x, t)}{\partial t} \right| \leq M \left| \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n(r-1)}(x, t)}{\partial x} \right| + c 2^{-k(2n+1)} h^{2n+1}, \quad r = 1, 2, \dots, \text{ где учитывается}$$

$$(70) \text{ и } c = 2C. \text{ С подстановкой (74), } \left| \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2nr}(x, t)}{\partial t} \right| \leq M \varepsilon_0 + c 2^{-k(2n+1)} h^{2n+1} \quad \forall r \geq r_{\Delta \varepsilon_0}.$$

Здесь и в (74) вместо ε_0 можно взять $\min(\varepsilon_0, M^{-1}\varepsilon_0)$, соответственно скорректировав Δ_{ε_0} и $r_{\Delta \varepsilon_0}$. Тогда

$$\forall \varepsilon_0 > 0 \exists \Delta_{\varepsilon_0} = \text{const}, \exists r_{\Delta \varepsilon_0} : \max_{\forall (x, t) \in G_{ij}, \forall i, j: G_{ij} \in G} \left| \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2nr}(x, t)}{\partial t} \right| \leq \varepsilon_0 + c 2^{-k(2n+1)} h^{2n+1},$$

$$c = \text{const}, \forall r \geq r_{\Delta \varepsilon_0}.$$

Случай квазилинейного уравнения переноса

Пусть рассматривается задача

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a(u, x, t) \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, t), \quad u(x, 0) = \varphi(x), \quad (75)$$

где принимается, что $f(x, t)$ – заданная функция в области $\{(x, t) | x \in R, t \geq 0\}$, $\varphi(x)$ – заданная функция $x \in R$, $a(u, x, t)$ – функция, заданная в области $\{|u(x, t) - u(x, 0)| \leq \tilde{B}; (x, t) | x \in R, t \geq 0\}$, \tilde{B} – некоторая постоянная, выбор которой оговаривается аналогично условию I. Изложенный выше метод рассматривается в предположениях I–III, с тем изменением, что $a(u, x, t)$ задана в области $\tilde{R}_u = \{|u(x, t) - u(x, 0)| \leq \tilde{B}; (x, t) \in G\}$, и относительно (75) приняты все предположения, сделанные относительно (23). Из (75)

$$u(x, t) = u(x, t_0) + \int_{t_0}^t f(x, t) - a(u, x, t) \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} dt, \quad u(x, 0) = \varphi(x).$$

Аналогично предыдущему, определяются последовательности

$$\bar{\Psi}_{\partial u 2k 2n(r-1)}^{ij}(z, w) = f(x, t) - a({}^t \bar{P}_{u 2k 2n(r-1)}(x, t), x, t) \frac{\partial {}^t \bar{P}_{u 2k 2n(r-1)}(x, t)}{\partial x} + c_{2k 2n},$$

$${}^t \bar{P}_{u 2k 2nr}(x, t) = {}^t \bar{P}_{u 2k 2nr}(x, t_0) + \int_{t_0}^t \bar{\Psi}_{\partial u 2k 2n(r-1)}^{ij}(z, w) dt + {}^t c_{u 2k 2n},$$

где z, w из (20). Отсюда,

$${}^t \bar{P}_{u 2k 2nr}(x, t) = {}^t \bar{P}_{u 2k 2nr}(x, t_0) + \int_{t_0}^t \left(f(x, t) - a({}^t \bar{P}_{u 2k 2n(r-1)}(x, t), x, t) \frac{\partial {}^t \bar{P}_{u 2k 2n(r-1)}(x, t)}{\partial x} \right) dt + {}^t c_{u 2k 2n}.$$

Рассматривается вспомогательная задача

$$\frac{\partial u_{\Delta}}{\partial t} + a(u, x, t) \frac{u_{\Delta}(x + \Delta, t) - u_{\Delta}(x, t)}{\Delta} = f_{\Delta}(x, t), \quad u_{\Delta}(x, 0) = \varphi(x), \quad (76)$$

где

$(x, t) \in G, (x + \Delta, t) \in G_{\Delta}, f_{\Delta}(x, t) = f(x, t) - a(u, x, t) \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{u(x + \Delta, t) - u(x, t)}{\Delta} \right), u_{\Delta}(x, t) \equiv u(x, t)$
из (75) $\forall (x, t) \in G, \Delta = \text{const}$ произвольно выбрано в соответствии с (29). В G_{ij} при $t_0 = t_0(i, j)$ (75) преобразуется к виду

$$u_{\Delta}(x, t) = u_{\Delta}(x, t_0) + \int_{t_0}^t \left(f_{\Delta}(x, t) - a(u, x, t) \frac{u_{\Delta}(x + \Delta, t) - u_{\Delta}(x, t)}{\Delta} \right) dt, \quad u_{\Delta}(x, t_0) = \varphi_{ij}(x), \quad (77)$$

где $(x, t) \in G_{ij}$, $(x + \Delta, t) \in G_{\Delta ij}$. Строится последовательность

$$\begin{aligned} & {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n r}(x, t) = \\ & = {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n r}(x, t_0) + \int_{t_0}^t \left(f_{\Delta}(x, t) - a({}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t), x, t) \frac{{}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x + \Delta, t) - {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t)}{\Delta} \right) dt + {}^t c_{u_{\Delta} 2k 2n}. \end{aligned} \quad (78)$$

Пусть в (77) и (78) начальные условия одинаковы: $\bar{u}_{\Delta}(x, t_0) = {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n r}(x, t_0)$, $r = 0, 1, \dots$, $t_0 = t_0(i, j)$, решение $\bar{u}_{\Delta}(x, t)$ отмечается чертой. Тогда

$$\begin{aligned} & \bar{u}_{\Delta}(x, t) - {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n r}(x, t) = \\ & = \int_{t_0}^t \left(-a(\bar{u}_{\Delta}, x, t) \frac{\bar{u}_{\Delta}(x + \Delta, t) - \bar{u}_{\Delta}(x, t)}{\Delta} + a({}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t), x, t) \frac{{}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x + \Delta, t) - {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t)}{\Delta} \right) dt + {}^t c_{u_{\Delta} 2k 2n}. \end{aligned} \quad (79)$$

Выражение под знаком интеграла преобразуется в сумму $A_1 + A_2$, где

$$A_1 = \Delta^{-1} (a(\bar{u}_{\Delta}, x, t) \bar{u}_{\Delta}(x, t) - a({}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t), x, t) {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t)),$$

$$A_2 = \Delta^{-1} (-a(\bar{u}_{\Delta}, x, t) \bar{u}_{\Delta}(x + \Delta, t) + a({}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t), x, t) {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x + \Delta, t)).$$

В A_1 можно добавить и вычесть $\Delta^{-1} a({}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t), x, t) \bar{u}_{\Delta}(x, t)$. Отсюда

$$\begin{aligned} |A_1| & \leq \Delta^{-1} (|\bar{u}_{\Delta}(x, t)| |a(\bar{u}_{\Delta}, x, t) - a({}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t), x, t)| + \\ & + |a({}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t), x, t)| |\bar{u}_{\Delta}(x, t) - {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t)|). \end{aligned}$$

Учитывая аналог замечания 1, можно применить условие Липшица к функции $a(\bar{u}_{\Delta}, x, t)$:

$$\begin{aligned} |A_1| & \leq \Delta^{-1} (\tilde{L} |\bar{u}_{\Delta}(x, t)| |\bar{u}_{\Delta}(x, t) - {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t)| + \\ & + |a({}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t), x, t)| |\bar{u}_{\Delta}(x, t) - {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t)|), \end{aligned}$$

$$\tilde{L} = \text{const}.$$

В результате $|A_1| \leq \Delta^{-1} (\bar{c} \tilde{L} |\bar{u}_{\Delta}(x, t) - {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t)| + \tilde{M} |\bar{u}_{\Delta}(x, t) - {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t)|)$, где $\bar{c} = \max_G |\bar{u}_{\Delta}(x, t)|$, $\bar{c} = \text{const}$, $\tilde{M} = \max_G |a(\bar{u}, x, t)|$, $\tilde{M} = \text{const}$. Отсюда

$$|A_1| \leq \tilde{c} \max_{G_{ij}} |\bar{u}_{\Delta}(x, t) - {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t)|, \quad \tilde{c} = 2\Delta^{-1} \max(\bar{c} \tilde{L}, \tilde{M}), \quad \tilde{c} = \text{const}.$$

В A_2 можно добавить и вычесть $\Delta^{-1} a({}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t), x, t) \bar{u}_{\Delta}(x + \Delta, t)$. Тогда

$$\begin{aligned} |A_2| & \leq \Delta^{-1} (|-a(\bar{u}_{\Delta}, x, t) \bar{u}_{\Delta}(x + \Delta, t) + a({}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t), x, t) \bar{u}_{\Delta}(x + \Delta, t)| + \\ & + |a({}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x, t), x, t)| |\bar{u}_{\Delta}(x + \Delta, t) - {}^t \bar{P}_{u_{\Delta} 2k 2n (r-1)}(x + \Delta, t)|). \end{aligned}$$

С применением условия Липшица,

$$\begin{aligned} & \left| A_2 \right| \leq \Delta^{-1} (\tilde{L} \left| \bar{u}_\Delta(x + \Delta, t) \right| \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t \bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t) \right| + \\ & + \left| a({}^t \bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t), x, t) \right| \left| \bar{u}_\Delta(x + \Delta, t) - {}^t \bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x + \Delta, t) \right|). \end{aligned}$$

Как и выше, $\left| A_2 \right| \leq \tilde{c} \times \max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t \bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t) \right|$, $\tilde{c} = 2\Delta^{-1} \max(\bar{c} \tilde{L}, \tilde{M})$, $\tilde{c} = \text{const}$.

Отсюда и из (79) $\left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t \bar{P}_{u_\Delta 2k2nr}(x, t) \right| \leq \int_{t_0}^t \left(2\tilde{c} \max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t \bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t) \right| + \left| c_{2k2n} \right| \right) dt$.
Ввиду произвольности $(x, t) \in G_{ij}$,

$$\max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t \bar{P}_{u_\Delta 2k2nr}(x, t) \right| \leq \int_{t_0}^t \left(2\tilde{c} \max_{G_{ij}} \left| \bar{u}_\Delta(x, t) - {}^t \bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t) \right| + \left| c_{2k2n} \right| \right) dt. \quad (80)$$

На основе (80) можно рассматривать преобразования, аналогичные выполненным для линейного уравнения, включая (36), (40), а также переход от (30) к (23), в данном случае – от (76) к (75).

Если в (75) вместо $f(x, t)$ рассматривать $f(u, x, t)$, то в (79) в качестве слагаемого под знаком интеграла появится разность $f_\Delta(\bar{u}, x, t) - f_\Delta({}^t \bar{P}_{u_\Delta 2k2n(r-1)}(x, t), x, t)$, модуль которой оценивается по условию Липшица. Это изменит значение константы в (80), но не исключает оценку сходимости метода.

Численный эксперимент

Изложенный метод реализован программно, код программы дан в [6]. Реализация содержит отклонения от исходного описания. Именно, не использован переход к описанному треугольнику области G . Интерполирование выполняется на основе (7) с переводом в форму (9) без удвоения степени полинома. Аналог (28) $\Psi_{\partial u 2kn(r-1)}^{ij}(z, w) \approx f(x, t) - a(x, t) \frac{\partial {}^t P_{u 2kn(r-1)}(x, t)}{\partial x}$, ${}^t P_{u 2kn r}(x, t) = {}^t P_{u 2kn r}(x, t_0) + \int_{t_0}^t \Psi_{\partial u 2kn(r-1)}^{ij}(z, w) dt$, служит для итерационного уточнения, ко-

эффициенты преобразуются с учетом (20)–(22). Интерполяция с итерационным уточнением выполняется в G , кроме того, в области, получающейся сдвигом G вдоль OX влево (G^{left}) на половину длины катета треугольника, образованного узлами интерполяции. Этот же процесс выполняется в области, полученной аналогичным сдвигом G вправо (G^{right}). Для приближения решения в G выбираются полиномы из третьей слева направо четверти области G^{left} (ниже они обозначаются ${}^t P_{un}^{left}(x, t)$) и первой слева направо четверти области G^{right} (ниже ${}^t P_{un}^{right}(x, t)$), а также из промежуточной между ними половины области G (ниже ${}^t P_{un}(x, t)$). Этим исключаются наименее точные приближения вдоль сторон треугольника, образованного узлами интерполяции. Полный процесс приближения со сдвигами вдоль оси OX циклически повторяется со сдвигом по вертикали вдоль оси OT . Окончательные полиномиальные приближения выбираются из десятой части, отсчитанной от нижнего основания вертикально сдвигаемой прямоугольной области («нижний прямоугольный слой»), что устойчиво повышает точность приближения. В процессе смещения вдоль OT полученные на верхней границе текущего нижнего прямоугольного слоя приближения решения принимаются за начальные условия для следующего за ним временного слоя. Контроль точности привязан к текущему нижнему прямоугольному слою. Степень полинома выбирается на основе минимизации аналога невязки (ниже просто невязки) специального вида. Невязка

$$S_n = \left| s_n - s_{n-1} \right|$$

определяется из соотношений

$$s_n = \int_a^{x_1} dx \int_{t_k}^{t_{k+1}} {}^t P_{un}^{left}(x, t) dt + \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{t_k}^{t_{k+1}} {}^t P_{un}(x, t) dt + \int_{x_2}^b dx \int_{t_k}^{t_{k+1}} {}^t P_{un}^{right}(x, t) dt,$$

$$s_{n-1} = \int_a^{x_1} dx \int_{t_k}^{t_{k+1}} {}^t P_{u(n-1)}^{left}(x, t) dt + \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{t_k}^{t_{k+1}} {}^t P_{u(n-1)}(x, t) dt + \int_{x_2}^b dx \int_{t_k}^{t_{k+1}} {}^t P_{u(n-1)}^{right}(x, t) dt ,$$

и вычисляется в текущем (k -м) нижнем прямоугольном слое. Здесь x_i – соответственные границы сдвигов вдоль OX , t_k, t_{k+1} – временные границы k -го нижнего прямоугольного слоя. Геометрически невязка представляет разность объемов параллелепипедов, ограниченных криволинейными поверхностями, которые задаются кусочно-интерполяционными приближениями решения $u(x, t)$ посредством полиномов степени n и $n - 1$ соответственно. Сходная форма невязки используется при выборе числа итераций r , для каждой разновидности полиномов ${}^t P_{un}^{left}(x, t)$, ${}^t P_{un}^{right}(x, t)$ и ${}^t P_{un}(x, t)$ это число выбирается отдельно. Для ${}^t P_{un}(x, t)$ вычисляется $I_r = |i_r - i_{r-1}|$, $r = \overline{r_{\min}, r_{\max}}$, где $i_r = \int_a^b dx \int_{t_k}^{t_{k+1}} {}^t P_{unr}(x, t) dt$, $i_{r-1} = \int_a^b dx \int_{t_k}^{t_{k+1}} {}^t P_{un(r-1)}(x, t) dt$. Аналогичные вычисления выполняются для ${}^t P_{un}^{left}(x, t)$ и ${}^t P_{un}^{right}(x, t)$. Фиксируются значения n и r , при которых S_n и I_r принимают наименьшие значения.

Эксперимент составляют примеры задач, имеющих точные решения, сравнением с ними определяется погрешность приближенных решений.

Пример 1. Задача Коши

$$u'_t + u'_x = 0, \quad u(x, 0) = \sin(x), \tag{81}$$

точное решение $u(x, t) = \sin(x - t)$, рассматривается как модель для сравнения численных методов [10]. Ее приближенное решение ниже дано в $G = \{(x, t) | x \in [0, 1], t \in [0, 1]\}$. В табл. 1 приводятся значения абсолютной погрешности кусочно-интерполяционного решения с итерационным уточнением (здесь и ниже – реализация в Delphi, тип данных extended) в 10 равномерно распределенных точках на отрезке $x \in [0, 1]$ при значениях $t = 0, 1$ и $t = 1, 0$ (степень интерполяционного полинома $n = 13$, число итераций – $r = 50$, область G не делится на подобласти). В первом столбце таблицы – время решения на персональном компьютере (для сравниваемых методов время на том же компьютере дано в табл. 3, 4).

Таблица 1

Абсолютная погрешность приближенного решения задачи (81)

11 s	$h_x \approx 0.08$	$h_t \approx 0.04$	$t = 0.1$	4.7×10^{-20}	2.7×10^{-20}	9.5×10^{-20}	...	2.2×10^{-19}	1.1×10^{-19}
			$t = 1.0$	1.6×10^{-19}	6.5×10^{-19}	7.6×10^{-19}	...	6.8×10^{-21}	3.0×10^{-19}

Пример 2. Задача Коши

$$u'_t + e^{-t} u'_x = e^t x, \quad u(x, 0) = x + 1 + \sin(x + 1) \tag{82}$$

имеет решение $u(x, t) = e^t x + 1 - t + \sin(x + e^{-t})$. Приближенное решение построено в квадрате G из примера 1. Табл. 2 содержит абсолютную погрешность предложенного метода в точках, распределенных как в примере 1 ($n = 13, r = 25$, число подобластей G_{ij} равно 4).

Таблица 2

Абсолютная погрешность приближенного решения задачи (82)

23 s	$h_x \approx 0.04$	$h_t \approx 0.02$	$t = 0.1$	5.4×10^{-19}	0.0	2.2×10^{-19}	...	4.3×10^{-19}	0.0
			$t = 1.0$	1.8×10^{-18}	3.3×10^{-19}	9.8×10^{-19}	...	6.5×10^{-19}	5.6×10^{-18}

В системах компьютерной математики решение рассматриваемых уравнений опирается на граничные условия. Для единства условий сравнения ниже даны решения начально-краевых задач в системах MathCAD, Maple и предложенным методом без его принципиальных изменений. В табл. 3, 4 строка (1) соответствует предложенному методу, (2) – функции pdsolve программы MathCAD (выбор разностного метода отвечает наилучшему приближению), (3) – pdsolve программы Maple. Соотношение шагов удовлетворяет условию сходимости метода сеток для уравнений гиперболического типа.

Пример 3. Рассматривается начально-краевая задача

$$u'_t + u'_x = 3 \cos(x + 2t), \quad u(x, 0) = \sin(x), \quad u(0, t) = \sin(2t). \quad (83)$$

Погрешность ее решения в области из примера 1 сравнивается в 10 равномерно распределенных точках на отрезке $x \in [0, 1]$ при значении $t = 1$. В предложенном методе $n = 13$, $r = 20$, область G не делится на подобласти.

Таблица 3

Абсолютная погрешность приближенного решения задачи (83)

(1)	4 s	$h_x \approx 8.0 \times 10^{-2}$	$h_t \approx 4.0 \times 10^{-2}$	1.1×10^{-19}	1.1×10^{-19}	5.4×10^{-19}	...	5.8×10^{-19}	4.1×10^{-20}
(2)	14 s	$h_x \approx 3.3 \times 10^{-4}$	$h_t \approx 1.7 \times 10^{-4}$	6.1×10^{-7}	4.0×10^{-8}	6.6×10^{-8}	...	1.3×10^{-8}	2.2×10^{-7}
(3)	4 min 27 s	$h_x = 8.0 \times 10^{-5}$	$h_t = 4.0 \times 10^{-5}$	1.2×10^{-10}	2.0×10^{-10}	2.6×10^{-10}	...	4.2×10^{-11}	1.5×10^{-10}

Пример 4. В [11] рассматривается нелинейная краевая задача

$$A_2 \frac{\partial u}{\partial t} + A_1 \frac{\partial u^{m+1}}{\partial x} = A_3 u^k + A_4 e^{A_5 u} + E(x, t), \quad u(x, 0) = e^{x/b}, \quad u(0, t) = e^t. \quad (84)$$

Если решение взято в виде e^{t+y} , $y = x/b$, то источник E принимает вид

$$E(x, t) = e^{t+y} (A_2 + A_1 b^{-1} (m+1) e^{m(t+y)}) - A_3 e^{k(t+y)} - A_4 e^{A_5 e^{t+y}}.$$

В качестве опорных согласно [11] взяты значения: $m = 0$, $A_1 = A_2 = 1$, $A_4 = A_5 = 0$ и $b = 1$. В табл. 4 приводится погрешность приближенного решения при различных значениях параметров k и A_3 (первая строка таблицы) в 10 равномерно распределенных точках из примера 3. Остальные обозначения соответствуют табл. 3. В предложенном методе $n = 13$, $r = 20$, $r = 35$, $r = 40$ соответственно параметрам данных задач, деление G на подобласти не выполнялось.

Таблица 4

Абсолютная погрешность приближенного решения задачи (84)

$k = 1, A_3 = 0$									
(1)	4 s	$h_x \approx 8.0 \times 10^{-2}$	$h_t \approx 4.0 \times 10^{-2}$	0.0	1.5×10^{-18}	8.7×10^{-19}	...	0.0	1.7×10^{-18}
(2)	24 s	$h_x = 2.5 \times 10^{-4}$	$h_t = 1.25 \times 10^{-4}$	3.7×10^{-7}	1.4×10^{-6}	1.8×10^{-7}	...	1.5×10^{-7}	3.3×10^{-7}
(3)	4 min 37 s	$h_x = 8.0 \times 10^{-5}$	$h_t = 4.0 \times 10^{-5}$	3.6×10^{-10}	7.3×10^{-10}	1.1×10^{-9}	...	3.7×10^{-9}	4.3×10^{-9}

$k = 1, A_3 = -1$									
(1)	10 s	$h_x \approx 8.0 \times 10^{-2}$	$h_t \approx 4.0 \times 10^{-2}$	1.5×10^{-18}	1.1×10^{-18}	8.7×10^{-19}	...	2.2×10^{-18}	0.0
(2)	25 s	$h_x = 2.5 \times 10^{-4}$	$h_t = 1.25 \times 10^{-4}$	1.1×10^{-6}	9.9×10^{-7}	1.8×10^{-7}	...	5.0×10^{-7}	4.8×10^{-7}
(3)	4 min 44 s	$h_x = 8.0 \times 10^{-5}$	$h_t = 4.0 \times 10^{-5}$	6.1×10^{-10}	1.2×10^{-9}	1.7×10^{-9}	...	4.9×10^{-9}	5.5×10^{-9}

$k = 2, A_3 = -1$									
(1)	16 s	$h_x \approx 8.0 \times 10^{-2}$	$h_t \approx 4.0 \times 10^{-2}$	6.5×10^{-19}	4.3×10^{-19}	8.7×10^{-19}	...	5.2×10^{-18}	3.5×10^{-18}
(2)	1 min 47 s	$h_x = 2.5 \times 10^{-4}$	$h_t = 1.25 \times 10^{-4}$	5.8×10^{-7}	8.6×10^{-7}	6.1×10^{-7}	...	9.9×10^{-7}	1.0×10^{-6}
(3)	51 min 14 s	$h_x = 8.0 \times 10^{-5}$	$h_t = 4.0 \times 10^{-5}$	1.4×10^{-9}	2.4×10^{-9}	3.0×10^{-9}	...	6.4×10^{-9}	7.1×10^{-9}

В [11] приводится относительная погрешность 2,21% при $t = 1$. Предложенный метод в этом случае дает 2.02×10^{-16} %.

Пример 5. Рассматривается задача Коши

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0,$$

$$u(x, 0) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, 10) \cup (30, +\infty), \\ u_0(x), & x \in [10, 30], \end{cases}$$

где $u_0(x) = 2^{-1} - 2^{-1} \cos(10^{-1} \pi(x-10))$. Точное решение имеет вид [2]:

$$u(x, t) = \begin{cases} 0, & (x-t < 10) \vee (x-t > 30), \\ u_0(x-t), & 10 \leq x-t \leq 30. \end{cases}$$

Область приближения

$$G = \{(x, t) \mid x \in [0, 40], t \in [0, 1]\}.$$

В точке с абсциссой $x = 21$, соответствующей пику волны при $t = 1$, абсолютная погрешность рекурсивной 5-точечной разностной схемы MathCAD составляет $1,37 \times 10^{-5}$, предложенный метод в этой точке даст $2,71 \times 10^{-19}$. Кусочная непрерывность приближения позволяет сравнительно адекватно отразить характер изменения решения в окрестности амплитуды. В начале и в конце волны погрешность можно снизить, окружив эти точки узкой областью с большим количеством подобластей. Так, в точке $x = 11,2$, соответствующей окрестности начала волны при $t = 1$, абсолютная погрешность составит $6,59 \times 10^{-14}$.

В аналогичных исследованиях точность данных численных экспериментов, как правило, не превосходит точность в строках 2, 3 табл. 3, 4. Так, в [12] строится решение гиперболического уравнения второго порядка с помощью полиномов Тейлора от двух переменных. Абсолютная погрешность этого метода в квадрате из примера 1 при $t = 0$ составляет $3,97 \times 10^{-21}$, но с ростом t растет до $7,61 \times 10^{-9}$. В [13] эта же задача решается на основе кубической тригонометрической сплайн-интерполяции. В $G = \{(x, t) \mid x \in [0, 2\pi], t \in [0, 3]\}$ абсолютная погрешность приближения не ниже $5,43 \times 10^{-7}$. В [14] строится кусочно-интерполяционное решение уравнения переноса с помощью кубической В-сплайн квазиинтерполяции, ее абсолютная погрешность в квадрате из примера 1 не ниже $3,01 \times 10^{-10}$ при $t = 1$.

Сравнительная точность предложенного метода достигается за счет итерационного уточнения (не применяемого в работах, с которыми проводилось сравнение). Его реализация опирается на аналитический вид первообразной и производной от ин-

терполяционного полинома, преобразованного в форму алгебраического полинома с числовыми коэффициентами. Для снижения погрешности существенны также сдвиги области приближения по горизонтали и вертикали, с их помощью обходится зона погрешности экстраполяции за пределами треугольного расположения узлов интерполяционного полинома.

Замечание 3. В табл. 1–4 время решения задачи предложенным методом дано без использования программного выбора степени полинома и числа итераций. С программным выбором n и r время существенно возрастает, наиболее долго решается задача (82) – 2 min 41 s. В целом с таким выбором время решения занимает промежуточное значение между MathCAD и Maple в границах погрешности, приведенной в таблицах.

Алгоритм выбора параметров можно выполнить параллельно по всем сравниваемым значениям невязки S_n одновременно для всех степеней полиномов n (в силу взаимной независимости сравниваемых значений), аналогично, по всем I_r для всех значений r . По параллельно найденным значениям без труда определяются параметры минимизации погрешности при наименьшей временной сложности. Вместе с тем вычислительный алгоритм решения рассматриваемой задачи Коши является взаимно независимым по временным слоям подо-

бластей $\bigcup_{j=0}^{2^k-1} G_{ij}$, $i = \text{const}$, поэтому решение распараллеливается по всем номерам слоев $i \in 0, 2^k - 1$, ускоряя последовательный алгоритм пропорционально 2^k . Распараллеливание допускает также алгоритм вычисления коэффициентов и значения интерполяционного полинома Ньютона. Для полинома от одной переменной временная сложность оценивается в [15], для полинома от двух переменных – в [6].

*Об аналогах метода
для уравнений других видов*

Интерполяционным полиномом (7), преобразованным к виду (9), приближаются частные производные решения уравнения гиперболического типа второго порядка и выше, итерационное уточнение в этом случае выполнимо с помощью первообразной соответственной кратности. Для линейного гиперболического уравнения второго порядка такой подход реализован в [6]. Формально рассмотренный метод переносится на уравнения порядка выше первого на основе их преобразования в систему

уравнений первого порядка. Пусть, например, рассматривается задача Коши для уравнения гиперболического типа

$$au_{xx} - bu_{tt} + cu_x + du_t + gu = f,$$

где a, b, c, d, g, f – заданные функции независимых переменных x и t , $ab > 0$. Пусть приближенное решение ищется в прямоугольнике G из (1)–(3) при начальных условиях

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad u_t|_{t=0} = \psi(x), \quad a \leq x \leq b,$$

где φ и ψ – заданные функции $x \in R$. Замена переменных влечет

$$u_x = y, \quad u_t = z, \quad ay_x - bz_t + cy + dz + gu = f,$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad y|_{t=0} = \varphi'(x), \quad z|_{t=0} = \psi(x), \quad a \leq x \leq b.$$

В каждой подобласти значения y и z из первых двух уравнений можно интерполировать полиномами (7) с преобразованием к виду (9). Для решения $u = g^{-1}(f - ay_x + bz_t - cy - dz)$ в качестве приближений частных производных подставляются соответственные частные производные преобразованных полиномов. Кроме того, используются полиномиальные приближения y, z . Процесс можно циклически повторять до достижения искомой точности. Вопрос о сходимости при данном подходе требует отдельного исследования.

Аналогично итерационному уточнению можно строить последовательность приближений решения интегро-дифференциальных уравнений. Пусть, например, рассматривается задача Коши для линейного уравнения с интегральным оператором типа Вольтерры

$$y'_x = A(x)y(x) + \int_a^x K(x, s)y(s)ds + f(x), \quad y(a) = y_0. \tag{85}$$

Предполагается, что $A(x)$ и $f(x)$ непрерывны при $a \leq x \leq b$, $K(x, s)$ непрерывно при $a \leq s \leq x \leq b$. В качестве нулевого приближения принимается $y_0(s) \equiv y_0$. С подстановкой $y_0(s)$ подынтегральную функцию можно интерполировать полиномом (7) с преобразованием к (9): $\Psi_{n0}(z, w) \approx K(x, s)y_0(s)$, где $z = h_x^{-1}(x - x_0)$, $w = h_s^{-1}(s - s_0)$ (здесь и ниже не индексируется подобласть и соответственные ей выражения). Тогда $y'_x \approx A(x)y_0 + \int_a^x \Psi_{n0}(z, w)ds + f(x)$.

Если $s_0 = x_0 = a$, то $\int_a^x \sum_{\ell=0}^n \sum_{m=0}^{n-\ell} a_{\ell m} z^\ell w^m ds = h_s \sum_{\ell=0}^n \sum_{m=0}^{n-\ell} \frac{a_{\ell m}}{m+1} \frac{(x-a)^{\ell+m+1}}{h_x^\ell h_s^{m+1}}$. Правую часть

приближения y'_x можно интерполировать полиномом Ньютона от одной переменной с равноотстоящими узлами, преобразовав его согласно [5] к виду алгебраического полинома с числовыми коэффициентами, $p_{(n-1)0}(t) = \sum_{\ell=0}^{n-1} a_\ell t^\ell$, $t = h^{-1}(x - a)$, h – шаг

интерполяции. В результате $p_{(n-1)0}(t) \approx A(x)y_0 + h_s \sum_{\ell=0}^n \sum_{m=0}^{n-\ell} \frac{a_{\ell m}}{m+1} \frac{(x-a)^{\ell+m+1}}{h_x^\ell h_s^{m+1}} + f(x)$.

Первообразная от $p_{(n-1)0}(t)$ принимается за первое приближение: $y_1(x) = y_0 + \int_a^x p_{(n-1)0}(h^{-1}(x - a))dx$, или, $y_1(x) = y_0 + h \sum_{\ell=0}^{n-1} \frac{a_\ell}{\ell+1} (h^{-1}(x - a))^{\ell+1}$. Циклическое повторение описанного процесса с рекуррентными подстановками влечет

$y_{r+1}(x) \approx y_0 + \int_a^x \left(A(x)y_r(x) + \int_a^x K(x, s)y_r(s)ds + f(x) \right) dx$, $r=0, 1, \dots$ (знак \approx ставится, поскольку не учитываются остаточные члены интерполяции), отсюда $y(x) \approx y_{r+1}(x)$. Сходимость метода требует отдельного исследования.

Задача (85) сводится к интегральному уравнению Вольтерры второго рода

$$y(x) = \lambda \int_a^x K(x, s)y(s)ds + f(x),$$

где $K(x, s)$ и $f(x)$ – непрерывные функции при $a \leq s \leq x \leq b$. Метод последовательных приближений для этого уравнения сходится к единственному непрерывному ре-

шению. Если в качестве нулевого приближения взять $y_0(s) \equiv 0$, то $y_1(x) = f(x)$. Подынтегральную функцию с подстановкой y_1 можно интерполировать полиномом (7) и преобразовать его к виду (9): $\Psi_{n1}(z, w) \approx K(x, s)y_1(s)$, $z = h_x^{-1}(x - x_0)$, $w = h_s^{-1}(s - s_0)$. Отсюда $y(x) \approx \lambda \int_a^x \Psi_{n1}(z, w) ds + f(x)$. Если $x_0 = s_0 = a$, то $\int_a^x \Psi_{n1}(z, w) ds = h_s \sum_{\ell=0}^n \sum_{m=0}^{n-\ell} \frac{a_{\ell m}}{m+1} \frac{(x-a)^{\ell+m+1}}{h_x^\ell h_s^{m+1}}$. Правую часть приближения $y(x)$ можно интерполировать полиномом Ньютона от одной переменной, преобразовав его к виду $p_{n1}(t) = \sum_{\ell=0}^{n-1} a_\ell t^\ell$. Тогда $p_{n1}(t) \approx \lambda h_s \sum_{\ell=0}^{2n} \sum_{m=0}^{2n-\ell} \frac{a_{\ell m}}{m+1} \frac{(x-a)^{\ell+m+1}}{h_x^\ell h_s^{m+1}} + f(x)$, $t = h^{-1}(x - a)$, и в качестве второго приближения принимается $y_2(x) = p_{n1}(t)$. В продолжение процесса, с рекуррентными подстановками, получится $y_{r+1}(x) \approx \lambda \int_a^x K(x, s)y_r(s) ds + f(x)$, $r=1, 2, \dots$, откуда $y(x) \approx y_{r+1}(x)$. Сходимость в данном случае можно анализировать, сопоставляя $y_r(x)$ со сходящейся последовательностью приближений, каждое из которых имеет точное аналитическое выражение.

Для неоднородного уравнения Фредгольма 2-го рода $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, s)y(s) ds + f(x)$ метод последовательных приближений сходится лишь при условии $|\lambda| < M^{-1}(b-a)^{-1}$, где $M = \sup_{x, s \in [a, b]} |K(x, s)|$. Поэтому аналог рассмотренной схемы допустимо строить только при выполнении этого условия.

Заключение

Изложен метод кусочно-интерполяционного решения задачи Коши для уравнения переноса с итерационным уточнением. Решение и его частные производные интерполируются полиномами Ньютона от двух переменных, преобразуемыми к виду алгебраических полиномов с числовыми коэффициентами. На этой основе строится последовательное уточнение решения, которое сходно с двумерным аналогом последовательных приближений Пикара. В случае линейного уравнения переноса метод равномерно сходится к решению в прямоугольной области, строятся приближения частных производных. Приближение решения равномерно-непрерывно в данной области, кусочно-непрерывно – при ее делении на подобласти. Согласно эксперименту решение линейного и квазилинейного уравнений переноса в условиях гладкости приближается с абсолютной погрешностью 10^{-19} – 10^{-18} . Метод отличается структурой и сравнительно малой погрешностью, что позволяет детализировать численное моделирование процесса переноса волны.

Список литературы

1. Жамбалова Д.Б., Черный С.Г. Метод интерполяционного профиля решения уравнений переноса // Вестник НГУ. Серия: Информ. техн. 2012. Т. 10. № 1. С. 33–54.
2. Попов И.В. Построение разностной схемы повышенного порядка аппроксимации для нелинейного уравнения

переноса с использованием адаптивной искусственной вязкости // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2017. № 68. 21 с.

3. Рогов Б.В., Михайловская М.Н. Монотонная высоко-точная компактная схема бегущего счета для квазилинейных уравнений гиперболического типа // Матем. моделирование. 2011. Т. 23. № 12. С. 65–78.

4. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Разностные схемы для уравнения переноса // Дифференц. ур-ния. 1998. Т. 34. № 12. С. 1675–1685.

5. Джанунц Г.А., Ромм Я.Е. Варьируемое кусочно-интерполяционное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений с итерационным уточнением // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2017. Т. 57. № 10. С. 1641–1660.

6. Ромм Я.Е., Джанунц Г.А. Кусочно-интерполяционное решение задачи Коши для уравнения переноса. Таганрог, 2019. Деп. в ВИНТИ 20.08.19, № 68. 40 с.

7. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. СПб.: Лань, 2016. 672 с.

8. Ромм Я.Е. Локализация и устойчивое вычисление нулей многочлена на основе сортировки. // Кибернетика и системный анализ. 2007. № 2. С. 161–174.

9. Gasca M., Sauer T. On the history of multivariate polynomial interpolation. J. Comput. and Appl. Math. 2000. V. 122. P. 23–35.

10. Kurganov A., Tadmor E. New high-resolution central schemes for nonlinear conservation laws and convection-diffusion equations. J. Comput. Phys. 2000. V. 160. P. 241–282.

11. Якимов А.С. Аналитический метод решения краевых задач. 2-е изд., доп. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2011. 199 с.

12. Bülbül B., Sezer M. Taylor polynomial solution of hyperbolic type partial differential equations with constant coefficients. Int. J. Computer Math. 2011, V. 88. № 3. P. 533–544.

13. Nazir T, Abbas M., Yaseen M., Lai Sh. (Reviewing Editor) Numerical solution of second-order hyperbolic telegraph equation via new cubic trigonometric B-splines approach. Cogent Mathematics. 2017. V. 4. № 1.

14. Kumar R., Choudhary A., Baskar S. Modified cubic B-spline quasi-interpolation numerical scheme for hyperbolic conservation laws. Applicable Analysis. 2018.

15. Ромм Я.Е., Джанунц Г.А. Компьютерный метод варьируемой кусочно-полиномиальной аппроксимации функций и решений обыкновенных дифференциальных уравнений // Кибернетика и системный анализ. 2013. № 3. С. 169–189.

УДК 62-851.8

ВАКУУМНЫЕ ПРИВОДЫ КРИВОЛИНЕЙНОГО ПЕРЕМЕЩЕНИЯ**Сысоев С.Н., Овчинников В.А., Цаплин Р.О.***ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых», Владимир, e-mail: r.tsaplin@gmail.com*

Настоящая статья посвящена разработке приводов криволинейного перемещения, пневмомеханический преобразователь которых содержит герметичную упругую камеру, выполненную с возможностью соединения с пневмолинией питания давления разрежения. Анализом конструкций, принципов, методов и способов работы вакуумных камерных приводов, использующих упругие свойства оболочки для реализации криволинейного перемещения, выявлены недостатки, связанные с их функциональными возможностями. В современных приводах данного типа перемещение осуществляется только в одном, конструктивно заданном радиальном направлении, что ограничивает область их применения. Предложены идея и новые устройства для их реализации, в которых направление криволинейного перемещения задается внешними условиями функционирования привода, например при коррекции положения сопрягаемых осесимметричных деталей. Макетированием, исследованием приводов подтверждена их работоспособность. Материал камеры резина ИРП – 1266; толщина 1 мм; диаметр камеры 80 мм. Предложены варианты конструктивного исполнения оболочек камер с использованием диафрагм, сильфона и их комбинаций. Натурными параметрическими исследованиями выявлено, что наиболее высокими силовыми характеристиками обладает приводной механизм с применением сильфона. Выявлен существенный недостаток данных приводов криволинейного перемещения, который заключается в их высокой чувствительности к боковому силовому воздействию на рабочий орган, что негативно влияет на сохранение заданного направления перемещения. Предложена идея разработки вакуумного сильфонного привода с ограничением отклонения рабочего органа от заданного радиального направления. Создано устройство, реализующее данную идею, в котором в камере сильфона на заглушке установлены радиальные направляющие, выполненные с возможностью силового взаимодействия с подвижным рабочим элементом, выполненным в виде стержня. Макетированием, проведением параметрических исследований не только подтверждено устранение данного недостатка, но и доказано увеличение более чем в два раза создаваемых усилий при сохранении массогабаритных параметров привода.

Ключевые слова: вакуумные приводы, криволинейное перемещение, камера, оболочка, упругость, сильфон**VACUUM ACTUATORS OF CURVILINEAR MOTION****Sysoev S.N., Ovchinnikov V.A., Tsaplin R.O.***Alexander Grigorievych and Nikolay Grigorievich Stoletov Vladimir State University, Vladimir, e-mail: r.tsaplin@gmail.com*

This article concentrates on development of the curvilinear motion actuators with pneumatic mechanical converter which contains a sealed elastic chamber with enabling connection to discharge pressure air supply line. Functionality weaknesses were identified while analyzing designs, principles, procedures and operation modes of vacuum chamber actuators using elastic properties of a shell for curvilinear movement. In modern actuators of this type the movement is limited by structurally defined radial direction, which limits the scope of their application. The idea and new devices for its implementation are proposed. Direction of curvilinear motion is predetermined by external operating conditions of the actuator, for example, when correcting the position of the mating axisymmetric parts. Prototyping, actuators research confirmed their performance. Chamber material is rubber IRP – 1266; thickness 1 mm; inside diameter 80 mm. Design options of chamber shells with use of diaphragms, bellows and their combinations are proposed. Full-scale parametric studies revealed that an actuating mechanism with a bellows has the highest power characteristics. The following significant shortcoming of particular curvilinear motion actuators was identified. High sensitivity to the lateral power action on the working body negatively affects a keeping of motion direction. The idea of developing a vacuum bellows actuator with limited deviation of the working body from a given radial direction is proposed. A device implementing this idea has been created, in which radial guides are installed on the bellows chamber plug, enabling force interaction with a rod form slide assembly. Prototyping, parametric studies not only eliminated this shortcoming, but also proved that the created forces more that doubled while maintaining weight-size parameters of the actuator.

Keywords: vacuum actuator, curvilinear motion, chamber, shell, elasticity, bellows

В современном машиностроении и приборостроении широко применяются приводные механизмы криволинейного перемещения, которые используются в качестве силовых приводов, а также информационных и управляющих устройств гидро- и пневмоавтоматики. Одним из известных и распространенных механизмов криволинейного перемещения является пневмомеханический преобразователь, изобретенный

Эженом Бурдоном [1] («трубка Бурдона»), в котором используются упругие свойства камеры-трубки для получения криволинейных перемещений под воздействием давления рабочей среды. Конструкции, способы и принципы работы данных механизмов постоянно совершенствуются.

Применение новых инновационных материалов [2] при изготовлении трубчатых устройств позволяет им работать в сте-

рильных условиях со средами практически любой агрессивности на химических и фармацевтических предприятиях. Выполнение трубок с применением сетчатых оболочек [3] расширяет их функциональные возможности, обеспечивая формирование требуемой траектории криволинейного перемещения.

Разработка диафрагменных, сильфонных типов упругих пневмомеханических преобразователей [4] позволила совершенствовать принципы их работы. Так, например, в сильфонном преобразователе [5] реализация криволинейного перемещения осуществляется с использованием упругой деформации гофров, которые изготавливаются неосесимметричными.

Однако во всех этих устройствах криволинейное перемещение осуществляется только по одной радиальной траектории, определяемой заранее заданными упругими характеристиками применяемой оболочки, что ограничивает область их применения и не позволяет их применять в устройствах, в которых требуется её адаптация к изменяющимся условиям функционирования.

Разработан новый привод криволинейного перемещения с расширенной областью применения, в котором радиальное направление траектории задается в процессе функционирования [6]. Для реализации указанного процесса предложено шарнирное соединение стержней охватывать оболочкой, образующей герметичную камеру, выполненную с возможностью соединения с источником пневмопитания. В исходном положении стержни и камера занимают симметричное относительно оси положение. Направление криволинейного перемещения задается первоначальным перекосом взаимного расположения стержней. При соединении камеры с линией питания разреженный воздух оболочка сжимается, создавая крутящий момент поворота стержней.

Макетирование, проведение натурных экспериментов подтвердили работоспособность данных устройств. Однако отсутствие параметрических исследований, сравнительного анализа не позволяет судить об их эффективности.

Цель исследования: повышение эффективности работы пневматических приводов путем разработки и исследования новых пневмомеханических преобразователей с адаптацией направления криволинейного перемещения.

Материалы и методы исследования

Объектом исследования является эффективность функционирования пневматических приводов. В качестве предмета

исследования приняты вакуумные приводы криволинейного перемещения.

Для реализации поставленной цели проведены натурные параметрические исследования вакуумных приводных механизмов с вариантами исполнения камеры (рис. 1), образованной:

а) двумя диафрагмами, соединенными по периметру между собой (рис. 1, а);

б) двумя диафрагмами, соединенными между собой через гофрированную цилиндрическую часть (рис. 1, а);

в) сильфоном с закрытыми торцевыми поверхностями заглушками (рис. 1, в).

Материал камеры резина ИРП – 1266; толщина 1 мм; диаметр камеры 80 мм.

Проведенные натурные исследования подтвердили работоспособность приводов криволинейного перемещения с диафрагменным и сильфонным исполнениями камер. Характер силового усилия диафрагменным и сильфонно-диафрагменным приводами на рабочий орган в зависимости от величины давления пневмопитания показан на рис. 2.

Графики показывают, что исполнение диафрагменной камеры с гофрами позволяет повысить крутящий момент привода.

На рис. 3 показан характер силовых характеристик сильфонного привода криволинейного перемещения.

Графики показывают, что сильфонный приводной механизм по сравнению с диафрагменным при тех же самых габаритных параметрах обладает более высокими силовыми характеристиками.

Результаты исследования и их обсуждение

Исследования показали, что приводные механизмы криволинейного движения, в которых используются диафрагмы, обладают низкими силовыми характеристиками. Это объясняется тем, что с повышением давления разрежения воздуха в камере поверхности оболочки соединяются, начиная с периферийной части, и уменьшается её эффективная площадь. Кроме этого, выявлен существенный недостаток данных приводов криволинейного перемещения, который заключается в их высокой чувствительности к боковому силовому воздействию на рабочий орган, что негативно влияет на обеспечение сохранения заданного направления перемещения.

Для устранения выявленных недостатков предложена идея повышения силовых характеристик путем разработки вакуумного сильфонного привода с ограничением отклонения рабочего органа от заданного направления криволинейной траектории.

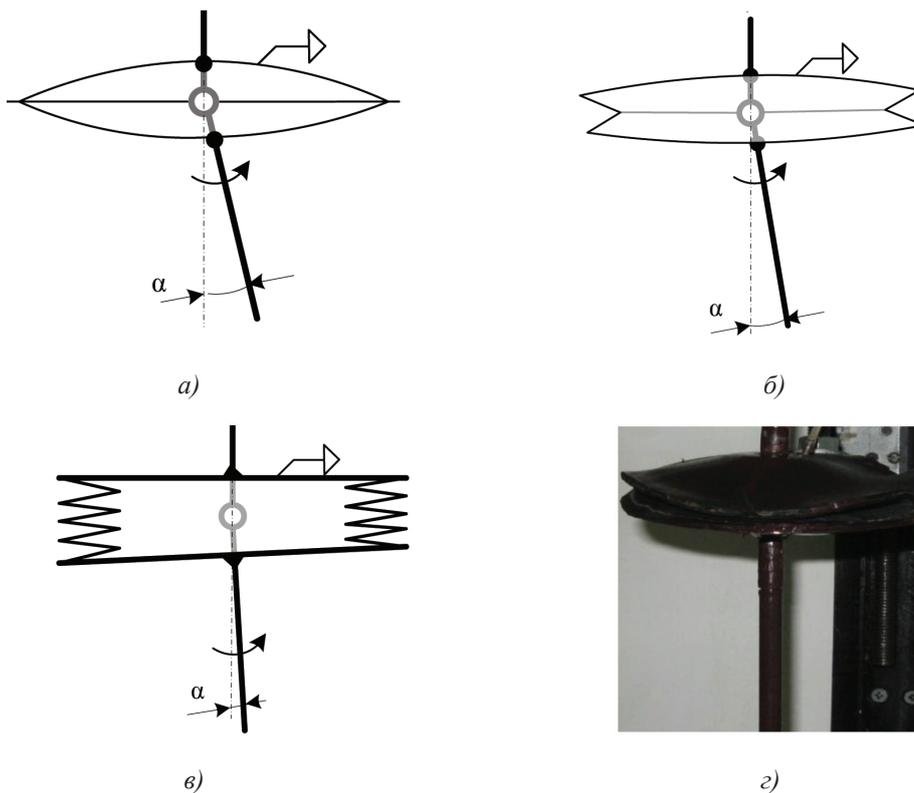


Рис. 1. Вакуумные приводные механизмы криволинейного перемещения: а), б), в) соответственно схемы диафрагменного, сифонно-диафрагменного, сифонного механизмов; г) общий вид сифонно-диафрагменного привода

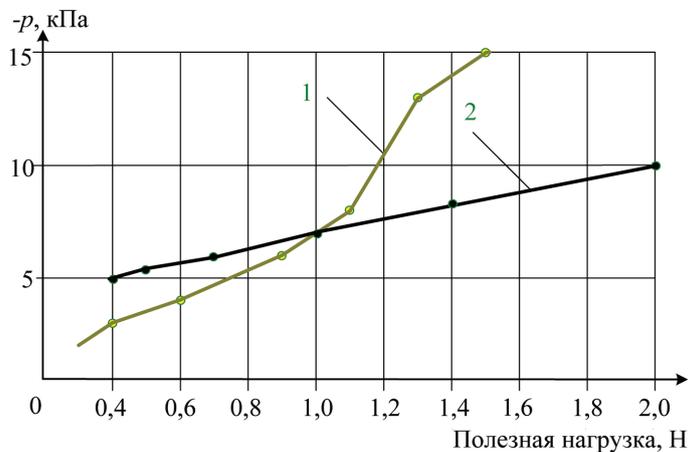


Рис. 2. Графики момента начала поворота стержня вакуумных диафрагменных приводных механизмов: 1 – диафрагменного; 2 – сифонно-диафрагменного

Данная идея реализована в устройстве, показанном на рис. 4.

В приводе криволинейного перемещения (рис. 4, а) одна торцевая поверхность сиффона 1 закрыта первой заглушкой 2, в которой закреплен подпружиненный в среднем положении стержень 3. Часть 4 стержня, расположенная внутри сиффона, выпол-

нена в телескопическом исполнении и подпружинена в сторону выдвижения. Другая торцевая поверхность сиффона закрыта второй заглушкой 5. Поверхность второй заглушки внутри сиффона выполнена в виде бобышки 6, на которой установлены радиальные направляющие 7. Сиффон и заглушки образуют герметичную полость А,

выполненную с возможностью соединения через распределитель 8 с линией питания разряжения воздуха.

В исходном положении полость А соединена через распределитель с атмосферой.

Перед началом работы поворачивают стержень 3, перекашивая его положение относительно заглушки 2, задавая тем самым направление требуемого криволинейного

перемещения. Создание давления разрежения в полости А приводит к сжатию и перекосу сильфона и повороту стержня в заданном направлении. Изменению траектории заданного криволинейного перемещения от влияния возможных боковых силовых воздействий противодействуют радиальные направляющие 7, по которым перемещается часть 4 стержня 3.

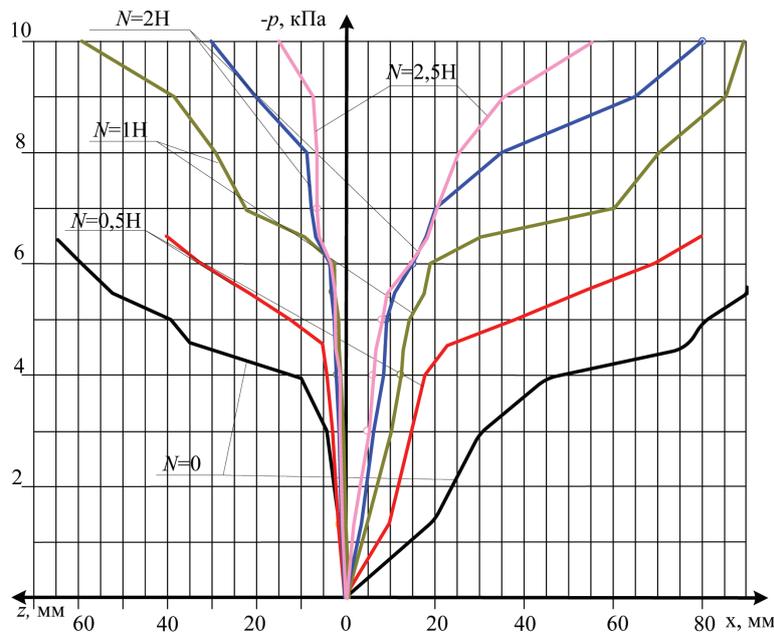


Рис. 3. Графики перемещения рабочего органа привода, выполненного с двумя шарнирно соединенными между собой стержнями: Z , x – положение стержня соответственно по вертикальной и горизонтальной оси; p – пневмодавление в рабочей камере; N – полезная нагрузка

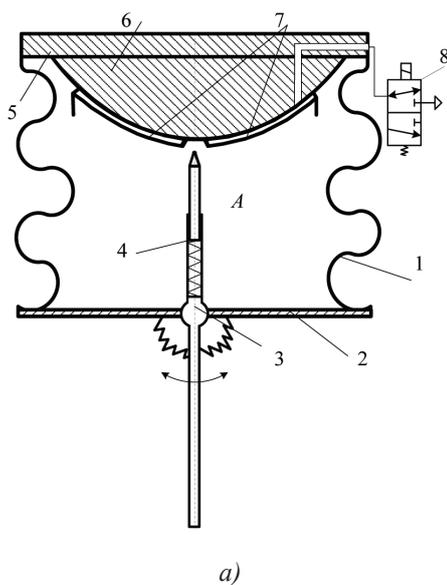


Рис. 4. Вакуумный сильфонный приводной механизм: а) схема устройства; б) общий вид

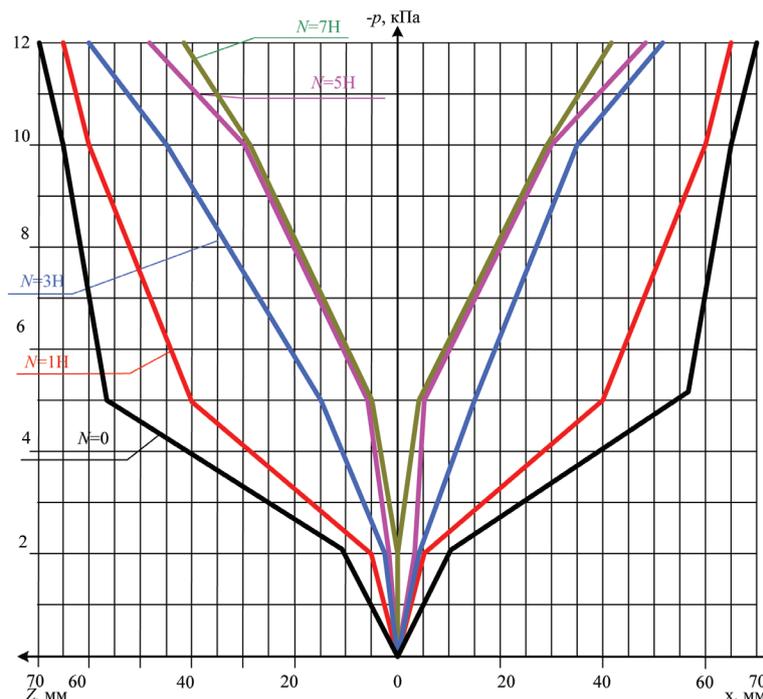


Рис. 5. Графики перемещения рабочего органа в зависимости от давления пневмопитания и величины полезной нагрузки: Z , x – положение стержня соответственно по вертикальной и горизонтальной оси; p – пневмодавление в рабочей камере; N – полезная нагрузка

Характер силового перемещения рабочего органа в зависимости от величины давления пневмопитания показан на рис. 5.

Графики показывают, что исполнение камеры, выполненной в виде сильфона и установленного в нем стержня, взаимодействующего с радиальными направляющими, позволяет повысить силовые характеристики привода. При этом направляющие устраняют возможность изменения заданного радиального направления криволинейного перемещения.

Заключение

Таким образом, анализом конструкций, принципов, методов и способов работы вакуумных камерных приводов, использующих для реализации криволинейного перемещения упругие свойства оболочки, выявлены недостатки, связанные с их функциональными возможностями. Криволинейное перемещение осуществляется только в одном, конструктивно заданном радиальном направлении, что ограничивает область их применения. Предложены идеи и новые устройства для их реализации, в которых направление криволинейного перемещения задается внешними условиями функционирования привода, например, при коррекции положения сопрягаемых осесимметричных деталей.

Макетированием, проведением натурных исследований разнообразного исполнения камер приводов данного типа установлено, что наиболее эффективным по создаваемым усилиям является вакуумный одностержневой сильфонный привод криволинейного перемещения. Кроме этого, в разработанном новом приводе устранена возможность изменения направления заданной траектории криволинейного перемещения от возможных боковых силовых воздействий.

Список литературы

1. Пирогов С.П., Чуба А.Ю. Применение манометрических трубчатых пружин в сельскохозяйственных машинах // Агропродовольственная политика России. 2017. № 9 (69). С. 82–88.
2. Новые разработки // Нефтегазовые технологии. 2009. № 2. С. 104. [Электронный ресурс]. URL: <https://rucont.ru/efd/261932> (дата обращения: 15.12.2019).
3. Сорокин Ф.Д., Чан Ки АН. О возможности применения сетчатых оболочек с симметрично уложенными нитями в качестве приводов управляемой упругой деформации. Известия высших учебных заведений. 2013. № 10 (643). С. 3–8.
4. Александрова А.Т., Васин В.А. Создание идеологии, полных комплексных систем вакуумного оборудования (основанных на устройствах и элементах исключаящих трение движения и предназначенных для работы в области микро и нанoeлектроники и других высоких технологий) // Системотехника. 2009. № 7. С. 9–14.
5. Васин В.А. Бескорпусной затвор с криволинейной траекторией перемещения // Патент РФ № 2215224. Патентообладатель Васин В.А. 2003. Бюл. № 30.
6. Сысоев С.Н., Литвинов И.С., Гребняков П.М. Захватный корректирующий модуль // Патент РФ № 2657672. Патентообладатель ФГБОУ ВО «ВлГУ». 2018. Бюл. № 17.

УДК 624.05

ФОРМИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСЧЕТА КОМПЛЕКСНОЙ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПЕРЕПРОФИЛИРОВАНИЯ ПРОМЫШЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

¹Топчий Д.В., ¹Ефремова В.Е., ²Кузин Е.А.

¹НИУ МГСУ, Москва, e-mail: dvtopchiy0405@gmail.com;

²Комитет государственного строительного надзора города Москвы (Мосгосстройнадзор),
Москва, e-mail: eakuzin@mail.ru

Целью статьи является анализ организационно-технических решений, позволяющий сформировать и произвести оценку процесса репрофилирования промышленных территорий на различных этапах реализации подобных проектов. Одной из отличительных особенностей крупнейших мировых мегаполисов является наличие промышленных территорий в центральных частях городов, а также в непосредственной близости к историческим территориям. В подавляющем большинстве случаев производственные процессы на данных фабриках и заводах функционируют не в полную силу и являются неконкурентоспособными в силу различных обстоятельств. Одним из наиболее важных элементов современного развития городской среды является комплекс мероприятий, направленный на обновление (репрофилирование) территорий сложившейся застройки мегаполиса, в том числе и производственных. Основным вектором репрофилирования является формирование благоприятных условий проживания и эффективное использование производственного, научного, природного, социального и других потенциалов строительного комплекса. В статье рассмотрен один из методов проектирования организационно-технических решений. Метод экспертных оценок предлагается в качестве одного из способов формирования системы параметров, основанного на информации получаемой от специалистов-экспертов. Основой данного метода является комплекс психологических и математических процедур о выбранных параметрах, а также анализ и обобщения (консолидации) их с целью создания наиболее рациональных организационно-технических решений. Таким образом, метод экспертных оценок не предоставляет возможность сразу же оценить объективность, обоснованность и точность экспертной по результатам проведенного анализа организационно-технических мероприятий. Однако создает единую систему оценки репрофилирования, дающую более широкие возможности применения. Принципы современного менеджмента качества позволяют обеспечить все контролируемые условия (критические факторы), необходимые для получения качественной экспертной оценки.

Ключевые слова: репрофилирование территорий, организационно-технологическая модель, редевелопмент промышленных объектов, организация производства, развитие городской среды, эффективность реализации проектов

FORMATION OF MATHEMATICAL MODEL PARAMETERS OF THE CALCULATION OF AN INTEGRATED ASSESSMENT OF THE QUALITY OF DESIGNING REPROFILING INDUSTRIAL OBJECTS

¹Topchiy D.V., ¹Efremova V.E., ²Kuzin E.A.

¹Moscow State University of Civil Engineering (National Research University),

Moscow, e-mail: dvtopchiy0405@gmail.com;

²Committee of State Construction Supervision of the city of Moscow, Moscow, e-mail: eakuzin@mail.ru

One of the distinctive features of the world's largest megacities is the presence of industrial territories in the central parts of cities, as well as in close proximity to historical territories. In the vast majority of cases, the production processes in these factories and plants do not function in full force, and are not competitive due to various circumstances. One of the most important elements of the modern development of the urban environment is a set of measures aimed at updating (re-profiling) the territories of the existing development of the metropolis, including industrial ones. The main vector of re-profiling is the formation of favorable living conditions and effective use of industrial, scientific, natural, social and other potential of the construction complex. The article considers one of the methods of design and analysis of organizational and technical solutions that allows to form and evaluate the process of re-profiling of industrial territories at various stages of implementation of such projects. The method of expert assessments is proposed as one of the ways to form a system of parameters based on information received from experts. The basis of this method is a set of psychological and mathematical procedures about the selected parameters, as well as analysis and generalization (consolidation) of them in order to create the most rational organizational and technical solutions. Thus, the method of expert assessments does not provide an opportunity to immediately assess the objectivity, validity and accuracy of the expert assessment based on the results of the analysis of organizational and technical measures. However, it creates a single system of evaluation of re-profiling, which gives more opportunities for application. The principles of modern quality management allow us to provide all the controlled conditions (critical factors) necessary to obtain a high-quality expert assessment.

Keywords: redevelopment of territories, organizational and technological model, development of industrial facilities, organization of production, development of the urban environment, efficiency of project implementation

В настоящий момент специальная нормативно-техническая база, регламентирующая организацию строительных работ в стесненных условиях, отсутствует.

Данная тема актуальна не только в России, но и в крупных городах за рубежом. Необходимость в ведении строительства в стесненных условиях обуславливается тем,

что во всем мире наблюдается непрекращающийся рост населения и, наряду с тем, что в резервах России еще существуют незаселенные территории, подлежащие жилой застройке, согласно Положению о порядке установления границ землепользований, за рубежом данных территорий существенно меньше, что вынуждает вести новое строительство на участках бывшего использования, в том числе в условиях плотности прилегания существующих зданий и сооружений.

Одной из основных исследовательских задач является формирование математического аппарата, направленного на оптимизацию и повышение производительности работ в стесненных условиях, а также экономии трудозатрат, сроков выполнения строительного-монтажных работ с учетом соблюдения требований нормативно-технических документов в области обеспечения безопасности и сохранности объектов, попадающих в зону влияния нового строительства в ходе реализации проекта.

Целью данной статьи является анализ организационно-технических решений, позволяющий сформировать и произвести оценку процесса перепрофилирования промышленных территорий на различных этапах реализации подобных проектов.

Основными элементами исследования, для формирования единых систематических принципов, являются следующие этапы:

1) выявление факторов, наиболее сильно оказывающих влияние на технико-экономические показатели, а также соблюдение санитарно-эпидемиологических норм;

2) проведение сравнительного анализа принимаемых решений по ведению строительного-монтажных работ в стесненных условиях за рубежом и в России для выявления возможных вариантов ведения данного вида работ;

3) сбор статистических данных с помощью привлекаемых экспертов;

4) разработка математической модели, способной оценивать эффективность принимаемых организационно-технологических решений при ведении строительства в условиях плотной городской застройки;

5) апробация разработанной математической модели на объекте капитального строительства.

В качестве фундаментальной теории использовалась теория принятия решений, позволяющая оценивать возможные альтернативы предлагаемых решений при помощи выведения закономерностей среди предполагаемых результатов для дальнейшей их обработки и составления математической модели.

На данном этапе развития строительного производства отсутствуют документы, регламентирующие проведение строительного-монтажных работ на территориях с плотной городской застройкой, которые учитывали бы специфику данных работ. В связи с этим подход к данной проблеме на текущий момент является эвристическим. Разрабатываемая модель при условии внедрения ее на этапе разработки проектной документации позволит дать систематический анализ сложившейся ситуации с точки зрения специфики возведения зданий и сооружений в условиях плотной городской застройки, с внесением предложений в разрабатываемый проект, учитывающих минимизацию воздействия на производство строительного-монтажных работ пагубных факторов окружающей среды.

Для оптимизации выполнения работ по осуществлению капитального строительства на урбанизированных территориях с учетом требований федеральных законов Российской Федерации, на этапе организации строительства необходимо оценивать влияние ряда факторов, неизбежно возникающих из-за плотности прилегания к объекту строительства существующих зданий и сооружений и определяющих стесненные условия строительства.

В зарубежных странах, как и в России, нормативных документов, определяющих особые правила ведения строительства в условиях плотной городской застройки, не предусмотрено. Эффективность работы организационной модели для ведения строительства в таких условиях практически полностью зависит от специалистов, занимающихся данным вопросом. От уровня их компетенций и опыта работы по ведению строительства на урбанизированных территориях.

Инструментом, регулирующим ведение строительных работ, оцененных по сложности с точки зрения стесненности, при помощи показателя плотности городской застройки Pub, должна выступать система менеджмента качества (СМК), внедренная на организации.

В условиях рыночной экономики страны предложенный порядок ведения строительных работ, а именно: нормирование расходов заказчика на организацию строительного производства, организация систематизированного контроля всех этапов строительства с учетом плотности сложившейся городской застройки, позволит отечественным строительным организациям выйти на новый уровень конкуренции на мировом рынке.

Оценка методов ведения строительного производства на урбанизированных

территориях ведется без использования количественных показателей, не учитывается полный объем степени влияния внешних факторов. Поэтому форма организации строительного производства при заданных условиях не является наиболее оптимальной, а заверченный объект чаще всего полностью не соответствует установленным требованиям заказчика и нормативным документам.

В многокритериальных задачах оптимального проектирования возникает необходимость объективной оценки важности частных критериев, включаемых в аддитивный критерий оптимальности. Оценивают важность частных критериев с помощью коэффициентов (весов). Величина определяет важность i -го критерия оптимальности и задает в количественном измерении предпочтение i -го критерия над другими критериями оптимальности. Весовые коэффициенты должны удовлетворять условию [1]

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1 \quad (1)$$

Однако перед тем, как приступить к расчетам весов, необходимо произвести статистическую обработку результатов экспертных оценок, которая подобна статистической обработке результатов измерений.

Материалы и методы исследования

Это необходимо в связи с тем, что на достоверность экспертизы существенно влияют такие факторы, как численный состав экспертной группы, уровень компетентности экспертов; состав вопросов, представляемых экспертам, и т.д. Индивидуальные экспертные оценки также носят на себе печать случайности: самочувствие, настро-

ение, обстановка, а также знание и опыт. То есть необходимо определить согласованность экспертов, то есть надежность полученных от них данных [2].

Таким образом, будем рассматривать результаты оценок каждого из экспертов как реализацию некоторой случайной величины, то есть будем применять к ним методы математической статистики. Среднее значение оценки для i -го критерия определяется следующим образом [3]:

$$r_{cp.i} = \frac{\sum_{j=1}^L r_{ji}}{L} = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L r_{ji} = \frac{r_i}{L}, \quad (2)$$

где r_{ji} – оценка j -го эксперта, присвоенная i -му параметру; L – количество экспертов.

Таким образом, получим [4]:

В табл. 2 представлены средние значения, которые выражают коллективное мнение группы экспертов.

Степень согласованности мнений экспертов характеризуется дисперсией оценок, которая рассчитывается по следующей формуле [5]:

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L (r_{ji} - r_{cp.i})^2. \quad (3)$$

Дисперсия – это мера разброса значений случайной величины относительно ее математического ожидания. Дисперсия в нашем случае показывает, насколько в среднем оценки экспертов согласованы, сгруппированы около среднего значения. При этом, чем меньше значение дисперсии, тем с большей уверенностью можно опираться на найденные значения оценки степени важности частного критерия P_i . Результаты приведены в табл. 2 [6].

Таблица 1

Средние значения оценок экспертов

Критерий	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}
Среднее значение ($r_{cp.i}$)	14,39	8,89	13,17	4,31	3,82	2,89	8,50	7,43	11,29	5,23
Критерий	P_{11}	P_{12}	P_{13}	P_{14}	P_{15}					
Среднее значение ($r_{cp.i}$)	12,37	13,17	9,49	2,78	2,30					

Таблица 2

Дисперсия по генеральной совокупности

Критерий	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}
Дисперсия (σ_i^2)	0,55	2,13	2,33	0,25	1,29	1,32	1,78	0,24	0,46	2,43
Критерий	P_{11}	P_{12}	P_{13}	P_{14}	P_{15}					
Дисперсия (σ_i^2)	2,74	1,42	1,43	2,50	0,75					

**Результаты исследования
и их обсуждение**

Анализируя полученные дисперсии по генеральной совокупности, можно сделать вывод о том, что оценки экспертов согласованы между собой, поэтому можно опираться на полученные результаты опроса.

Вернемся к массиву данных, полученному после обработки обратной связи от опрошиваемых экспертов, для определения весов каждого из представленных параметров.

Просуммируем оценки, полученные от экспертов, по каждому показателю и определим весовые коэффициенты следующим образом [7]:

$$\lambda_i = \frac{r_i}{\sum_{i=1}^{15} r_i}, \quad (4)$$

где r_i – сумма экспертных оценок i -го критерия. Результаты приведены в табл. 3.

Как видно из табл. 3, наибольшие веса имеют параметры:

- 1) P_1 , вес которого $\lambda_1 = 0,12$;
- 2) P_3 , вес которого $\lambda_3 = 0,11$;
- 3) P_9 , вес которого $\lambda_9 = 0,094$;

4) P_{11} , вес которого $\lambda_{11} = 0,103$;

5) P_{12} , вес которого $\lambda_{12} = 0,11$;

6) P_{14} , вес которого $\lambda_{13} = 0,079$.

Сумма весов данных параметров составляет более 70% от общей суммы весов. Тогда, исключая незначимые параметры из анализа, получаем следующие веса для оставшихся критериев:

Выведем значения данных параметров [10]:

Математическая модель расчета комплексной оценки качества проектирования перепрофилирования промышленных объектов по формуле (4) имеет вид [11]:

$$V = \sum_{i=1}^n w_i P_i = w_1 P_1 + w_2 P_2 + \dots + w_n P_n.$$

Учитывая отобранные параметры методом экспертных оценок и определенные значения весов данных параметров в предыдущем разделе, модель расчета принимает следующий вид [12]:

$$V = \sum_{i=1}^n w_i P_i = 0,195 * P_1 + 0,178 * P_3 + 0,153 * P_9 + 0,167 * P_{11} + 0,178 * P_{12} + 0,128 * P_{13}. \quad (5)$$

Таблица 3

Результаты определения весов организационно-технологических параметров [8]

Критерий	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}
Сумма (r_i)	1482	916	1356	444	393	298	876	765	1163	539
Веса (λ_i)	0,120	0,074	0,110	0,036	0,032	0,024	0,071	0,062	0,094	0,044
Критерий	P_{11}	P_{12}	P_{13}	P_{14}	P_{15}					
Сумма (r_i)	1274	1356	977	286	237					
Веса (λ_i)	0,103	0,110	0,079	0,023	0,019					

Таблица 4

Веса отобранных организационно-технологических параметров [9]

Критерий	P_1	P_3	P_9	P_{11}	P_{12}
Сумма (r_i)	1482	1356	1163	1274	1356
Веса (λ_i)	0,195	0,178	0,153	0,167	0,178

Таблица 5

Значения отобранных организационно-технологических параметров

Параметр	Значение
P_1	Наличие реализованных проектов-аналогов
P_3	Использование BIM-технологий (наличие в штате BIM-менеджера и BIM-координаторов каждого из разделов проекта)
P_9	Сетевой диск с общим доступом для сотрудников компании для возможности оперативного обмена данными
P_{11}	Количество реализованных проектов у ГИПа не менее 10 с общим бюджетом не менее 5 млрд руб.
P_{12}	Опыт взаимодействия с государственными учреждениями в области корректировки ППТ (проекта планировки территории) и ПЗЗ (правил застройки и землепользования)
P_{13}	Наличие оборотных средств в организации в размере половины стоимости договора на проектирование

Учитывая, что значениями параметров могут быть «-1», «0», «+1», наша система может иметь 216 различных состояний. При этом, учитывая, что сумма весов параметров равна 1, имеем следующее условие:

$$1 > V > -1. \quad (6)$$

Заключение

Таким образом, сформирована и опрошена группа экспертов в области проектирования. Данные, полученные по результатам опроса, обработаны, выделены основные параметры, оказывающие влияние на комплексную оценку качества проектирования перепрофилирования промышленных объектов. Подсчитаны веса влияния организационно-технологических параметров на комплексную оценку, определена зависимость комплексной оценки от организационно-технологических параметров.

Список литературы

1. Топчий Д.В., Юргайтис А.Ю., Бабушкин Е.С., Зueva Д.Д. Разработка методологии комплексного контроля на объектах строительства, реконструкции перепрофилирования // Обеспечение качества строительства в г. Москве на основе современных достижений науки и техники: сборник трудов Первой совместной научно-практической конференции ГБУ «ЦЭИИС» и ИПРИМ РАН. М., 2019. С. 267–272.
2. Лapidус А.А. Оптимизация управления девелоперскими проектами // Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века. 2008. № 3 (110). С. 50–52.
3. Zueva D.D., Babushkin E.S., Topchy D.V., Yurgaitis A.Yu. Construction supervision during capital construction, reconstruction and re-profiling. MATEC Web of Conferences. 2019. Vol. 265. DOI: 10.1051/mateconf/201926507022.
4. Лapidус А.А. Успешный опыт управления строительными проектами // Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века. 2008. № 6 (113). С. 86–88.
5. Ишин А.В., Лapidус А.А., Теличенко В.И., Туманов Д.К., Ершов М.Н., Олейник П.П., Фельдман О.А. Развитие методов технологии и организации строительного производства для решения проблем энергоэффективности // Технология и организация строительного производства. 2014. № 2. С. 10–16.
6. Воловик М.В., Ершов М.Н., Ишин А.В., Лapidус А.А., Лянг О.П., Теличенко В.И., Олейник П.П., Туманов Д.К., Фельдман О.А. Современные подходы к решению вопросов организационно-технологического проектирования // Технология и организация строительного производства. 2013. № 3 (4). С. 10–16.
7. Abramov I. Formation of integrated structural units using the systematic and integrated method when implementing high-rise construction projects. HRC 2017 (HIGH-RISE CONSTRUCTION-2017) E3S Web of Conferences. D. Safarik, Y. Tabunschikov and V. Murgul (Eds.). 2018. № 33. DOI: 10.1051/e3sconf/20183303075.
8. Kanjanabootra Sittimont, Brian Corbitt. Reproducing Knowledge in Construction Expertise: A Reflexive Theory, Critical Approach. Construction Management and Economics. 2016. № 34 (7–8). DOI: 10.1080/01446193.2016.1151064.
9. Newton Sidney. The Being of Construction Management Expertise. Construction Management and Economics. 2016. № 34 (7–8). DOI: 10.1080/01446193.2016.1164328.
10. Hughes W.P. Identifying the Environments of Construction Projects. Construction Management and Economics. 1989. № 7 (1). P. 29–40. DOI: 10.1080/01446198900000004.
11. Chan Paul W. Expert Knowledge in the Making: Using a Processual Lens to Examine Expertise in Construction. Construction Management and Economics. 2016. № 34 (7–8). DOI: 10.1080/01446193.2016.1190851.
12. Topchiy D., Yurgaytis A., Babushkin E., Zueva D. Construction supervision during capital construction, reconstruction and re-profiling. MATEC Web Conf, 2019, Volume 265, International Geotechnical Symposium «Geotechnical Construction of Civil Engineering & Transport Structures of the Asian-Pacific Region» (GCSETS 2018). DOI: 10.1051/mateconf/201926507022.

СТАТЬИ

УДК 378:37.025.8:001.92

**АНАЛИЗ МНЕНИЙ СТУДЕНТОВ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ВУЗА
О ПЕРСПЕКТИВАХ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОГРЕССА**

Гордеева И.В.

*ФГБОУ ВО «Уральский государственный экономический университет»,
Екатеринбург, e-mail: ivgord@mail.ru*

Статья посвящена анализу мнений студентов первого курса Уральского государственного экономического университета различных направлений подготовки (гуманитариев, экономистов и технологов) о перспективах развития науки и технологий в ближайшей и отдаленной перспективе. Анонимная анкета включала 22 вопроса, затрагивающих различные проекты – практически реализуемые и фантастические с точки зрения современного развития науки и технологий. Студентам гуманитарных, технических и экономических направлений подготовки предоставлялась возможность выбрать среди проектов те, которые будут реализованы в ближайшей и отдаленной перспективе, а также проекты, которые являются практически неосуществимыми. В результате анкетирования было установлено, что наиболее реализуемыми в ближайшей перспективе были признаны проекты, связанные с освоением космического пространства и медицинских технологий, в то же время телепортация макрообъектов, создание машины времени и вечного двигателя были отнесены большинством студентов к технически неосуществимым. Были выявлены различия в мнениях обучающихся разных специальностей относительно перспектив развития медицинских технологий, в отношении которых студенты технологического профиля проявили больший оптимизм, чем обучающиеся гуманитарных направлений. В то же время последние в большей мере убеждены в возможности обнаружения живых организмов и разумных существ за пределами Земли.

Ключевые слова: анкетирование, научно-технический прогресс, прогноз, реализация проектов, студенты экономического университета, интерес к естественным наукам

**ANALYSIS OF OPINIONS OF THE ECONOMIC UNIVERSITY STUDENTS
ON SCIENCE AND TECHNOLOGICAL PROGRESS PERSPECTIVES**

Gordeeva I.V.

Ural State University of Economics, Yekaterinburg, e-mail: ivgord@mail.ru

The article is devoted to the analysis of the opinions of first-year students of various areas of training (humanities, economists and technologists) of the Ural State University of Economics about the prospects for the development of science and technology in the near and distant future. An anonymous questionnaire included 22 questions concerning various projects – those that can be practically implemented and fantastic ones in terms of the modern science and technology development. Students of humanitarian, technical and economic areas of training were given the opportunity to choose among projects those that will be realized in the near and long future, as well as projects that are practically unfeasible. As a result of the questionnaire, it was found that projects related to the development of outer space and medical technologies were recognized as the most feasible in the near future, while teleportation of macro objects, the creation of a time machine and perpetual motion machine were considered by most students to be technically impossible. Differences were expressed in the views of students of various specialties regarding the prospects for the development of medical technologies, for which technology students showed more optimism than students in humanitarian fields. At the same time, the latter are more convinced of the possibility of detecting living organisms and sentient beings outside the Earth.

Keywords: survey, scientific and technological progress, prognosis, realization of projects, students of economic university, interest towards natural sciences

Изучение дисциплин естественнонаучной направленности в учреждениях профессионального образования студентами, для которых данные предметы не являются профильными, сопряжено с целым рядом серьезных проблем, так как традиционно отмечается крайне низкий уровень внутренней мотивации обучающихся [1]. В связи с этим встает вопрос о повышении заинтересованности обучаемого контингента в освоении конкретной дисциплины, так как очевидно, что использование исключительно внешней мотивации, опирающейся на балльно-рейтинговую систему, имеет кратковременный эффект и при относитель-

но высоких показателях оценок не достигается главный результат – получение качественного образования. Методы и способы повышения внутренней мотивации к обучению, в частности использование различных интерактивных форм организации занятий, достаточно широко обсуждаются в научно-педагогической литературе [2–4]. В то же время следует признать, что каждая методика может быть вариативной, с учетом конкретной ситуации и специфики обучаемого контингента [5].

В Уральском государственном экономическом университете естественнонаучные дисциплины – физика, химия, биохимия,

экология – изучаются в качестве общеобразовательных студентами, обучающимися по ряду технических, технологических и информационных направлений подготовки. Следует признать, что, несмотря на достаточно высокие показатели оценок, в том числе по перечисленным выше предметам, полученных обучающимися еще в средней школе, уровень базовых знаний по данным дисциплинам остается крайне низким, что усложняется также невысокой мотивацией к их дальнейшему изучению в рамках университетской программы. С целью стимулирования заинтересованности студентов в изучении достаточно трудоемких и сложных дисциплин на кафедре физики и химии на протяжении ряда лет проведение традиционных и интерактивных (деловых игр, дискуссий и пр.) форм занятий завершается анкетированием обучающихся, главной целью которого является анализ мнений участников образовательного процесса о перспективах развития науки и технологий. Не секрет, что прогнозы будущего развития человечества под влиянием научно-технического прогресса представляют большой интерес для студенческой молодежи, чье становление происходит в условиях четвертой промышленной революции, стремительно разворачивающихся и необратимых изменений во всех сферах производственной, культурной и повседневной жизни. Цифровизация экономики, образования, банковской сферы и торговли, развитие биотехнологий, нейробиологии и нейролингвистики, робототехники и 3D-принтеров – одним словом, всех современных направлений прикладной науки, коренным образом реорганизовали жизнь человечества и сулят еще более грандиозные перспективы [6–8]. Две нерешенные, по словам Н. Бора задачи – изучение большого Космоса и прогнозирование будущего, тесно связаны между собой, так как активный выход человечества за пределы нашей планеты по праву можно включить в число задач, которые встают перед современной цивилизацией [9, 10].

В целом проблема научно-технического прогнозирования является достаточно сложной, так как само развитие науки и технологий является не линейным, а скорее циклическим, в силу синергетического эффекта влияния на данный процесс целого ряда факторов, включая профессиональные, социально-политические, экономические и пр., о чем неоднократно упоминается на лекционных и практических занятиях. В то же время, в отличие от прогнозов политического и экономического развития,

о некоторых стратегических направлениях фундаментальных и прикладных наук можно рассуждать с определенной долей уверенности на ближайшую (10–50 лет) перспективу, так как развитие научно-технической мысли во многом определяется конкретными потребностями общества (так, например, успехи термодинамики в середине XIX в. во многом определились запросами бизнеса на безопасные паровые двигатели). Следовательно, некоторые наиболее перспективные тренды научно-технического развития (например, роботизация, развитие био- и космических технологий) вполне могут быть вычленены даже обучающимися на первом курсе как технических, так и гуманитарных направлений. Затруднение могут вызвать скорее темпы развития конкретных технологий, особенно в пределах отдельных государств, так как не следует исключать влияние экономических, идеологических и пр. условий, особенно если речь идет о развитии генной инженерии или клонировании человека. Например, А.Д. Сахаров еще в 1966 г., делая прогноз на начало XXI в. в целом верно предсказал основные тренды научно-технического прогресса (за исключением использования энергии радиоактивного распада для управления погодно-климатическими процессами), однако существенно ошибся в сроках реализации последних [7, 11].

Поскольку студенческая молодежь относится к сценариям будущего развития, как правило, с большим оптимизмом, чем представителя старшего поколения, легче осваивает современные информационно-коммуникационные технологии и быстрее адаптируется к всевозможным технологическим инновациям, то предложение апробировать свои силы в качестве начинающих научно-технических футурологов традиционно воспринимается с энтузиазмом, что позволяет повысить заинтересованность в изучении естественнонаучного предмета и одновременно продемонстрировать связь между развитием науки и цивилизационным процессом. Подобные исследования ранее проводились среди студентов колледжа Уральского государственного экономического университета и продемонстрировали высокий уровень оптимизма последних в отношении перспектив развития науки и технологий в ближайшей (10–50 лет) перспективе [12]. Однако аналогичные опросы среди обучающихся по программам бакалавриата до настоящего времени не осуществлялись. Далее представлены результаты исследования, осуществленного на кафедре физики и химии весной 2019 г.

Основные сведения об участниках опроса

Показатель	Гуманитарное направление подготовки	Экономическое направление подготовки	Техническое направление подготовки
Общее количество участников опроса	56	58	78
Юноши:девушки	14:32	25:31	42:36
Средний возраст, лет	18,1	18,5	19,3

Цель проводимого исследования заключалась в анализе мнений российской студенческой молодежи (на примере обучающихся в экономическом университете на гуманитарных – «Гостиничное дело», «Туризм», экономических и технических – «Управление качеством», «Биотехнология» направлениях подготовки) об основных тенденциях и перспективах реализации научно-технических проектов в современном мире.

Материалы и методы исследования

Исследование проводилось в марте – мае 2019 г. среди студентов первого курса Уральского государственного экономического университета, в выборку было включено всего 192 человека – 118 девушек и 74 юноши в возрасте 18–20 лет. Более подробные сведения об обследуемом контингенте обучающихся представлены ниже в таблице.

Опрашиваемым была предложена анкета, состоявшая из 22 вопросов, охватывавших основные тренды развития современной научно-технической мысли (перспективы освоения Солнечной системы и более далекого космического пространства, применение биотехнологий для продления активной молодости и пр.). Кроме того, студентам также были представлены некоторые проекты, которые в настоящее время являются фантастическими не только с точки зрения подавляющего большинства населения, но и по мнению многих специалистов в области естественных наук: мгновенное перемещение в пространстве – телепортация или достижение человеком физического бессмертия. Анкетированным студентам предлагалось сделать выбор по каждому из проектов в зависимости от его принципиальной осуществимости (неосуществимости) и сроков реализации: вариант А – проект осуществим в относительно короткие (10–50 лет) сроки; вариант Б – сценарий принципиально реализуем, но в сроки, превышающие длительность человеческой жизни (не ранее чем через 100 лет); В – сценарий

абсолютно фантастический и неосуществимый. Интерес представлял не только анализ мнений современной студенческой молодежи об основных трендах научно-технического прогресса, но и сравнение результатов анкетирования, проведенного среди обучающихся по разным специальностям, так как априори предполагается, что техническое образование стимулирует больший интерес к инновациям, нежели гуманитарное.

Результаты исследования и их обсуждение

Выборочные данные по ответам на 4–5 вопросов, набравших наибольшее количество голосов для каждого из возможных вариантов, представлены ниже на рис. 1–3.

Анализ полученных результатов позволяет заключить, что наиболее перспективными в ближайшее время студенты полагают активно развивающиеся медицинские технологии (трансплантологию, медицинские биотехнологии), а также прикладные космические исследования. В то же время отмечены существенные и достоверные ($P < 0,05$) различия между мнениями опрошенных, обучающихся по разным специальностям. Как следует из рис. 1–2, студенты технических направлений подготовки в большей степени убеждены в активном развитии трансплантологии (то есть тех прикладных направлений, которые опираются на реальные возможности уже существующих технологий). В то же время студенты-гуманитарии имеют меньшее представление о перспективах развития данных наук, но зато проявляют больший оптимизм в отношении потенциальной возможности обнаружения внеземных форм жизни и разумных существ. В целом, как показывают результаты опроса, обучающиеся имеют общее представление о наиболее перспективных (трендовых) направлениях развития прикладных наук, вследствие чего выделили в качестве краткосрочно реализуемых именно те из них, на которые обращается пристальное внимание в экономически развитых странах.

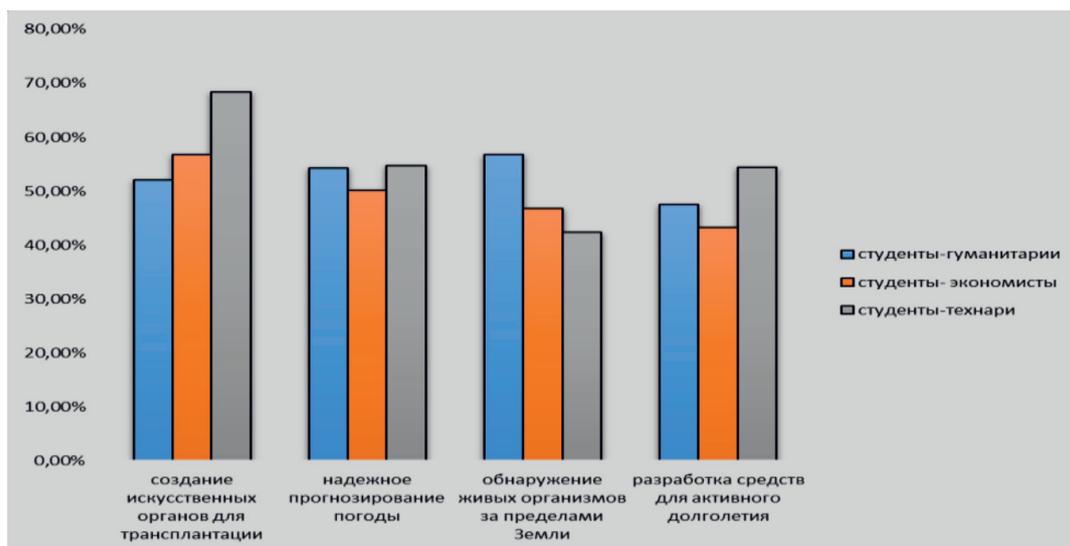


Рис. 1. Наиболее перспективные для краткосрочной реализации проекты, с точки зрения опрошенных (% ответов)

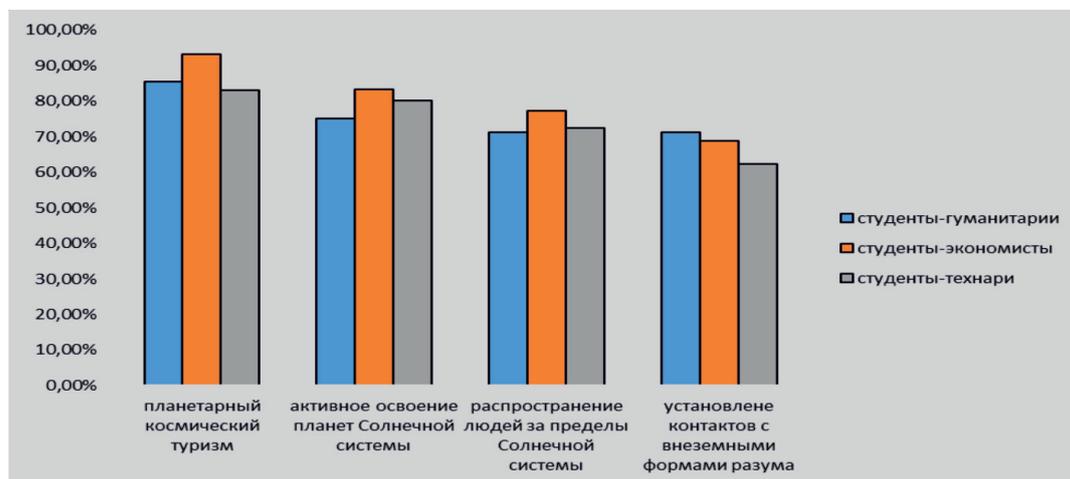


Рис. 2. Наиболее перспективные в долгосрочной реализации проекты (% ответов)

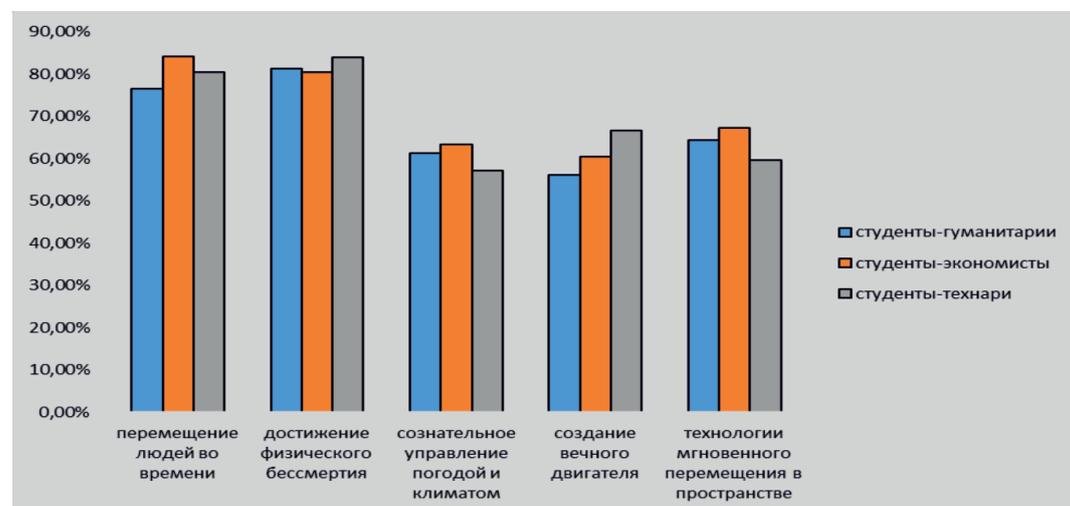


Рис. 3. Практически не реализуемые проекты (% ответов)

Практически все проекты, которые, по мнению анкетированных, могут быть реализованы только в отдаленной, более чем вековой, перспективе, имеют отношение к освоению космического пространства Солнечной системы и отдаленного Космоса. Максимальное количество положительных ответов пришлось на вопрос о развитии планетарного космического туризма у студентов экономических специальностей, так как последний может осуществляться на коммерческой основе и достигим уже в настоящее время, правда, в виде исключительных случаев и по очень высокой цене, вопреки оптимистическим прогнозам предыдущего столетия [1, 5].

Технически не реализуемые человечеством проекты, с точки зрения большинства опрошенных, представлены на рис. 3. Если в отношении перспектив построения *perpetuum mobile* или достижения *Homo sapiens* физического бессмертия убеждения анкетированных опирались на естественнонаучные данные, то по поводу ряда других тем современные студенты демонстрируют более консервативные взгляды по сравнению с рядом ученых [9, 10]. Управление погодно-климатическими процессами, происходящими в биосфере, является принципиально осуществимым, однако все же рассматриваются обучающимися в качестве фантастических. Причины могут быть как когнитивного (незнание конкретной информации), так и этического плана, поскольку последствия антропогенного вмешательства в суперсложные экосистемные процессы могут оказаться критическими для самого человечества. По этой же причине значительная часть опрошиваемых отвергает принципиальную достижимость человеком физического бессмертия.

В то же время фантастическими и нереализуемыми проектами большинство опрошенных назвало освоение человечеством межгалактического космического пространства, требующего перемещения со сверхсветовыми скоростями, а также коррелирующую с последним идею мгновенного перемещения – телепортации макрообъектов, принципиальная возможность которой в настоящее время достаточно широко обсуждается специалистами в области квантовой механики [3, 4]. Неприятие подобных идей может свидетельствовать о недостаточной информированности обучающихся о перспективах развития этой науки, так как сложные научно-технологические проекты не рассматриваются в рамках программы физики в общеобразовательной школе, а при обучении в высших учебных заведениях

акцент смещен на формирование соответствующих общекультурных и профессиональных компетенций. Следовательно, передовые направления развития научно-технической мысли, способные заинтересовать студенческую молодежь, можно рассматривать к качеству тем, рекомендованных для самостоятельного изучения или для обсуждения при проведении интерактивных форм организации занятий, что позволит повысить внутреннюю мотивацию к изучению естественнонаучных дисциплин.

Выводы

Проведенное исследование дает возможность сделать следующие заключения:

Во-первых, проведенное исследование было позитивно встречено студенческой аудиторией, что позволяет говорить о наличии среди опрошенных в целом благосклонного отношения к самому научно-техническому прогрессу и его конкретным достижениям.

Во-вторых, в качестве реализуемых в краткосрочной перспективе проектов опрошенные рассматривают медицинские технологии, прогнозирование землетрясений и изучение Солнечной системы, что в целом коррелирует с научно-техническими прогнозами, хотя выявляются существенные различия между мнениями студентов различных направлений подготовки.

В-третьих, технологически осуществимыми в отдаленной перспективе проектами опрошенные считают активное практическое использование ресурсов планет Солнечной системы, развитие космического туризма (большой оптимизм проявляют студенты экономических специальностей) и даже дальнейшее освоение человечеством галактического пространства. Некоторые из подобных проектов являются перспективными с точки зрения научно-технических прогнозов, но многие остаются утопичными, поскольку требуют нарушения установленных физической наукой запретов, например запрета на перемещение со сверхсветовой скоростью.

В-четвертых, большинство опрошенных студентов отметили как принципиально нереализуемые проекты, осуществление которых либо запрещено естественнонаучными законами (создание вечного двигателя, нарушающего законы термодинамики), либо слишком сложно для восприятия (квантовая телепортация), а также неприемлемо по каким-либо причинам (физическое бессмертие человека), что может свидетельствовать об использовании

базовых естественнонаучных знаний, а также представлений о магистральных направлениях научно-технического прогресса.

Кроме того, анкетирование продемонстрировало наличие целого ряда вопросов, вызывающих затруднение студентов по причине слабой осведомленности в отношении конкретной темы или активной ее разработки в современной науке (биотехнологические достижения, альтернативная энергетика и др.). Преподавателям университетов следует это учитывать при проведении мастер-классов, лекций и других мероприятий по естественным наукам на базе средних общеобразовательных и профессиональных учебных заведений в рамках взаимодействия «школа – вуз».

Список литературы

1. Sjoberg S. Science and technology education. Current challenges and possible solutions. *Innovations in Science and Technology Education*. 2002. Vol. VIII. P. 296–307.
2. Гущин Ю.В. Интерактивные методы обучения в высшей школе // *Dubna Psychological Journal*. 2012. № 2. С. 1–18.
3. Chilliwant K. Comparison of two teaching methods, structured interactive lectures and conventional lectures. *Bio-medical Research*. 2012. Vol. 23. № 3. P. 363–366.
4. Кандаурова Т.П. Повышение познавательной мотивации у курсантов военного вуза при изучении физики // *Современная высшая школа: инновационный аспект*. 2018. № 3. С. 34–41.
5. Березина С.Л., Горячева В.Н., Елисеева Е.А., Слынько Л.Е. Формирование профессиональных компетенций студентов технического вуза в процессе обучения химии // *Современные наукоемкие технологии*. 2018. № 2. С. 122–126.
6. Каку М. *Будущее разума*. М.: Альпина нон-фикшн, 2015. 502 с.
7. *Будущее науки в XXI веке. Следующие пятьдесят лет* / Под ред. Дж. Брокмана. М.: АСТ: АСТ МОСКВА, 2008. 255 с.
8. Каку М. *Физика невозможного*. М.: Альпина нон-фикшн, 2009. 456 с.
9. *Наука XXI века. Альманах новейших открытий и гипотез* / Сост. А.В. Волков. М.: Вече, 2014. 288 с.
10. Рьедматтен Э. *Изобретения XXI века, которые изменят нашу жизнь*. М.: Эксмо, 2009. 336 с.
11. Фейнгин О.О. *Наука будущего*. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. 248 с.
12. Гордеева И.В. Мнения учащихся колледжа о перспективах развития науки и технологий // *Nauka-Rastudent. Ru*. 2016. № 2 (26). 13 с.

УДК 373.2/3

К ПРОБЛЕМЕ РАЗРАБОТКИ МЕТОДИКИ ДИАГНОСТИКИ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ РАСТУЩЕГО ЧЕЛОВЕКА

Гребнева В.В., Садовски М.В.

*Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Белгород,
e-mail: grebneva@bsu.edu.ru*

В данной статье предложена методика исследования индивидуальных особенностей двигательной активности детей дошкольного и младшего школьного возраста. В связи со снижением показателей здоровья и показателей физического развития детей проблемы регулирования двигательной активности приобретают государственное значение. Авторы выделяют проблему исследования в поиске педагогических возможностей оптимизации двигательной активности растущего человека в дошкольный период детства. На основе анализа научных публикаций была разработана методика диагностики индивидуальных особенностей двигательной активности растущего человека. Нами были рассмотрены признаки двигательной активности ребенка и особенности изменения в случае отклонения в ту или иную сторону от нормы. Показано, что поведенческие особенности двигательной активности детей обусловлены свойствами нервной системы, базовыми потребностями и гендерной направленностью. Это позволяет эффективно организовать процесс формирования двигательных навыков у детей, основываясь на принципе природосообразности и индивидуальном подходе. Результаты исследования свидетельствуют о ее эффективности, заключающейся в предоставлении возможности распределения выборки по нескольким признакам: по поведенческим особенностям двигательной активности; по индивидуально-типологическим свойствам нервной системы; по гендерным признакам; по профилю основных потребностей испытуемых.

Ключевые слова: двигательная активность, гендерный признак, индивидуальные особенности, ребенок, дошкольный возраст

TO THE PROBLEM OF DEVELOPMENT OF A TECHNIQUE OF DIAGNOSTICS OF INDIVIDUAL FEATURES OF MOTOR ACTIVITY OF THE GROWING PERSON

Grebneva V.V., Sadovski M.V.

Belgorod State National Research University, Belgorod, e-mail: grebneva@bsu.edu.ru

In this article the technique of research of individual features of motor activity of children of preschool and primary school age is offered. In connection with the decline in health indicators and indicators of physical development of children, the problems of regulation of motor activity acquire state importance. The authors highlight the problem of research in the search for pedagogical opportunities to optimize the motor activity of a growing person in the preschool period of childhood. On the basis of the analysis of scientific publications, the technique of diagnostics of individual features of motor activity of the growing person was developed. We considered the signs of motor activity of the child, and especially changes in case of deviation in one direction or another from the norm. It is shown that the behavioral features of motor activity of children are due to the properties of the nervous system, basic needs and gender orientation. This allows you to effectively organize the process of formation of motor skills in children, based on the principle of naturalness and individual approach. The results of the study indicate its effectiveness, which consists in providing the possibility of distributing the sample on several grounds: behavioral characteristics of motor activity; individual typological properties of the nervous system; gender characteristics; the profile of the basic needs of the subjects.

Keywords: motor activity, gender, individual characteristics, child, preschool age

Диагностика психологических и поведенческих особенностей ребенка дошкольного и младшего школьного возраста чаще всего проводится с использованием метода наблюдения или опросников самого ребенка, а также его родителей. Метод наблюдения действительно является наиболее эффективным в плане изучения особенностей растущего человека. Хорошие результаты приносят и опросники. В то же время и тот и другой метод не достаточно глубоко проникают в суть наблюдаемого поведения или состояния, не объясняют его глубинные истоки и причины. Вследствие поверхностной констатации сложно создавать эффективные средовые условия, необходимые

для развития ребенка. Возможно, это объясняется тем, что наблюдение и опросы могут проводиться воспитателем, учителем, родителем, поскольку не требуют специальных компетенций, необходимых для обработки данных. Да и используются они в большей степени для констатации того или иного факта, с целью описания особенностей поведения ребенка на педагогическом совете или родительском собрании, а также для описания результатов какого-либо проекта.

Цель исследования: на основе анализа научных публикаций разработать методики диагностики индивидуальных особенностей двигательной активности растущего человека.

Материалы и методы исследования

В своих исследованиях S. Iivonen и A.K. Sääkslahti отмечают, что основные двигательные навыки влияют на детское физическое, социальное и когнитивное развитие. Они отмечают необходимость выявления положительных детерминант двигательного развития, таких как стабильность опорно-двигательного аппарата, а также манипулятивных движений у детей в возрасте от трех до шести лет [1]. Hsien Liang Melvin Chung, Whye Lian Cheah и Helmy Nazmi провели исследование, направленное на определение двигательной квалификации у детей дошкольного возраста и их гендерных различий. Данные исследования подтверждают необходимость обеспечения гендерного разделения игр или спорта, так как мальчики и девочки могут достичь равного уровня двигательных навыков для участия в более широком диапазоне физических нагрузок [2]. Данная идея нашла свое подтверждение в работе Barbara Coiro Spessato, Carl Gabbard, Nadia Valentini и Mary Rudisill, которые в своем исследовании сравнивали статус двигательной активности бразильских мальчиков и девочек, 3–10 лет. Они пришли к выводу о гендерных различиях в двигательной активности детей [3]. Для наблюдения двигательной активности ребенка, разработанного нами на основе методики диагностики двигательной расторможенности дошкольников до 7 лет, разработанной американскими учеными Мэри Алворд и Патрисией Бейкер (Alvord, Baker & Associates) [4]. В отличие от авторов ме-

тодики, авторы рассматривают приведенные в таблице признаки как двигательную активность ребенка, деформация которой происходит в случае отклонения в ту или иную сторону от нормы (таблица).

Результаты исследования и их обсуждение

Подсчет и интерпретация результатов. Посчитайте средний балл по каждому ребенку (разделите полученную сумму баллов на количество признаков (в нашем случае их число – 5)*.

*Примечание. При желании или необходимости вы можете расширить список признаков, либо заменить их на другие.

Как показал наш опыт, на основании данного протокола можно распределить выборку испытуемых соответственно на три группы:

1-я группа – дети с нормальной (средней) двигательной активностью, уравновешены, жизнерадостны и доброжелательны, с интересом участвуют в совместной деятельности, обладают сформированным произвольным поведением и вниманием.

2-я группа – малоподвижные дети, со сниженной двигательной активностью малоактивны, держатся обособленно, выбирают пассивные игры, предпочитают пассивное наблюдение за деятельностью сверстников собственному участию в ней. Такие дети отличаются застенчивостью, нерешительностью, часто плачут и обижаются. Сниженные двигательные функции могут привести к задержке психического развития таких детей.

Бланк протокола наблюдения двигательной активности ребенка (образец)

Инструкция к заполнению. Отметьте наличие признака у ребенка.

Переведите отмеченные варианты в баллы, соответственно инструкции:

«Всегда» – гиперактивность (3 балла, повышенная);

«Часто» – средняя активность (2 балла, норма);

«Иногда» – гипоактивность (1 балл, сниженная).

№	Чаше бегаёт, чем ходит			Взбирается на мебель, парты, стеллажи			Суетлив (изворачивается, прыгает, раскачивается)			Делает все с шумом (роняет, спотыкается, переворачивает)			Все время играет и вовлекает других		
	часто	всегда	иногда	часто	всегда	иногда	часто	всегда	иногда	часто	всегда	иногда	часто	всегда	иногда
1	x			x				x			x			x	
2			x				x			x			x		
3	x				x			x			x				x
4				x				x			x			x	
5															
6	x					x			x			x			x

3-я группа – гиперактивные дети (повышенная двигательная активность), отличаются отсутствием опыта «играть по правилам», преобладанием непроизвольного внимания, импульсивны, не умеют считаться со сверстниками, что часто приводит к конфликтам с ними. Для них характерны вспышки агрессии и гнева. Любят играть в военные игры. Склонны к травматизации.

Особенности двигательной активности детей 2-й и 3-й группы могут являться своеобразным защитным механизмом в случае дезадаптации ребенка в социальной (семейной, образовательной) среде, а также свидетельствовать о врожденных свойствах нервной системы (типе темперамента). Не секрет, что ребенку с холерическим типом нервной системы свойственен и «холерический» (взрывной) тип двигательной активности. Она зачастую неуправляема, непредсказуема и импульсивна. Ребенок-холерик все время находится в движении, переживая гамму положительных и отрицательных эмоций. Ребенок-сангвиник более управляем, способен контролировать собственные эмоции и потребности в движении. Он – экстраверт и оптимист, с удовольствием включается в двигательные игры и действия совместно со сверстниками, оценивая свои собственные возможности и способности. Переживаемые им эмоции – в большей степени положительные. Меланхолики и флегматики, относящиеся к интровертированным типам, пассивнее двух предыдущих типов. Биологическая потребность в движении у них снижена. Активным играм со сверстниками они предпочитают пассивные игры в одиночестве. Меланхолики часто отказываются от активных игр из-за страха получить травму, или наказания со стороны взрослого, поскольку ориентированы к опыту отрицательных эмоций. Флегматик чаще всего безразличен к тому, что происходит вокруг, поскольку долго пытается вникнуть в суть происходящего, не успевая за сверстниками. Находит себе подобных и играет с ними, либо с удовольствием предается одиночеству. Конечно же «чистых» типов не существует, однако склонности к тому или иному типу можно выявить с помощью разработанной нами методики диагностики свойств нервной системы «Визуальные метафоры темперамента» [5]. Данную методику можно использовать для детей с трехлетнего возраста, поскольку она является проективной, обращенной к участку мозга, отвечающему за эмоции, а также и не требует определенного уровня интеллектуального развития. Для определения механизма действия метафор мы использовали два основополагающих

аспекта, касающихся особенностей нервной системы: впечатлительность (внутренний рисунок) и импульсивность (внешний рисунок). Здесь мы опираемся на теоретические выводы С.Л. Рубинштейна, согласно которым темперамент индивида характеризуется «силой и устойчивостью того воздействия, которое впечатление оказывает на человека» (впечатлительность), а также «силой побуждений, скоростью с которой они овладевают моторной сферой и переходят в действие» (импульсивность) [6, с. 614–619]. Другими словами, впечатлительность – это способность к проявлению бурной реакции на средовые стимулы, а также склонность к запоминанию объектов внешнего мира на длительное время. У детей с разным типом темперамента впечатлительность всегда индивидуальна и напрямую связана с эмоциональной сферой ребенка, реакция на впечатление которого выражается в быстроте, силе и устойчивости, соответствующих свойствам нервной системы. Импульсивность же связана с силой воли, с наличием потребности в деятельности (активности) и обуславливает скорость перехода побуждений в действие. Заручившись научными выводами относительно описанных нами свойств нервной системы, с применением визуальной метафоры мы разработали проективную диагностическую методику для детей дошкольного возраста, позволяющую достаточно быстро и эффективно провести скрининг свойств нервной системы детей по шкале «впечатлительность – импульсивность» (рис. 1).

Метафора флегматического темперамента (рис. 1.1) отражает слабую впечатлительность и малую импульсивность; холерического (рис. 1.2) – сильную впечатлительность и высокую импульсивность; сангвинического (рис. 1.3) – слабую впечатлительность и большую импульсивность; меланхолического – сильную впечатлительность и малую импульсивность.

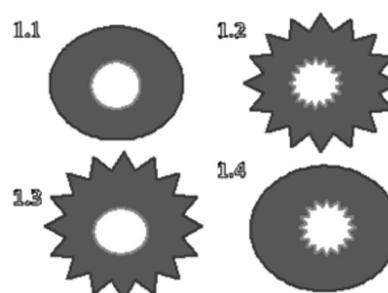


Рис. 1. Визуальные метафоры динамических особенностей психической деятельности и поведения человека (В.В. Гребнева, 2014)

Инструкция. Перед ребенком выкладываются четыре рисунка (картинки). «Внимательно рассмотрите четыре картинки и выберите наиболее понравившуюся из них». Для детей можно варьировать инструкцию: «Какую картинку ты хотел бы нарисовать?», «Какую картинку ты подарил бы маме или папе?» и т.п. Опыт применения данной методики показал, что дети, которые ассоциируют значимого для них взрослого (родителя, воспитателя) или сверстника с той или иной картинкой, с большой вероятностью «угадывают» выбор той же понравившейся им картинке самим взрослым или сверстником.

Получив результаты диагностики по данной методике, можно сравнить их с результатами наблюдений, повысив, таким образом, достоверность первой и второй методик.

Исследуя особенности двигательной активности детей, часто приходится делить выборку испытуемых по гендерному признаку. Как правило, воспитатели делят ее на «девочек» и «мальчиков», упрощая путь исследования и искажая понятия «гендер» и «пол». Данные понятия не являются идентичными, поскольку в первом случае речь будет идти о культурном поле (гендере), во втором – о биологическом. Разделив выборку по половым биологическим признакам на девочек и мальчиков, мы можем не обнаружить значительных расхождений в особенностях проявления двигательной активности детей. Совсем иная картина наблюдается в случае деления выборки в соответствии с гендерными свойствами детей: маскулинными (мужскими), феминными (женскими) и андрогинными (смешанными). В таком случае мы можем наблюдать феминные особенности активности некоторых мальчиков и, наоборот, маскулинные у девочек. Для диагностики гендерной принадлежности у взрослых наиболее часто используется поло-ролевой опросник Сандры Бем [7]. Для детей мы успешно применяем метод определения гендерной принадлежности по особенностям строения руки, разработанный и описанный в отечественной психологии В.П. Симоновым [8, с. 40–44].

Для женского (феминного) типа руки характерны утонченность и удлиненность пальцев, кроме того, указательный палец длиннее безымянного (Ф). Маскулиновый (мужской) тип руки отличается от феминного более короткими и утолщенными пальцами. Имеются различия и между указательным и безымянными пальцами: указательный палец короче безымянного (М). Андрогинный (смешанный) тип

можно наблюдать в двух вариантах: а) как на картинке, когда безымянный и указательный пальцы на обеих руках одинаково ровные (А); б) когда одна рука выглядит как феминная (Ф), другая – маскулиновая (М). Наши наблюдения показывают, что чем больше расхождения между указательным и безымянными пальцами, тем ярче проявляется тот или иной гендерный признак у ребенка.

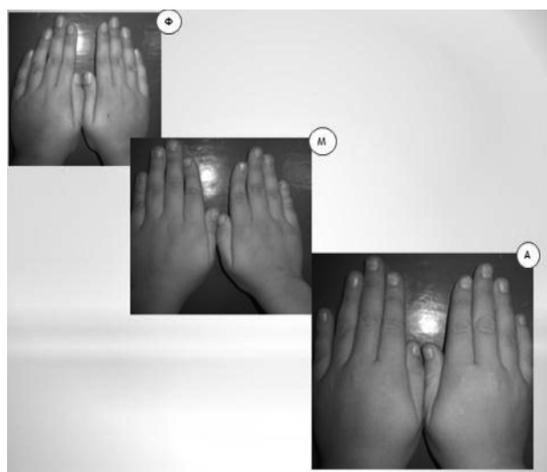


Рис. 2. Физические признаки гендерной асимметрии (на примере кистей рук детей спортсменов в возрасте 10 лет)

Распределив выборку испытуемых по гендерному признаку, мы можем сравнить полученные результаты с особенностями профиля потребностей в каждой группе. Для этой цели мы рекомендуем использовать проективный вариант методики диагностики потребностей человека, разработанной В.И. Гарбузовым [9].

Врожденными ориентирами, формирующими систему индивидуальных потребностей и мотивов, установок, интересов, а также поведенческих стереотипов, являются инстинкты – это фундаментальные, эволюционно отобранные и генетически фиксированные основные жизненные потребности. Каждый ребенок обладает индивидуальным инстинкт-профилем, который следует учитывать при формировании мотивов двигательной активности. К примеру, доминирование феминной группы потребностей (1 и 2) может стать причиной формирования мотивации избегания неудач, в то время как маскулинные (4–7) потребности будут способствовать развитию мотивации достижения в учебной деятельности. Альтруистические потребности являются промежуточными, основной их функцией является «примирение» двух групп.

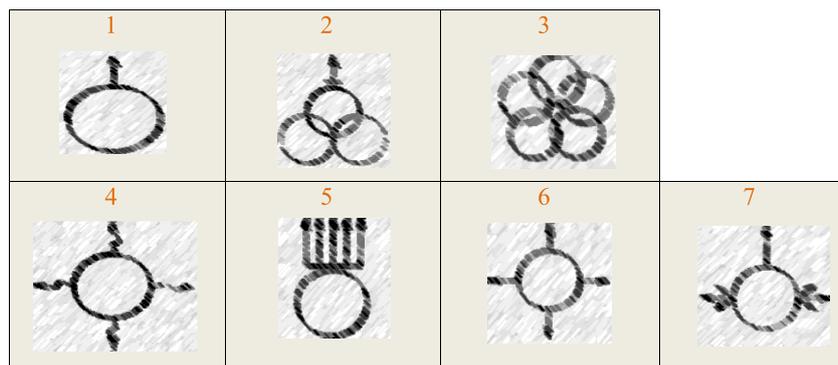


Рис. 3. Методика диагностики ведущих инстинктов-потребностей («Инстинкт-профиль» В.И. Гарбузова)*. *Примечание: основные жизненные потребности: в самосохранении (1) и продолжении рода (2), альтруистические (3), потребности исследования (4), доминирования (5), свободы (6), сохранения достоинства (7)

Учителю или воспитателю не составит труда построить профиль инстинктов, применив проективную диагностическую карту, разработанную В.И. Гарбузовым в соответствии с модифицированной нами инструкцией [9]. «Выложите в ряд перед ребенком картинки в соответствии с указанным номером на обратной стороне (здесь номер указан на лицевой стороне условно). Предложите ребенку выбрать самый красивый значок и переверните его обратной стороной. Затем из оставшихся выбирайте еще один... и так до тех пор, пока перед вами не получатся картинки с номерами (например: 5 7 3 6 2 4 1). Набор цифр будет указывать на индивидуальные особенности инстинкт-профиля каждого ребенка, проинтерпретировать который вы сможете, обратившись к первоисточнику [9].

Как мы уже указывали, профиль потребностей состоит из феминных (самосохранения и продолжения рода) и маскулинных (исследования, доминирования, свободы и сохранения достоинства) признаков. Личность, отдающая предпочтения потребностям 1 и 2, является феминной, 4–5 – маскулинной. Полученные при помощи данной методики профили, подтверждаются физическими гендерными признаками, выявленными нами ранее по методике В.П. Симонова [8]. При этом если в первую тройку наиболее значимых потребностей попадает потребность в альтруизме, физические признаки у испытуемого как правило будут указывать на андрогинный тип личности.

Заключение

Предложенная и апробированная нами методика исследования индивидуальных особенностей двигательной активности детей на выборке испытуемых в возрасте от 5 до 8 лет (n = 285 чел.) подтверждает ее эффективность в возможности распре-

ления выборки по следующим признакам: по поведенческим особенностям двигательной активности; по индивидуально-типологическим свойствам нервной системы; по гендерным признакам; по профилю основных потребностей испытуемых. В результате нами было установлено, что поведенческие особенности двигательной активности детей обусловлены свойствами нервной системы, базовыми потребностями и гендерной направленностью, что в свою очередь позволило нам более эффективно организовать процесс формирования двигательных навыков у детей, основываясь на принципе природосообразности и индивидуальном подходе.

Статья выполнена при поддержке гранта РФФИ № 19-013-00173.

Список литературы

1. Iivonen S., Sääkslahti A.K. Preschool children's fundamental motor skills: a review of significant determinants, Early Child Development and Care. 2014. Vol. 184:7. P. 1107–1126.
2. Hsien Liang Melvin Chung, Whye Lian Cheah & Helmy Hazmi. Fundamental motor skill among preschool children in rural of Kuching, Sarawak, Early Child Development and Care. 2019. DOI: 10.1080/03004430.2019.1658088.
3. Barbara Coiro Spessato, Carl Gabbard, Nadia Valentini, Mary Rudisill. Gender differences in Brazilian children's fundamental movement skill performance, Early Child Development and Care. 2013. Vol. 183:7. P. 916–923. DOI: 10.1080/03004430.2012.689761.
4. Cognitive Behavioral Therapy (CBT) and other evidence-based treatments // Alvord, Baker & Associates [Электронный ресурс]. URL: <http://www.alvordbaker.com/resources> (дата обращения 12.06.2019).
5. Гребнева В.В. Теория и технология решения психологических проблем: учеб. пособие. М.: ИНФРА-М, 2014. 192 с.
6. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. СПб.: Питер, 2015. 705 с.
7. Бем С. Линзы гендера: Трансформация взглядов на проблему неравенства полов / Пер. с англ. М.: «Российская политическая энциклопедия» (РОССПЭН), 2004. 336 с.
8. Симонов В.П. Педагогика и психология высшей школы. Инновационный курс для подготовки магистров : учеб. пособие. М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2018. 320 с.
9. Гарбузов В.И. Неврозы и психотерапия. СПб.: Сотис, 2001. 242 с.

УДК 37.018.2

ФОРМИРОВАНИЕ НАВЫКОВ ОСНОВ БЕЗОПАСНОСТИ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ ВО ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

¹Зиятдинова А.И., ¹Мустаев Р.Ш., ¹Салихов Н.Р., ¹Мисбахов А.А.,
¹Кузнецова О.Ю., ²Санатulloв А.Э.

¹ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», Казань,
e-mail: alfiya.ishakovna@mail.ru;

²МБОУ лицей № 177, Казань, e-mail: sanatullov1972@mail.ru

На основе проведенного исследования проанализирована эффективность внеурочной работы в процессе формирования практических навыков основ безопасности жизнедеятельности. Апробирована программа внеурочной деятельности по формированию практических навыков безопасного поведения на дорогах для школьников 5-х классов городской и сельской школ. Результаты констатирующего этапа определили низкий уровень знаний правил дорожного движения у школьников, так 45% детей из городской школы и 60% из сельской не знают правил дорожного движения. На контрольном этапе после реализации нашей программы по изучению правил дорожного движения получены следующие данные: у 70% учащихся городской школы определен высокий уровень знаний, это на 15% больше результатов детей, обучающихся в сельской школе. При этом низкий уровень знаний правил дорожного движения между исследуемыми группами не имел достоверных различий. В предложенной нами программе по профилактике детского травматизма основное внимание было направлено на усвоение знаний и навыков при непосредственном участии самих учеников, их родителей, учителя по безопасности жизнедеятельности, с привлечением служащих государственной инспекции по безопасности дорожного движения. В ходе исследования выявлено, что внеурочная деятельность способствует формированию практических навыков в области правил дорожного движения и, соответственно, профилактики травматизма среди учащихся 5-х классов.

Ключевые слова: школьники, безопасность, внеклассная деятельность, здоровье, правила дорожного движения

FORMATION OF PRACTICAL SKILLS IN BASIC LIFE SAFETY FOR SCHOOLCHILDREN IN EXTRACURRICULAR ACTIVITIES

¹Ziyatdinova A.I., ¹Mustaev R.Sh., ¹Salikhov N.R., ¹Misbakhov A.A.,
¹Kuznetsova O.Yu., ²Sanatullov A.E.

¹Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education
«Kazan (Volga Region) Federal University», Kazan, e-mail: alfiya.ishakovna@mail.ru;

²MBOU Lyceum No. 177, Kazan, e-mail: sanatullov1972@mail.ru

Based on the study, the effectiveness of extracurricular work in the process of forming practical skills in the basics of life safety was analyzed. The program of extracurricular activities on the formation of practical skills of safe road behavior for schoolchildren of the 5th grade of urban and rural schools was tested. The results of the ascertaining stage determined a low level of knowledge of the rules of the road among schoolchildren, as 45% of children from a city school and 60% from a rural school do not know the rules of the road. At the control stage, after the implementation of our program for studying traffic rules, the following data were obtained: 70% of city school students have a high level of knowledge, which is 15% more than the results of children studying in a rural school. Moreover, the low level of knowledge of the rules of the road between the studied groups did not have significant differences. In our program for the prevention of childhood injuries, the main focus was on the acquisition of knowledge and skills with the direct participation of the students themselves, their parents, a life safety teacher, with the involvement of employees of the state traffic safety inspectorate. The study revealed that extracurricular activities contribute to the formation of practical skills in the field of traffic rules and, accordingly, injury prevention among students in the 5th grade.

Keywords: schoolchildren, safety, extracurricular activities, health, traffic rules

В содержании дисциплины «Основы безопасности жизнедеятельности» модуль «Безопасность на дорогах» занимает одно из центральных мест и является одним из основных в профилактике и сохранении здоровья подрастающего поколения. Профилактика детского транспортного травматизма возможна не только при помощи специальной подготовленности детей и подростков к безопасной жизнедеятельности в транспортной среде, но и сформированности у них транспортной культуры [1].

Это обусловлено, во-первых, требованиями к сохранению жизни и здоровья подрастающего поколения, во-вторых, потребностью общества в повышении уровня транспортной культуры населения и, в-третьих, заказом системы образования на подготовку детей к безопасной жизни и деятельности в условиях развивающейся транспортной среды. В качестве одной из приоритетных задач Концепции демографической политики РФ на период до 2025 г. отмечено уменьшение показателя смертности населения,

которое рассматривает взаимосвязи дорожно-транспортных происшествий с демографическими потерями. Федеральная целевая программа «Повышение безопасности дорожного движения в 2013–2020 гг.» отражает основные задачи в сфере повышения безопасности дорожного движения [2]. Проблема безопасности является актуальной, так как это обусловлено в основном нарушением здоровья, как трудоспособного так и детского населения. А также общество несет огромные экономические потери и убытки от несчастных случаев, пожаров, аварий, катастроф [3]. В результате аварий Россия ежегодно теряет 2% ВВП, по мнению руководства ГИБДД, в будущем следует ожидать гибель на дорогах по «прогрессивному сценарию» [4]. Дорожно-транспортные происшествия и количество населения пострадавшего в них считаются самыми серьезными социальными проблемами в мире.

Анализ психолого-педагогической литературы по проблеме исследования позволил выявить следующие противоречия между необходимостью формирования практических навыков основ безопасности жизнедеятельности школьников и недостатком использования потенциала внеклассной деятельности в учебно-воспитательном процессе. Деятельность должна быть направлена на расширение и углубление знаний учащихся, на формирование и развитие их практических умений оказания первой помощи пострадавшим. При этом внеклассная работа со школьниками должна иметь практико-ориентированный характер и быть направлена на достижение планируемых образовательных результатов [5, 6]. В настоящее время образованность осознается обществом как владение технологией работы с информацией, совершенствование навыков самообразования и мотивации собственной деятельности.

В связи с этим нами определена цель исследования: изучить эффективность внеурочной деятельности в процессе формирования практических навыков безопасного поведения на дорогах у школьников 5-х классов.

Материалы и методы исследования

В нашем исследовании участвовали мальчики и девочки 5-х классов лицея № 177 г. Казани и школы поселка городского типа Балтаси Республики Татарстан, общее количество – 168 учащихся. Работа проводилась в три этапа: констатирующий, формирующий, контрольный. Методы: анкетирование, тестирование – проверка уровня знаний правил дорожного движения

(ПДД) проводилась по критериям: высокий уровень – допускалась 1 ошибка или отсутствие ошибок при ответах на вопросы; средний уровень – 2–3 ошибки; низкий уровень – 4 и более ошибок.

Результаты исследования и их обсуждение

Работа по профилактике детского дорожно-транспортного травматизма проводится средствами урочной и внеурочной деятельности, однако отсутствует комплексный подход в решении данной проблемы. Поскольку данное направление является очень актуальным, то исследования были направлены на формирование навыков в сфере безопасности дорожного движения школьников.

По статистике, в дорожно-транспортное происшествие (ДТП) чаще всего попадают школьники в возрасте от 7 до 13 лет – более 60% всех аварий с участием детей. Каждое третье дорожно-транспортное происшествие с участием детей заканчивается серьезными последствиями, они получают различные виды травм, каждая четвертая авария происходит по вине самих детей, самым распространенным нарушением стал переход дороги в неустановленном месте. Причин травматизма много: учащиеся не владеют навыками по безопасному поведению; многие пренебрегают и не знают элементарные правила дорожного движения; не могут анализировать дорожную обстановку, у них возникает состояние страха; в их действиях проявляется несформированность экстраполяционных рефлексов.

Современные требования к образованию предусматривают необходимость сконцентрировать своё внимание на соблюдении ПДД и культуре личной безопасности.

Урочная работа по ОБЖ должна способствовать самосовершенствованию, формированию здорового образа жизни, развитию физических, интеллектуальных, нравственных качеств личности ребенка. Она может проводиться на следующих уровнях:

I уровень – использование внеурочной деятельности для ликвидации пробелов в знаниях и умениях по ОБЖ, в основном проявляется инициатива учителя; II уровень – развить и поддержать интерес учащихся к предмету, учитываются индивидуальные особенности учащихся; III уровень – самостоятельная деятельность учащихся при решении различных проблем.

Работа по ознакомлению с ПДД начинается в начальной школе, проводится в ходе изучения предмета «Окружающий мир» или «Основ безопасности жизнедеятельности», но так как этого оказалось недостаточ-

но, соответственно, нами была разработана рабочая программа внеурочной деятельности по направлению безопасности на дорогах – «Азбука юного пешехода» (таблица). Программа (10 ч в год) составлена по трем основным видам деятельности: обучение детей происходит на основе современных педагогических технологий, теоретические знания правил дорожного движения и безопасного поведения на улице; творческие работы учащихся (изучение тематических иллюстраций, плакатов, слайдов и выполнение креативных заданий, развивающих их познавательные способности, необходимые им для правильной и безопасной ориентации в дорожной среде); практическая отработка двигательных умений, координации движений и навыков безопасного поведения на улицах, дорогах и в транспорте.

В предложенной программе по профилактике детского травматизма на дорогах использовались мероприятия, которые не требовали каких-либо специальных ресурсов, но в то же время стали эффективными методами и формами работы. Во внеурочной работе использовали: тематические занятия, беседы, игровые уроки, практические занятия, конкурсы, соревнования, викторины на лучшее знание ПДД, настольные, ролевые, дидактические игры, видеоуроки по соблюдению правил дорожного движения, креативные задания.

В процессе исследования на констатирующем этапе детям была предложена анкета с вопросами, которые позволили определить знания о правилах дорожного движения. Проанализировав ответы учащихся, выявили следующее: что 45 % детей из лицея и 60 % из сельской школы считают, что не знают правил дорожного движения (ПДД); а 37 % и 31 % соответственно узнают о ПДД только на уроках ОБЖ, а осталь-

ные 18 % и 9 % респондентов получают информацию от родителей. Отвечая на вопросы анкеты, 46 % родителей в начале исследования не придавали особого значения правилам безопасного поведения детей на дорогах, особенно родители учащихся сельской школы.

В эксперименте были запланированы и проведены мероприятия совместные с родителями учащихся, так как обучать детей безопасности поведения на дорогах один из элементов воспитания, а дети копируют поведение родителей, в частности, ведут на дорогах себя так же, как и они. Таким примером является правило перехода дороги вместе с ребенком, необходимо крепко держать его руку, точно следовать ПДД; нельзя торопиться и переходить на бег.

При тестировании знаний (констатирующий этап) на вопрос «С какого возраста можно управлять велосипедом?» правильно ответили 59 % учеников, остальные ответили неправильно. На третий вопрос «Какие знаки помогут пешеходу перейти дорогу?» только 38 % учащихся сельской школы правильно ответили, тогда как на данный вопрос у 62 % городских школьников отмечен высокий результат. Вопрос «Как правильно переходить дорогу от остановки, где остановился автобус?» не вызвал затруднений среди исследуемого контингента, 52 % учащихся сельской школы и 60 % лицея допустили 1–2 ошибки. На десятый вопрос «Что означает непрерывная сплошная линия на дороге?» правильно ответили всего 42 % учеников лицея и 28 % детей, проживающих в сельской местности. Таким образом, при анализе ответов респондентов на констатирующем этапе определены основные направления по изучению вопросов правил дорожного движения.

Тематический план внеурочной деятельности «Азбука юного пешехода»

№	Разделы	Всего часов
1	Дорожные знаки и дополнительные средства информации	1
2	Разметки на дороге	1
3	Движение пешеходов	1
4	Разновидности светофоров	1
5	Городской транспорт	1
6	Регулировщик. Жесты регулировщика.	1
7	Права и обязанности велосипедиста	1
8	Правила оказания первой доврачебной помощи при ДТП (при кровотечениях и ожогах, потере сознания)	2
9	Причины возникновения ДТП	1
Итого часов		10

Результаты констатирующего этапа подтвердили необходимость проведения дополнительных занятий по изучению правил дорожного движения и по профилактике детского дорожно-транспортного травматизма. Учитывая, что в настоящее время не во всех школах существует специальная база с опытом работы по данному направлению, в основном это занятия в рамках уроков по дисциплине «Основы безопасности жизнедеятельности», нами определена необходимость повысить эффективность внеурочной деятельности.

Формирование положительной мотивации и познавательного интереса к занятиям по программе «Азбука юного пешехода» осуществлялось в форме подведения итогов: тестирование, турнир «Знатоки дорожного движения», игра «Безопасное колесо», были определены личностные результаты школьников. Данная программа в процессе ее реализации вызвала большой интерес у детей, так как для овладения знаниями преобладал наглядный и практический методы. Дети имели возможность познакомиться со спецификой работы инспектора ГИБДД, прокатиться в патрульном автомобиле, изучить разметку и дорожные знаки, а также особенности дорожно-патрульной службы. По мнению авторов, такое обучение не может быть полноценным, если в этот образовательный процесс не вовлечен руководитель органа внутренних дел [7].

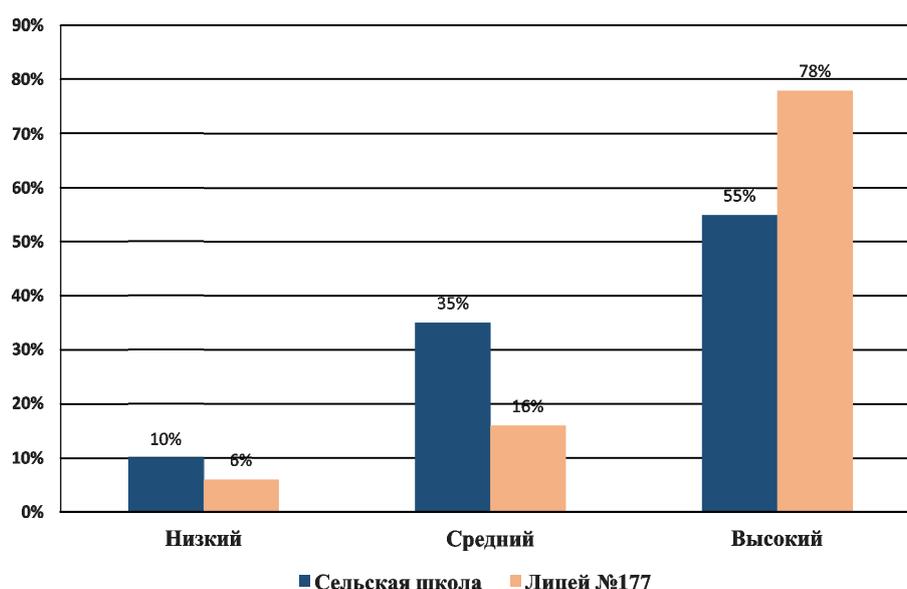
В процессе совместных бесед педагога, психолога школы, представителя ГИБДД акцентировали внимание на формировании безопасности личности: с учетом физиоло-

гических особенностей данного возраста, темперамента, стрессовых ситуаций на дорогах и отсутствия стабильности в поведении ребенка.

Анализ тестовых заданий (контрольный этап) определил осознанный интерес к изучению учащимися правил дорожного движения, а также к профилактике травматизма на дорогах. При тестировании нами выявлен высокий уровень знаний дорожных знаков у 78% учащихся лицея и 55% сельских школьников, они допустили при ответах 1–2 ошибки (рисунок).

Существенное значение во всех исследуемых группах вызвали практические, наглядные и игровые методы обучения правилам безопасного поведения. При этом низкий уровень знаний отмечен у 6% лицейстов и 10% учащихся сельской школы. По теме «Городской транспорт и движение пешеходов» (таблица) знания улучшились на 16% в большей степени у школьников, а у учащихся лицея на 12%, в целом общий уровень знаний в обеих группах высокий.

Нами было выявлено, что в игровой форме у детей незаметно для них самих приобретаются навыки безопасного поведения на дороге, а также лучше закрепляются знания по изучению дорожных знаков. Самое же главное – это нужно заинтересовать детей, а также их родителей в изучении безопасного поведения на дорогах, используя разные педагогические методы и формы. В своих исследованиях учитывали принцип адекватности, любая нагрузка в учебно-воспитательном процессе должна соотноситься с возрастом детей.



Уровень знаний дорожных знаков учащихся 5-х классов (контрольный этап)

Участниками, формирующими безопасное поведение в дорожно-транспортной среде, должны быть: родители, учитель ОБЖ, психолог, весь педагогический коллектив, работники ГИБДД, органы полиции и здравоохранения, средства массовой информации (разработка специальных программ для школьников).

Заклучение

Таким образом, проведенные исследования выявили, что учащиеся с большим интересом участвуют во внеурочной работе по предмету ОБЖ, которая является основой формирования навыков в соблюдении правил дорожного движения.

На основе полученных данных определено, что на безопасное поведение детей на дорогах влияют полученные знания о правилах дорожного движения, особенно владение навыками. По результатам анкетирования установлено, что в процессе использования различных средств во внеурочной работе у школьников возросла мотивация к изучению основ безопасного поведения. Многие родители совместно с детьми участвовали в мероприятиях по профилактике детского травматизма на дорогах и совершенствовали свои знания в этой области, что подтверждается ответами на вопрос анкеты «значение знаний о безопасном поведении на дорогах для детей», 74% родителей ответили положительно (контрольный этап).

При сравнении полученных результатов тестирования среди детей 5-х классов (констатирующий и контрольный этапы) нами установлено, что уровень знаний о безопасном поведении на дорогах повысился у учащихся лицея и сельской школы на 22% и 15%, соответственно.

Следовательно, подтверждена гипотеза исследования о том, что процесс формирования практических основ безопасности жизнедеятельности у школьников будет

эффективным при следующих педагогических условиях:

- учёт возрастных особенностей;
- использование потенциала внеурочной деятельности в учебно-воспитательном процессе, комплексное применение форм и средств в процессе обучения.

Таким образом, систематическое изучение правил овладения навыками безопасного поведения на дорогах, для учащихся 5-х классов является важным аспектом в учебно-воспитательном процессе и началом формирования личности безопасного типа поведения. Это, безусловно, цель в деятельности учителя ОБЖ для достижения которой должны быть использованы как основные формы проведения занятий, так и внеурочная деятельность учащихся.

Список литературы

1. Ахмадиева Р.Ш. Подготовка контентного участника дорожного движения в системе непрерывного образования (на примере Республики Татарстан). Казань: ГБУ: «НЦБЖД», 2011. 324 с.
2. Постановление Правительства Российской Федерации от 03.10.2013 г. № 864 «О федеральной целевой программе «Повышение безопасности дорожного движения в 2013–2020 годах». [Электронный ресурс]. URL: <https://base.garant.ru/70467076/> (дата обращения: 15.12.2019).
3. Алексеев И.А., Байдова М.И. Современное состояние проблемы формирования знаний и умений здорового образа жизни учащихся при изучении курса «Основы безопасности жизнедеятельности» // Молодой ученый. 2014. № 14. С. 255–258.
4. Елагин А.Г. Стратегии обеспечения безопасности дорожного движения // Академическая мысль. 2018. № 3 (4). С. 78.
5. Гараева М.В. Обучение школьников основам безопасности жизнедеятельности: формирование умений оказания первой помощи пострадавшим // Молодой ученый. 2014. № 4. С. 932–934.
6. Михайленко Д.А. Развитие умений и навыков безопасного поведения в городской среде при изучении курса основ безопасности жизнедеятельности // Молодой ученый. 2015. № 6.4. С. 36–38.
7. Елагин А.Г., Кириухин В.В. Участковый уполномоченный полиции и правосознание граждан // Труды Академии управления МВД России. 2018. № 3 (47). С. 63.

УДК 372.8

О НЕКОТОРЫХ ПРОБЛЕМАХ СОДЕРЖАНИЯ КУРСА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Морозов А.В.

*ФГКОУ ВПО «Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского», Санкт-Петербург,
e-mail: alex.morozof@gmail.com*

Обыкновенные дифференциальные уравнения – один из центральных и ведущих разделов курса высшей математики в политехническом вузе. История дифференциальных уравнений насчитывает уже более трехсот лет и успешно доказала, что этот аппарат математики чрезвычайно эффективен не только для исследования задач механики, в первую очередь динамики, но и для электротехники, радиотехники, теории колебаний, теории управления и регулирования, гидродинамики. Сегодня дифференциальные уравнения находят применение в химии, биологии, экономике, медицине. В настоящей статье обсуждаются актуальные вопросы содержания курса обыкновенных дифференциальных уравнений в техническом вузе, на изучение которого отводится небольшое количество часов. Предлагается наряду с изложением теории на лекциях и практических занятиях по каждой технической специальности демонстрировать основные теоретические понятия дифференциальных уравнений на ряде эталонных значимых для практики моделей. Выработку таких эталонных моделей можно осуществить в контакте с преподавателями профильных кафедр. Кроме того, предлагается включить в учебные программы элементы качественного анализа дифференциальных уравнений как методы, находящие в настоящее время большое значение, развитие и распространение. Такое изложение предмета позволит мотивировать студента к обучению данной дисциплине, использовать учебное время с большей эффективностью и будет способствовать формированию в курсе математики необходимых инженерных компетенций.

Ключевые слова: проблемы содержания курса дифференциальных уравнений, эталонные примеры

ABOUT SOME PROBLEMS OF THE COURSE CONTENT DIFFERENTIAL EQUATION

Morozov A.V.

*Federal state military educational institution of higher professional education «Military Space Academy
named after A.F. Mozhaisky», Saint-Petersburg, e-mail: alex.morozof@gmail.com*

Ordinary differential equations are one of the Central and leading topics of the higher mathematics course at the Polytechnic University. History of differential equations has more than three hundred years and successfully proved that this unit of mathematics is extremely effective not only for the study of problems of mechanics, primarily speakers, but also for electrical engineering, radio engineering, vibration theory, control theory and regulation theory. Today, differential equations are used in chemistry, biology, Economics, and medicine. This article discusses current issues of the content of the course of ordinary differential equations in a technical University, which takes a small number of hours to study. It is proposed to demonstrate the basic theoretical concepts of differential equations on a number of reference models that are important for practice, along with the presentation of the theory in lectures and practical classes for each technical specialty. The development of such reference models can be carried out in contact with teachers of specialized departments. In addition, it is proposed to include in the curriculum elements of qualitative analysis of differential equations as methods that are currently of great importance, development and dissemination. This presentation of the subject will motivate the student to study this discipline, use the study time with greater efficiency and will contribute to the formation of the necessary engineering competencies in the course of mathematics.

Keywords: problems of the content of the course of differential equations, reference examples

В условиях научно-технического прогресса и постоянно растущего потока научной информации в образовательном процессе необходимыми шагами являются постоянный поиск новых эффективных форм обучения и переосмысление учебного материала с целью корректировки его подачи и объемов. Ясно также, что было приемлемо и целесообразно в образовании 20–30 лет назад, сегодня требует редакции. Главное при этом дать будущему специалисту фундаментальные знания и ограничить его от прослушивания второстепенных и малозначимых фактов теории, изучение которых может быть либо опущено вовсе,

либо отдано на самостоятельную работу. Говоря точнее, учить надо тому, что является по-настоящему важным, трудным и актуальным. Второй немаловажной проблемой, стоящей сегодня в преподавании, является сокращение разрыва между учебным курсом, в данном случае курсом обыкновенных дифференциальных уравнений, и современным состоянием науки. Нельзя ограничиваться изложением научных фактов прошлого века, не знакомя с современными достижениями науки. Следующей проблемой является то, что по целому ряду объективных причин, сегодня на изучение обыкновенных дифференциальных урав-

нений (ОДУ) во многих технических вузах отводится, прямо скажем, недостаточно времени. На повестку дня встают два вопроса: чему учить и как, если в учебной программе предусмотрено 12–15 лекций и 15–20 практических занятий, а материал столь обширен. Ясно, что для таких вузов в сложившихся обстоятельствах необходимо выработка новых концепций изложения, как теории ОДУ, так и практики.

Целью статьи является анализ проблем содержания курса дифференциальных уравнений вуза с малым количеством учебных часов и пути их решения, а также обоснование необходимости включения в тематические планы курсов математики вузов элементов качественного анализа нелинейных систем как важнейшего аппарата современной теории дифференциальных уравнений и нелинейной динамики.

Возможные пути решения проблем

Обсуждаемые проблемы многогранны, и все их аспекты нам не удастся обсудить. Остановимся на некоторых из них, относящихся к содержанию существующих учебных программ учебного курса ОДУ и выскажем некоторые критические замечания.

Курс ОДУ начинается с изучения уравнений первого порядка. Думается, что методы интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка, сводящиеся к квадратурам, должны быть вынесены на практические занятия. На лекциях должны остаться общие вопросы теории уравнений первого порядка (типы уравнений, понятия о частном, общем и особом решениях, задачи, теоремы) и, возможно, ряд геометрических задач. На практике необходимо рассмотреть основные типы уравнений, но увлекаться интегрированием разных типов искусственно созданных примеров уравнений первого порядка, коих существует великое множество, также не следует. На лекциях при изложении дифференциальных уравнений высших порядков наряду с общей кратко изложенной теорией, должны найти отражение математические модели, за которыми стоят реальные физические процессы. На этих моделях надо демонстрировать понятия, задачи, утверждения, а также – приемы и методы исследования. Это позволит оживить изложение, более эффективно и рационально использовать учебное время и сблизить математику с ее инженерными приложениями. Тем самым на наш взгляд будет усилена и мотивация учащихся к изучению одного из центральных разделов математики. При этом здесь не идет речь о замене математики ее приложениями. В основной части изложение должно вестись строгим научным

языком с использованием принятой научной лексики. Здесь наряду с основными понятиями и теоремами должны найти отражение: вопросы теории устойчивости решений, линеаризации уравнений, элементы теории бифуркаций, методы фазовой плоскости, малого параметра и усреднения, а также разностные схемы и дискретные отображения, т.е. те вопросы, которые естественным образом возникают при анализе любой технической задачи описываемой дифференциальными уравнениями. На наш взгляд, на математических кафедрах вузов для каждой специальности должны быть отобраны *эталонные модели*, изучение которых должно быть обязательным либо на лекциях, либо на практических занятиях. Определение таких моделей надо обсудить с преподавателями специальных кафедр на совместных совещаниях преподавательского состава. Например, для студентов электротехнического и радиотехнического профилей имеет смысл включить в тематические планы лекций и практических занятий исследование следующих математических моделей

$$\begin{cases} \dot{x} = ax + by + p(x, y) \\ \dot{y} = cx + dy + q(x, y) \end{cases},$$

$$y'' + \mu y' = -g(y),$$

$$y'' + \omega^2 y + \alpha y^2 = 0,$$

$$y'' + \mu y' + \omega^2 y + \alpha y^3 = 0,$$

$$y'' + \mu y' + \omega^2 \sin y = 0,$$

$$y'' + \mu(y^2 - 1)y' + \omega^2 y = 0.$$

Эти модели чрезвычайно важны для формирования «нелинейного мышления» инженера. Их необходимо исследовать с учетом параметров и желательно разными методами: малого параметра, усреднения, фазовой плоскости. Такой объемный взгляд на одни и те же модели очень полезен и формирует глубокое знание. Кроме того, параллельно с теоретическим исследованием необходимо организовать и компьютерный практикум с целью выработки у студентов навыков моделирования решений на экране монитора с разными начальными данными и значениями параметров, а также исследованием дифференциальных систем, как в фазовом пространстве, так и в расширенном фазовом пространстве. Средства визуализации решений и траекторий, которые присутствуют в современ-

ных пакетах прикладных программ, несут неоспоримую помощь в освоении теории и реализуют эффективную обратную связь. Необходимо при этом помнить, что для будущего исследователя-прикладника инструментами должны выступать качественный анализ математической модели, вычислительный эксперимент, имитационное моделирование [1].

Что касается изложения теории линейных систем, то этот раздел необходимо изложить с особой тщательностью и полнотой, ибо к нему сводится огромное количество технических задач, и, кроме того, начальный этап исследования любой нелинейной задачи сводится к ее линеаризации, а следовательно, к линейной системе. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений должен в обязательном порядке заканчиваться хотя бы кратким знакомством с некоторыми проблемами современной теории дифференциальных уравнений – с конкретными содержательными математическими примерами-моделями, над которыми работает современная наука.

Учитывая, что множество дифференциальных уравнений, допускающих интегрирование в замкнутом виде, мало, возрастает роль приближенных методов: численных, асимптотических и качественных. Эти последние методы в существующих учебных программах вузов отображены слабо. Именно на некоторых элементарных приемах качественного анализа дифференциальных уравнений мы и хотим остановиться далее подробнее. Желательно, чтобы приводимые ниже соображения нашли отражение и в общем курсе математики.

О качественном анализе в курсе ОДУ

Рассмотрим систему из n автономных обыкновенных дифференциальных уравнений, записанную в нормальной форме

$$\dot{x} = f(x), \quad x \in M \subset R^n. \quad (1)$$

Здесь $f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))$ – вектор правых частей, t – время,
 $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ – вектор неизвестных,
 $\dot{x}(t) = (\dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), \dots, \dot{x}_n(t))$ – вектор производных по времени t .

Предполагается, что функции $f_k(x)$ – непрерывно дифференцируемы в M и каждое решение системы (1) определено при всех $t \geq 0$. Это предположение не является ограничительным, так как заменой времени в системе уравнений этого всегда можно достичь. Заметим, что, задание системы (1) эквивалентно заданию векторного поля $f(x)$ на множестве $M \subset R^n$.

Основы общего качественного анализа дифференциальных уравнений были заложены в конце XIX в. в трудах А. Пуанкаре и существенно продвинуты в части исследования устойчивости решений А.М. Ляпуновым [2, 3]. За последующие годы эта ветвь дифференциальных уравнений превратилась в мощный исследовательский аппарат. Продолжателями этой науки было получено множество важных результатов, изданы десятки монографий и учебников.

Идея качественных методов исследования дифференциальных уравнений весьма проста и заключается в исследовании свойств решений по структуре дифференциальных уравнений, не находя всей совокупности самих решений. Пуанкаре и Ляпунов первыми обратили внимание, что за основу новых методов нужно взять исследование векторного поля системы уравнений, так как поле порождает расслоение фазового пространства на траектории. А поле можно исследовать с помощью различных по конструкции дифференцируемых функций, поверхности уровня которых по отношению к полю являются трансверсальными – поле на которых направлено в одну сторону и не является касательным к ним. Эта геометрическая сторона качественной теории стала понятной, когда Ляпунов ввел понятие производной в силу системы дифференциальных уравнений от специально сконструированных функций, которые сегодня носят его имя. Позднее функции Ляпунова были обобщены, но их назначение осталось прежним – изучение поля, а следовательно, свойств всей совокупности решений, не занимаясь поиском самих решений.

Далее, не вдаваясь в теорию, на конкретном и чрезвычайно важном и познавательном примере излагаются некоторые приемы качественного исследования дифференциальных уравнений. Преследуется ознакомительная цель – введение в круг вопросов качественного анализа, при этом делается упор на те понятия, которые студентам первого и второго курса хорошо известны. Таким образом, малыми средствами делается введение в класс важных задач исследования математических моделей. Думается, что такой подход обоснован, учитывая малый ресурс времени, отводимый на изложение дифференциальных уравнений в общем курсе высшей математики вуза.

Приведем теперь некоторые определения из теории устойчивости [4–6].

Определение 1. Пусть система (1) имеет единственное положение равновесия $x = a$ ($f(a) = 0$) – асимптотически устойчивое по Ляпунову. Система (1) называется устойчивой в целом если любое ее решение стремится к положению равновесия $x = a$.

Определение 2. Пусть в системе (1) несколько положений равновесия. Система (1) называется глобально асимптотически устойчивой, если любое ее решение стремится к некоторому положению равновесия.

Определение 3. Множество фазового пространства называется инвариантным, если оно состоит из целых траекторий.

Определение 4. Устойчивое положение равновесия и устойчивый предельный цикл называются аттракторами системы ОДУ.

Среди дифференциальных систем, описывающих физически важные процессы, особую роль играют системы, для которых выполняется следующее свойство: траектории с течением времени входят в некоторую замкнутую область G фазового пространства R^n и далее с течением времени не покидают ее. Такие системы в математической литературе называются *диссипативными* (диссипативными по Левинсону), а область G – *областью диссипативности* динамической системы (рис. 1). Сформулируем строгое определение.

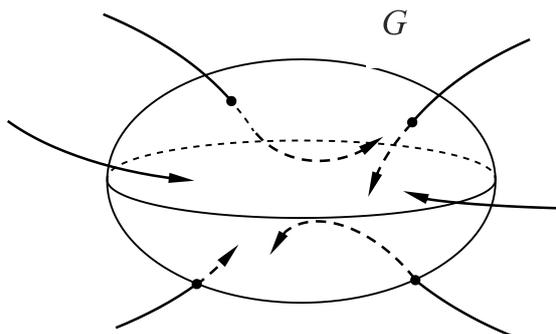


Рис. 1. Область диссипативности

Определение 5. Система (1) называется диссипативной [4], если для любого начального состояния $x^0 \in R^n$, найдется момент времени $\tau = \tau(x^0)$, такой, что при всех $t \geq \tau$ выполняется включение $x(t, x^0) \in G$. Отсюда, в частности, вытекает, что все решения системы определены на промежутке $t \geq 0$ и нет решений, уходящих на бесконечность (решений типа «взрыва»).

Ясно, что доказательство диссипативности системы равносильно построению ее области диссипативности. При этом используются приемы, основанные на анализе векторного поля $f(x)$ и заложенные во втором методе А.М. Ляпунова.

Опишем идею построения таких областей. Для этого зададимся функцией, из заданного класса, например из класса, положительно определенных квадратичных форм $V(x) = (x, Ax)$. Здесь $x \in R^n$, A – симме-

тричная квадратная $n \times n$ матрица. Поверхности уровня таких функций $V(x) = c - \text{const}$ являются, как известно, вложенными эллипсоидами. Затем анализируется векторное поле $f(x)$ системы на каждой из поверхностей. Если векторное поле системы ориентировано одинаково строго внутрь замкнутой области для всех поверхностей уровня $c \geq c_0$, то система диссипативна и можно утверждать, что $G \subset \{x \in R^n \mid (x, Ax) \leq c_0\}$.

Искусство нахождения такого семейства поверхностей связано с удачным выбором матрицы квадратичной формы A . Минимальное значение c_0 определяется из условия касания поля $f(x)$ поверхности уровня $V(x) = c_0$ в некоторой точке.

Замечание. Аналитически установить точную конфигурацию области диссипативности G динамической системы, как правило, не удается. Однако ее оценка – множество $(x, Ax) \leq c$ полностью отвечает определению области диссипативности. Стремятся, как правило, найти ее лучшую оценку.

Для дальнейшего нам понадобится понятие производной от некоторой специальной функции $V(x)$, в силу системы дифференциальных уравнений (1). История возникновения этих функций восходит к А.М. Ляпунову. Только у Ляпунова они знакоопределенные. Здесь же мы не будем этим ограничиваться. Таким образом, эти специальные функции являются обобщениями классических функций Ляпунова.

Определение 6. Пусть $V(x)$, $x \in R^n$ – дифференцируемая функция. Производной от функции $V(x)$ в силу системы уравнений (1) называется

$$\dot{V}(x) = \sum_{k=1}^n \frac{\partial V(x)}{\partial x_k} f_k(x) = \text{grad} V(x) \cdot f(x). \quad (2)$$

Пример. Рассмотрим систему Э. Лоренца [7, 8]

$$\begin{cases} \dot{x} = -d(x - y), \\ \dot{y} = rx - y - xz, \\ \dot{z} = -bz + xy, \end{cases} \quad (3)$$

где $d > 0$, $b > 0$ и $r > 0$ – параметры. Системе (3) посвящены десятки сотен статей, обзоров и книг в связи с открытием в 1960-х гг. сложного поведения траекторий, названного детерминированным хаосом. В связи с этим явлением множество работ было посвящено и оценкам ее *области диссипативности* [9, 10]. Далее мы приводим ряд простых утверждений, доказательства которых элементарны и доступны любому студенту знакомому с понятиями векторного поля,

градиента, скалярного произведения векторов, критерием Сильвестра – знакоопределенности квадратичных форм.

Теорема 1. При $r < 1$ система (3) устойчива в целом, т.е. все ее траектории стремятся при $t \rightarrow +\infty$ к положению равновесия C_0 ($x = 0, y = 0, z = 0$).

Доказательство. Рассмотрим *положительно-определенную* функцию

$$V(x, y, z) = \frac{1}{2} \left(x^2 + \frac{d}{r} (y^2 + z^2) \right) \quad (V > 0) \quad (4)$$

и составим выражение $\dot{V} + 2\lambda V$, где λ – пока неопределенный параметр:

$$\begin{aligned} \dot{V} + 2\lambda V = & -(d - \lambda)x^2 + \\ & + 2dxy - \frac{d}{r}(1 - \lambda)y^2 - \frac{d}{r}(b - \lambda)z^2. \end{aligned}$$

Потребуем, чтобы квадратичная форма, стоящая в правой части, была *определенно-отрицательной*. Следуя критерию Сильвестра это будет выполнено при

$$d - \lambda > 0, \quad b - \lambda > 0, \quad \frac{1}{r}(1 - \lambda)(d - \lambda) + d > 0. \quad (5)$$

Пусть $\lambda_0 = \min\{b, d, 1\}$. Тогда неравенства (5) будут выполнены, если $\lambda \in (1, \lambda_0)$. Таким образом, $\dot{V} + 2\lambda V < 0$ при всех x, y, z кроме точки $x = 0, y = 0, z = 0$. Отсюда $\dot{V} < -2\lambda V$. А так как $V > 0$, то $\dot{V} < 0$. Последнее неравенство означает, что векторное поле на каждой из поверхностей $V = C > 0, C = \text{const}$ направлено строго внутрь эллипсоида $V = C$. Это и доказывает утверждение теоремы.

Следствие. При $r < 1$ область диссипативности представляет собой точку C_0 .

При $r > 1$ – в системе (3) происходит первая бифуркация – положение равновесия C_0 теряет устойчивость и из него рождаются два устойчивых

$$C_{1,2} (x = \pm\sqrt{b(r-1)}, y = \pm\sqrt{b(r-1)}, z = r - 1),$$

(этот факт проверяется через линеаризацию системы (3) в окрестности положения равновесия) одновременно с этим рождается и нетривиальная область диссипативности, размеры и форма которой зависят от значений параметров $d > 0, b > 0$ и $r > 1$. Для построения области диссипативности системы (3) рассмотрим функцию

$$V(x, y, z) = \frac{1}{2d}x^2 + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}(z - r)^2,$$

заметив при этом, что поверхности уровня $V = C$ этой функции представляют собой се-

мейство эллипсоидов, и вычислим ее производную в силу системы (3):

$$\begin{aligned} \dot{V}(x, y, z) = & -\left(x - \frac{1}{2}y\right)^2 - \frac{3}{4}y^2 - \\ & -b\left(z - \frac{r}{2}\right)^2 + \frac{br^2}{4}. \end{aligned}$$

Ясно, что уравнение $\dot{V} = 0$ также задает эллипсоид, причем для внутренних точек эллипсоида $\dot{V}(x, y, z) > 0$, для точек вне эллипсоида $\dot{V}(x, y, z) < 0$.

Заметим, что условие $\dot{V}(x, y, z) = \text{grad}V(x, y, z) \cdot f(x, y, z) < 0$ геометрически означает, что векторное поле $f(x, y, z)$ на поверхности $V(x, y, z) = C$ направлено внутрь эллипсоида. Совершенно ясно, что если все поверхности $V(x, y, z) = C > C_0$ будут содержать внутри себя эллипсоид $\dot{V}(x, y, z) = 0$, то областью диссипативности будет множество $V(x, y, z) < C_0$, а это и доказывает, что система Лоренца (3) является диссипативной в смысле определения 2.

При доказательствах теорем теории устойчивости большую роль играют поверхности без контакта. Следующая теорема дает оценку области диссипативности снизу.

Теорема 2. При $d > b$ имеют место следующие неравенства:

$$\liminf_{t \rightarrow +\infty} \left(z(t) - \frac{1}{2d}x^2(t) \right) \geq 0, \quad (6)$$

$$\liminf_{t \rightarrow +\infty} z(t) \geq 0. \quad (7)$$

Доказательство. Рассмотрим функцию $V(x, y, z) = z - \frac{1}{2d}x^2$ и вычислим

$\dot{V}(x, y, z) = x^2 - bz$. Во множестве $\dot{V} > 0$ рассмотрим цилиндрические поверхности $V = C < 0$. Они оказываются бесконтактными с направлением поля в полупространство $V > C$. А это и доказывает неравенство (6). Из (6) автоматически следует (7).

Теорема 3. При $d = 2b$ система (3) глобально асимптотически устойчива.

Доказательству теоремы предположим следующие простые утверждения.

Лемма 1. При $d = 2b$ система Лоренца имеет инвариантное множество, т.е. множество, состоящее из целых траекторий.

$$W \equiv z - \frac{1}{b}x^2 = 0.$$

Доказательство проводится непосредственной проверкой.

Лемма 2. При $d = 2b$ система Лоренца на множестве $W = 0$ – глобально асимптотически устойчива.

Доказательство. Полагая в (3) $d = 2b$, получим, что третье уравнение становится тождественным первому. При этом полученная двумерная система описывает известное уравнение Дуффинга, глобально устойчивое при этих параметрах.

Доказательство теоремы 3 вытекает из лемм 1, 2 и того факта, что в области $W > 0$ выполняется $\dot{W} < 0$, а в области $W < 0$ выполняется $\dot{W} > 0$.

На этом мы закончим обсуждение системы Лоренца. Отметим только, что она таит очень много интересных эффектов, среди которых есть явление странного аттрактора – инвариантного множества, которое, с одной стороны, притягивает все траектории и одновременно отталкивает их. При этом весь этот сложный сценарий разыгрывается как раз в области диссипативности, о существовании которой мы уже сказали выше. Почувствовать это понятие дифференциальных уравнений можно, если прибегнуть к численному эксперименту, впервые проделанному Э. Лоренцом в 1963 г. (рис. 2). Феномен странного аттрактора был обнаружен им при следующих значениях параметров $b = \frac{8}{3}, d = 10, r = 28$.

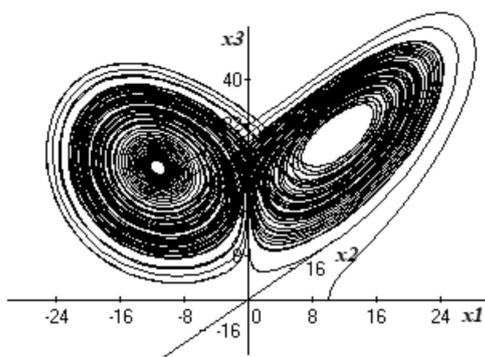


Рис. 2. Аттрактор Лоренца

Заключение

Подводя итог сказанному, зададимся вопросом. Должен ли курс обыкновенных дифференциальных уравнений быть универсальным для всех технических специальностей конкретного технического вуза? Возможно, да, если на его изложение отводится достаточное время. Однако проблема дефицита времени хорошо известна преподавателям высшей школы. Поэтому ответ на поставленный выше вопрос отрицательный. Объясняется это в первую очередь тем, что изложение теории чисто формально, строго, подробно и в общем виде не оставит времени на изложение важных математических

моделей, рассмотрение которых необходимо сделать с точки зрения специальности, по которой происходит обучение. В силу сказанного мы рекомендуем во главу угла ставить не формальную теорию, а содержательные тщательно отобранные примеры, на которых и демонстрировать понятия, теорию, алгоритмы и приемы решения. Кроме того, не надо забывать, что студенческая аудитория технического вуза – это не аудитория будущих математиков. Для будущего инженера дифференциальные уравнения в первую очередь является инструментом исследования математических моделей объектов, технических систем, реальных процессов. При этом студент обретет определенную мотивацию к обучению, если он увидит хотя бы слабую, но связь лекционного материала и практических занятий со своей будущей специальностью или если он почувствует, что ему это в дальнейшем может пригодиться. В противном случае обучение будет малоэффективным, формальным и не будет способствовать главной цели – развитию творческого начала будущего специалиста. И последнее: учитывая, что класс дифференциальных уравнений, интегрируемых в замкнутом виде, ограничен, а многочисленные практические задачи приводят, как правило, к неинтегрируемым уравнениям, мы предлагаем в последней теме курса дифференциальных уравнений втузов включить изложение, хотя бы на элементарном уровне, элементов качественного анализа, позволяющих не интегрируя уравнения выносить суждение о свойствах решений, а это, как отмечалось выше, порой важнее знания самих решений.

Список литературы

1. Морозов А.В. О компьютерном моделировании колебательных систем с одной степенью свободы на фазовой плоскости // Современные наукоемкие технологии. 2019. № 8. С. 147–152.
2. Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 312 с.
3. Аносов Д.В. Дифференциальные уравнения: то решаем, то рисуем. М.: МЦНМО, 2010. 200 с.
4. Коддингтон Э., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Иностранная литература, 1958. 474 с.
5. Арнольд В.И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: МЦНМО, 2012. 304 с.
6. Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. М.: Едиториал УРСС, 2017. 432 с.
7. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Хаотические и стохастические колебания. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. 424 с.
8. Малинецкий Г.Г. Математические основы синергетики: Хаос, структуры, вычислительный эксперимент. Изд. 7-е М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. 312 с.
9. Kocsch N., Leonov G.A., Morozov A.V., Ponomarenko D.V. Zun Eingrenzung des Lorenz-Attraktors durch die Anwendung der nichtlokalen. ZAMM. Z. angew. Math. Mech. 70. 1990. № 2. P. 117–127.
10. Леонов Г.А., Морозов А.В. О глобальной устойчивости стационарной генерации в лазерах // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. № 9. С. 1915–1921.

УДК 796.06:793.38

АНАЛИЗ СТЕПЕНИ ОБЪЕКТИВНОСТИ СУДЕЙСТВА В ¼ И ½ ФИНАЛА ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ В СЛЕДУЮЩИЙ ТУР В ТАНЦЕВАЛЬНОМ СПОРТЕ

Сингина Н.Ф.

ФГБОУ ВО «Российский государственный университет физической культуры, спорта, молодежи и туризма (ГЦОЛИФК)», Москва, e-mail: singina63@mail.ru

Соревнования по танцевальному спорту пользуются большой и вполне заслуженной популярностью во всем мире. В настоящее время в соревнованиях по танцевальному спорту применяются две системы – система «Skating» и новая система WDSF, которая используется для судейства на чемпионатах Европы и мира, а также GrandSlams и World Cups. В спортивной литературе много говорится о фаворитизме в разных видах спорта, однако статистически исследований данного явления в танцевальном спорте не проводилось. Целью настоящей статьи была попытка установления фактов наличия и степени необъективности судейства в танцевальном спорте при помощи методов статистического анализа. В ходе исследования установлено, что анализ судейства с использованием методов математической статистики не только подтверждает имеющиеся в литературе для других видов спорта данные о том, что на степень объективности судейства влияют известные субъективные факторы, ранее изученные для других эстетических видов спорта, но и показывает, что присутствие на паркете пар из одного с судьей города вызывает аномалии в судействе, особенно заметные в ¼ финала.

Ключевые слова: танцевальный спорт, судейство, анализ объективности, статистические методы, фаворитизм

ANALYSIS OF THE DEGREE OF THE JUDGING OBJECTIVITY IN ¼ AND ½ FINALS AT PASSING IN THE NEXT TOUR IN DANCE SPORT

Singina N.F.

Russian State University of Physical Culture, Sports, Youth and Tourism (SCOLIPE)», Moscow, e-mail: singina63@mail.ru

Competitions in dance sport are very popular and deservedly popular all over the world. Currently, two systems are used in dance sport competitions – the Skating system and the new WDSF system, which is used for refereeing at the European and World Championships, as well as GrandSlams and World Cups. There is a lot of data about favoritism in various sports in sports literature. However, no statistical studies of this phenomenon in dance sport have been conducted. So, the purpose of this article was an attempt to establish the facts of the presence and degree of bias in refereeing in dance sport using statistical analysis methods. The study found that the analysis of refereeing using mathematical statistics methods not only confirms the data available in the literature for other sports that known subjective factors influence on objectivity of refereeing, but also shows that the presence of couples from the same city with judge on the floor causes anomalies in refereeing, especially noticeable in ¼ finals.

Keywords: dance sport, judging, objectivity analysis, statistical methods, favoritism

Развитие спорта означает, что со временем в нем, кроме всего прочего, меняется и улучшается система оценки с целью максимальной объективизации определения занятых парами мест и определения победителей. С самого начала танцевальные пары оцениваются на основе определенных критериев и систем, которые с развитием танцевального спорта постоянно изменяются [1, 2]. Однако, несмотря на все изменения, которые вносят в эти системы оценки эксперты WDSF, проблема объективной оценки выступлений спортсменов стоит все так же остро [3, 4].

В спортивной литературе много говорится о фаворитизме по признаку расы, пола и этнической принадлежности в разных видах спорта. Фаворитизм в судействе на основе этих признаков был выявлен при анализе протоколов таких олимпийских видов спорта, как дайвинг [5], прыжки

с трамплина и фигурное катание [6] и гимнастика [7]. В то же время ранее было показано, что в олимпийских соревнованиях по фигурному катанию при использовании старой системы подсчета очков также выявляются национальные предпочтения [8]. В некоторых исследованиях аналогичные судейские аномалии выявляются и в спортивном фигурном катании на олимпийских соревнованиях, в которых оценки судей стали анонимны с 2005 г. [9, 10].

Однако на соревнованиях по спортивным танцам на уровне отдельной страны такие легко выявляемые различия по ряду из этих признаков (расы и этнической принадлежности) среди спортсменов обычно не выявляется, а признак пола не может играть роль ввиду парного характера состязаний. Однако другие, менее заметные групповые идентичности не могут быть так легко выявлены.

В то же время при анализе данных соревнований по фигурному катанию в США были обнаружены предвзятость в оценках и фаворитизм судей, заключающийся в присуждении более высоких оценок фигуристам-одноклубникам. При этом были выявлены также факты влияния на оценки проживания в одном городе фигуриста и судьи, хотя при этом выявленная зависимость была менее значительной [11]. Вывод о том, что общая групповая идентичность является определяющим фактором при принятии решений, согласуется с теоретической работой по идентификации и принятию индивидуальных решений [11].

В настоящее время в соревнованиях по танцевальному спорту применяются две системы – система «Skating» и новая система WDSF, которая используется для судейства на чемпионатах Европы и мира, а также GrandSlams и World Cups. Система «Skating» включает в себя 11 правил [12]. В соответствии с этой системой танцевальные пары выступают в группах, и для участия в финале во время отборочных раундов общее количество пар уменьшается вследствие исключения пар, получивших самые низкие оценки. В основе отбора пар для участия в финале является сравнение их друг с другом на основании определенных, прописанных в правилах, критериев. В предварительных соревновательных раундах, включая полуфинал, пары, продолжающие соревнование, имеют наибольшее количество так называемых «крестов», выданных судьями.

Существуют работы, в которых анализируются причины необъективности судейства в танцевальном спорте [13, 14]. В частности, путем анкетирования как судей, так и танцоров выявлен ряд основных причин, негативно влияющих на объективность судейства [14]. Однако следует отметить, что выводы в данной работе сделаны исключительно на основании анкетирования судей и спортсменов. Аналитические работы с результатами судейства соревнований, которые могли бы выявить реальную степень необъективности судейства и причины этого явления, в литературе отсутствуют.

Таким образом, целью настоящего исследования была попытка выявления аномального судейства при помощи статистических методов на примере прохождения в следующий тур в $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{2}$ финала в танцевальном спорте.

Материалы и методы исследования

Для достижения поставленной цели были проанализированы судейские протоколы $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{2}$ финала соревнования по танцевальному спорту «Открытый меж-

дународный фестиваль Танцевальные истории – 2019» в России. Прежде всего, был выполнен анализ состава судейских бригад на этом соревновании. По результатам анализа судейская коллегия была разделена на ряд групп.

Прежде всего, на основании упомянутых выше работ [5–10] была выделена группа зарубежных арбитров, не имеющих на соревнованиях «своих» спортсменов, оценки которых были использованы в работе в качестве «контрольных» данных.

В соответствии с данными, приведенными в работе [11], в качестве второй (анализируемой) группы судей, была вычленена группа судей, имеющих на данном соревновании спортсменов из одного с ними города.

При этом было предположено, что особенно явственно такой фаворитизм должен проявляться в том случае, когда пары из одного с судьей города, которые судья считает «своими», находятся на границе прохождения в следующий тур соревнований, т.е. в $\frac{1}{2}$ финала из $\frac{1}{4}$ финала и в финал из $\frac{1}{2}$ финала. В связи с этим для анализа были выбраны такие пары, находящиеся на границе прохождения/непрохождения в следующий тур.

Для анализа для каждого раунда соревнований, состоящего из пяти обязательных танцев, по отдельности анализировали итоговые протоколы для $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{2}$ финала (13 протоколов $\frac{1}{4}$ финала и – в целом 36 протоколов). При этом результаты судейства судей, имеющих на соревнованиях пары из одного с ними города, были разделены на три части: вариант, когда в данном раунде соревнований отсутствуют такие пары, вариант, когда такие пары имеются и не проходят в следующий тур соревнований и вариант, когда такие пары имеются и проходят в следующий тур соревнований.

После этого, для каждой пары рассчитывалось среднее число «крестов», данных ей всеми судьями в целом, и число «крестов», данных паре анализируемой группой судей.

Далее рассчитывались следующие показатели: 1) результирующее отношение количества крестов, выставленных всеми судьями в целом паре, прошедшей в следующий тур, и паре, не прошедшей в следующий тур отдельно для $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{2}$ финала (Δ). 2) отношение количества крестов, выставленных контрольной группой иностранных судей паре, прошедшей в следующий тур, и паре, не прошедшей в следующий тур отдельно для $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{2}$ финала (Δ) и 3) отношение количества крестов, выставленных анализируемой группой судей паре, прошедшей в следующий тур, и паре, не прошедшей в следующий тур отдельно для $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{2}$ финала (Δ).

Результаты анализа отображались в виде графика, на котором по оси X откладывались либо значения результирующего отношения количества крестов, выставленных парам всеми судьями, либо значения отношения количества крестов, выставленных парам контрольной группой иностранных судей, а по оси Y – отношение количества крестов, выставленных парам анализируемой группой судей.

Результаты исследования и их обсуждение

Прежде всего, необходимо отметить, что результирующие средние значения между числом крестов, полученных прошедшей и не прошедшей в следующий тур парой между $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{2}$ финала практически не различались – если в $\frac{1}{4}$ финала данное значение равнялось $1,21 \pm 0,20$, то в $\frac{1}{2}$ финала оно равнялось $1,26 \pm 0,39$. Это свидетельствует о том, что и там, и там «шаг» (Δ) между прошедшей и не прошедшей в следующий тур парами был приблизительно одинаков, хотя стандартное отклонение в $\frac{1}{2}$ финала и было в два раза больше, чем в $\frac{1}{4}$ финала.

При сравнении этих величин у группы судей, имеющих пары из своего города, для всех проанализированных вариантов (нет спортсменов из своего города, город выиграл и город проиграл) в $\frac{1}{4}$ финала наблюдались значительные различия (рис. 1, А). Если при отсутствии своих спортсменов Δ было равно $1,13 \pm 0,07$, то в случае проигрыша своих спортсменов Δ было равно $0,77 \pm 0,13$, а в случае их выигрыша – $2,99 \pm 1,43$. При этом на графике видно, что эти точки укладываются в три практически не пересекающиеся области, что может быть интерпретировано как практически независимое судейство в случае отсутствия своих пар (Δ в среднем равнялось $1,21 \pm 0,20$, а в этом случае $1,13 \pm 0,07$) и выраженный фаворитизм в случае выигрыша города (Δ в среднем равнялось $1,21 \pm 0,20$, а в этом случае $2,99 \pm 1,43$, т.е. примерно в два раза больше).

В случае проигрыша пар из одного города с судьями, средние величины Δ также достоверно различались ($1,21 \pm 0,20$ и $0,77 \pm 0,13$). Таким образом, в $\frac{1}{4}$ финала наблюдалось аномальное судейство в том случае, когда вставал вопрос, выйдет ли пара из одного города с судьей в следующий тур.

В $\frac{1}{2}$ финала в целом картина $\frac{1}{4}$ финала полностью сохранялась для варианта «без пар из своего города» (Δ в среднем в результате равнялось $1,26 \pm 0,39$, а в этом случае среднее было $1,40 \pm 0,31$, для группы судей «город» – $1,23 \pm 0,38$, для контрольной

группы судей – $1,06 \pm 0,25$), т.е. судейство в данном случае было также достаточно объективным.

Для варианта «город выиграл» среднее Δ для пар данного варианта в $\frac{1}{2}$ финала составляло $1,13 \pm 0,08$ и было несколько ниже, чем для полуфинала в целом ($1,26 \pm 0,39$). При этом для группы судей «город» среднее Δ для пар данного варианта составляло $1,51 \pm 1,25$, причем большой разброс стандартного отклонения свидетельствует о том, что встречались как очень высокие ($3,80, 5,00$) так и низкие ($0,50$) значения, для контрольной группы судей среднее Δ для пар данного варианта составляло $1,79 \pm 1,30$, что также свидетельствует о большом разбросе значений (рис. 1, Б). Большой разброс значений в данном случае, скорее всего, свидетельствует о том, что одновременно в данном случае наблюдалось как подсуживание, так и засуживание спортсменов.

Для варианта «город проиграл» среднее Δ для пар в $\frac{1}{2}$ финала составляло $1,71 \pm 0,80$, что было еще выше, чем средняя Δ для $\frac{1}{2}$ финала, и опять-таки имело большой разброс стандартного отклонения. При этом для группы «город» среднее Δ для пар данного варианта было намного выше и составляло $3,54 + 2,17$ и было еще выше, чем для $\frac{1}{4}$ финала ($2,99 \pm 1,43$). Для контрольной группы судей среднее Δ было $1,82 \pm 1,21$ (рис. 1, Б). Большой разброс значений стандартного отклонения, по-видимому, свидетельствует о значительном подсуживании спортсменов, которое, тем не менее, не сыграло свою роль.

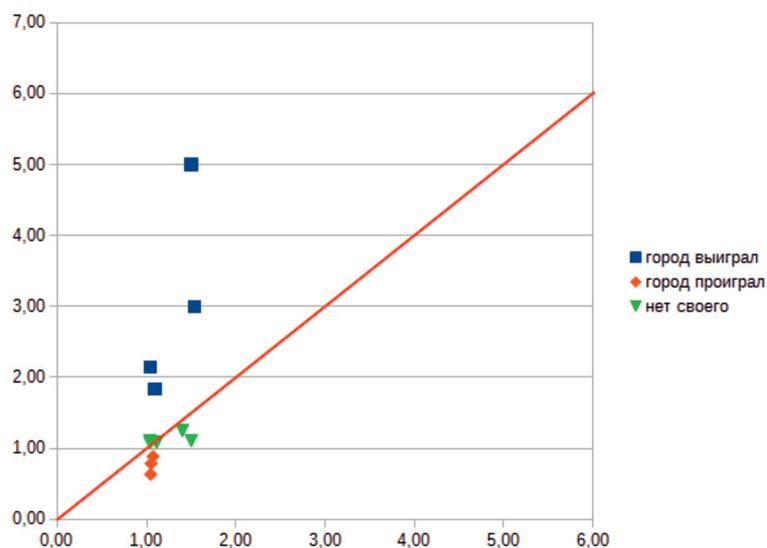
При сравнении отношения между количеством крестов, полученных прошедшей далее парой, к количеству крестов, полученных не прошедшей далее парой (Δ), полученных от контрольной группы судей с отношением между количеством крестов, полученных прошедшей далее парой, к количеству крестов, полученных не прошедшей далее парой (Δ), полученных от анализируемой группы судей в $\frac{1}{4}$ финала (рис. 2, А) видно, что для варианта «без своих» точки лежат вблизи биссектрисы угла, что говорит об одинаковых количествах крестов, выставляемых этими группами судей. Таким образом, судейство в данном случае можно считать объективным. Аналогичная картина наблюдается для данных групп судей и в $\frac{1}{2}$ финала (рис. 2, Б).

При анализе варианта «город проиграл» в $\frac{1}{4}$ финала на рис. 2, А, видно, что имеются точки, лежащие вблизи биссектрисы угла, что говорит об одинаковых количествах крестов, выставляемых этими группами судей спортсменам и достаточно объективном судействе. В то же время имеется точка,

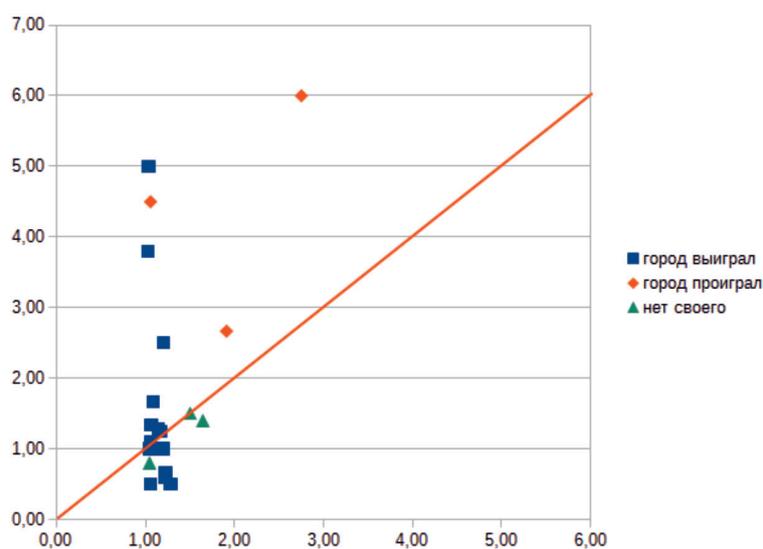
когда спортсмены, занявшие более высокое место, при большом количестве крестов, выставленных контрольной группой судей, получили крайне мало крестов от группы судей «город», что может свидетельствовать о подсуживании данной группой судей пары, занявшей более низкое место.

В $\frac{1}{2}$ финала (рис. 2, Б) точки «город проиграл» на графике разделились на 2 зоны:

одна из них находится вблизи биссектрисы, что свидетельствует о достаточно объективном судействе, другая же лежит гораздо выше ее, т.е. в данном случае спортсмены, занявшие более высокое место, получили намного больше крестов от анализируемой группы судей, чем от контрольной группы судей, что свидетельствует об их достаточно энергичном засуживании.

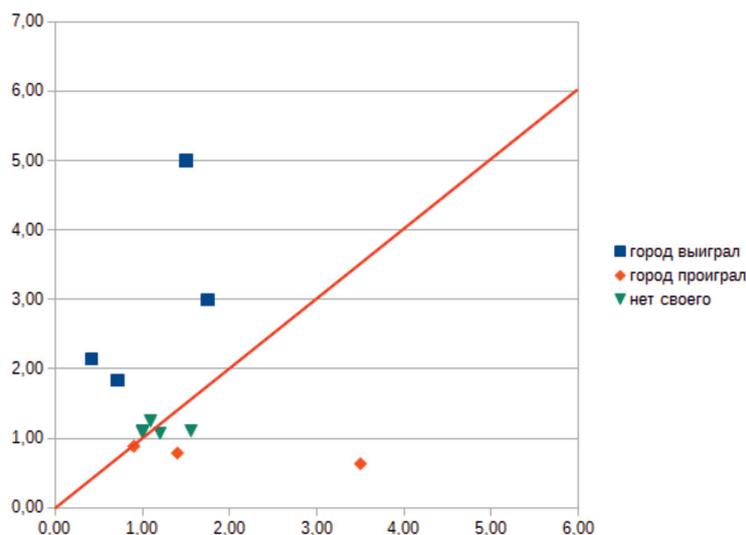


А

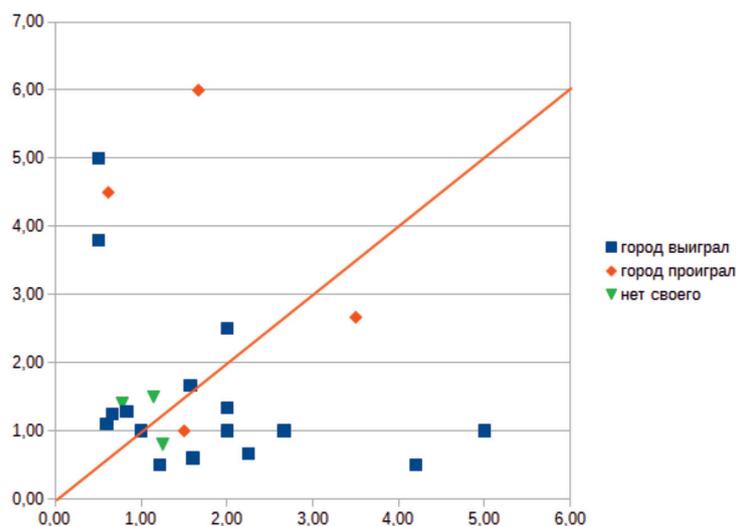


Б

Рис. 1. По оси X – результирующее отношение между количеством крестов, полученных прошедшей далее парой, к количеству крестов, полученных не прошедшей далее парой. По оси Y – отношение между количеством крестов, полученных прошедшей далее парой, к количеству крестов, полученных не прошедшей далее парой, полученных от судей из данного города. А – $\frac{1}{4}$ финала, Б – $\frac{1}{2}$ финала



А



Б

Рис. 2. По оси X – отношение между количеством крестов, полученных прошедшей далее парой, к количеству крестов, полученных не прошедшей далее парой, полученных от контрольной группы судей. По оси Y – отношение между количеством крестов, полученных прошедшей далее парой, к количеству крестов, полученных не прошедшей далее парой, полученных от анализируемой группы судей. А – ¼ финала, Б – ½ финала

Для варианта «город выиграл» в ¼ финала на рис. 2. А, видно, что все точки лежат намного выше биссектрисы угла, что говорит о том, что спортсмены «из своего города» получали от группы судей из своего города намного больше крестов, чем от контрольной группы судей и, следовательно, о достаточно интенсивном подсуживании в данном случае анализируемой группой

судей. В то же время в ½ финала (рис. 2. Б) точки лежат во всех трех областях – и вблизи биссектрисы (случаи беспристрастного судейства), и выше ее (случаи подсуживания) и ниже ее (случаи засуживания спортсменов). Такой разброс в данных объясняется, вероятно, тем, что на уровне ½ финала усиливается влияние других факторов идентификации спортсменов.

Заключение

Данные результаты достаточно хорошо коррелируют с данными, полученными ранее Litman и Stratmann относительно фигурного катания [13]. Мы видим, что проживание в одном городе спортсмена и судьи выступает как достаточно сильный идентификатор «свой – чужой» и может оказывать достаточно сильное влияние на результаты судейства в танцевальном спорте. В то же время, если фактор «судья и спортсмен из одного города» оказывает значительное влияние на результаты в ¼ финала, то в ½ финала, по-видимому, вступают в игру другие, гораздо более весомые факторы, в значительной степени нивелирующие его влияние. Одновременно стоит отметить, что эти факторы вызывают как завышение, так и занижение оценок, выставляемых судьями.

В целом полученные данные свидетельствуют о том, что наличие на паркете спортсменов из одного города с судьями может выступать как один из факторов аномально го судейства.

Список литературы

1. Золотов М.И., Захарова Д.В. Развитие танцевального спорта в России // Современный футбол: тенденции развития, методики спортивных тренировок, менеджмент и маркетинг: материалы совместной конференции кафедры «Менеджмента и экономики спорта им. В.В. Кузина» и кафедры «Теории и методики футбола» ФГБОУ ВО «РГУФКСМиТ». М.: Российский государственный университет физической культуры, спорта, молодежи и туризма, 2016. С. 68–76.
2. Хоптенко К. Пути повышения объективности судейства спортивных бальных танцев. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.s-dance.ru/1main/docs/articles/kirh/8kh.htm> (дата обращения: 17.12.2019).
3. Астахов В.Н. Для чего нужен «Рейтинг Качества» [Электронный ресурс]. URL: <http://www.reiting-kachestva.ru/index.php/stati/72-dlya-chego-nuzhen-rejting-kachestva> – (дата обращения: 17.12.2019).
4. Крухмалева К. Современное состояние вида спорта «спортивные танцы»: перспективы включения в программу игр олимпиады // Теория и практика физической культуры. 2015. № 12. С. 77–80.
5. Emerson J., Meredith S. Nationalistic judging bias in the 2000 Olympic diving competition. *Math Horizons*. 2011. vol. 18. P. 8–11.
6. Zitzewitz E. Nationalism in winter sports judging and its lessons for organizational decision making. *Journal of Economics and Management Strategy*. 2006. vol. 15. P. 67–99.
7. Leskovsek B., Cuk I., Pajek J., Forbes W., Buvcar-Pajek M. Bias of judging in men's artistic gymnastics at the European championship 2011. *Biology of Sport*. 2012. vol. 29. P. 107–113.
8. Whissell R., Lyons S., Wilkinson D., Whissell C. National bias in judgements of Olympic-level skating. *Perceptual and Motor Skills*. 1993. vol. 77. P. 355–358.
9. Looney M. Judging anomalies at the 2010 Olympics in men's figure skating. *Measurement in Physical Education and Exercise Science*. 2012. vol. 16. P. 55–68.
10. Zitzewitz E. Does transparency reduce favoritism and corruption? Evidence from the reform of figure skating judging. *Journal of Sports Economics*. 2014. vol. 15. P. 3–30.
11. Litman C., Stratmann T. Judging on thin ice: the effects of group membership on evaluation. *Oxford Economic Papers*. 2018. vol. 70. no. 3. P. 763–783.
12. Скейтинг-система – правила подсчёта результатов [Электронный ресурс]. URL: <http://spdu.spb.ru/clubs/main/scating-system> – (дата обращения: 17.12.2019).
13. Сингина Н.Ф. Некоторые аспекты повышения объективности судейства в спортивных танцах // Спортивные танцы: Бюллетень. М.: РГАФК, 1999. № 4 (6).
14. Белобородов В.В., Белобородова О.В., Садовникова А.М., Богданович Н.Г., Воробьева Е.В. Факторы, влияющие на объективность судейской оценки в соревнованиях по спортивным танцам // Электронный научный журнал APRIORI. Серия: Гуманитарные науки. 2014. № 6. [Электронный ресурс]. URL: <http://apriori-journal.ru/seria1/6-2014/Beloborodov-Beloborodova-Sadovnikova-Drugie.pdf> (дата обращения: 17.12.2019).

УДК 378.4:004

ИНТЕГРАЦИЯ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ НА КАФЕДРЕ БИОЛОГИИ ОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО МЕДИЦИНСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Чёрная Л.В., Лазуткина Е.А.

*ФГБОУ ВО «Омский государственный медицинский университет» Минздрава России, Омск,
e-mail: lchernaya@mail.ru*

В настоящее время происходит становление новой парадигмы систем образования, что обязательно сопровождается изменениями педагогической теории и практики, а также коррекцией содержания технологий обучения и методик преподавания, связанных с появлением современных технических возможностей. Глобальная информатизация современного постиндустриального общества, вызванная системой Интернет, предполагает, а чаще просто обязывает использование больших объемов информации во всех сферах деятельности человека, поэтому перед преподавателями высших учебных заведений стоит ряд задач, требующих определенных знаний, умений и навыков для их решения и нахождения ответов. Богатейшие возможности для этого предоставляют современные информационные технологии, которые давно уже стали неотъемлемой частью целостного образовательного процесса, значительно повышая его эффективность, наглядность, доступность. Интеграция в обучении в современное время – одно из направлений активных поисков новых педагогических решений, развития творческого потенциала преподавателей с целью эффективного и разумного воздействия на обучающихся. Качества будущего врача, к которым предъявляют целый ряд требований на современном этапе, еще на стадии обучения нуждаются в трансформации и пересмотре всех видов его деятельности, включая учебную, воспитательную и научно-исследовательскую. В статье анализируются подходы к определению сущности понятия «интеграция» в образовательном процессе в высшем учебном заведении, выделяются ведущие педагогические концепции преподавания дисциплин «Биология», «Биология, экология».

Ключевые слова: биология, образовательные технологии, интегративное образование, интерактивные методы

INTEGRATION OF DIFFERENT ACTIVITIES AT THE DEPARTMENT OF BIOLOGY OF THE OMSK STATE MEDICAL UNIVERSITY

Chernaya V.L., Lazutkina E.A.

Omsk State Medical University, Omsk, e-mail: lchernaya@mail.ru

Currently, a new paradigm of education systems is being formed, which is necessarily accompanied by changes in pedagogical theory and practice, as well as the correction of the content of teaching technologies and teaching methods associated with the emergence of modern technical capabilities. Global Informatization of modern post-industrial society, caused by the Internet system, involves, and often simply obliges the use of large amounts of information in all areas of human activity, so the teachers of higher education institutions are faced with a number of tasks that require certain knowledge, skills and abilities to solve them and find answers. The richest opportunities for this are provided by modern information technologies, which have long been an integral part of the entire educational process, significantly increasing its efficiency, visibility, and accessibility. Integration in training in modern times is one of the directions of active search for new pedagogical solutions, development of the creative potential of teachers in order to effectively and intelligently influence students. The qualities of a future doctor, which are subject to a number of requirements at the present stage, still at the stage of training need to be transformed and revised all types of his activities, including educational, educational and research. The article analyzes approaches to defining the essence of the concept of «integration» in the educational process in higher education, highlights the leading pedagogical concepts of teaching the disciplines «Biology,» Biology, ecology».

Keywords: biology, educational technologies, integrative education, interactive methods

В настоящее время современное медицинское образование переживает период реформ и ряд изменений, не все из которых можно расценивать как положительные и прогрессивные, способствующие повышению качества подготовки обучающихся в стенах высших учебных заведений. При этом сохранять устойчивое консервативное убеждение, что любые отступления от классического варианта преподавания и подачи нового материала нежелательны – нельзя. Заказ социально-экономический на подготовку будущих высококвалифицированных специалистов, обладающих умениями и навыками оказания квалифицированной

медицинской помощи, а также моральными, этическими и нравственными основами и нормами поведения, выдвигает общество новые требования к высшему медицинскому образованию. Формирование профессиональной направленности обучающихся в высшем учебном медицинском заведении как интегративного качества личности будущего специалиста в области медицины представляется наиболее актуальным. Помимо требований к будущему специалисту резко возросли информационные возможности обучающихся. Новые современные педагогические и информационные возможности – самый главный побудительный

импульс для поиска оптимальных вариантов преподавания теоретических медицинских дисциплин вообще и биологии в частности [1, 2]. Ярким этому примером является интеграция методов подачи материала.

Целью исследования является изучение разнообразных подходов в преподавании на кафедре биологии Омского государственного медицинского университета дисциплин «Биология», «Биология, экология». Интеграция в обучении – это процесс установления связей между структурными компонентами содержания в рамках определенной системы образования с целью формирования целостного представления информации, ориентированной на развитие и саморазвитие личности обучающихся.

Интегрированный подход в преподавании выполняет особую функцию: расширяет горизонты в изучении предмета и осуществлении новых перспектив деятельности преподавателя; применяется для установления взаимосвязей между компонентами содержания разных разделов образовательной программы. Благодаря развитой системе взаимосвязей внутри разделов программы по дисциплинам естественнонаучного или гуманитарного профиля реализуется внутривидовая интеграция в рамках системного подхода. Методическая интеграция – термин, появившийся совсем недавно, нашла свое место во взаимодействии различных методов. На основе деятельностного подхода сформировалась деятельностная интеграция, которая проявляется и реализуется в синтезе и анализе разных видов студенческой деятельности. Организационная интеграция занимает совершенно особое место, поскольку связана в своем появлении с возрождением всевозможных студенческих объединений и реализуется в интеграции различных организационных форм взаимодействия педагогов со студентами. При этом взаимодействие между обучающим и обучающимся в этом случае все чаще происходит во внеучебной деятельности (организация межкафедральных заседаний молодежных научных кружков, совместная организация и участие в проведении социально значимых мероприятий).

Интегративный подход в преподавании в высшем учебном заведении может быть осуществлен совместно с традиционной формой преподавания, а также применим на основе цикловых, междисциплинарных и внутривидовых связей. При объединении большого количества дисциплин, обогащая их содержания за счет друг друга, обеспечивается комплексная подготовка будущего специалиста, вследствие этого осуществляется применение разных техноло-

гий в преподавании, успешно реализуются требуемые общие и профессиональные компетенции рабочих программ. Процесс обучения при этом представляет собой процесс усвоения интегративного содержания дисциплин общей межпредметной области [3].

Влияние интегративной деятельности вызывает изменения не только деятельности обучающихся, но и самого преподавателя, требуя освоение компетентно-ориентированных технологий, а также применение широких знаний в разных областях, что способствует профессиональному росту педагога.

Материалы и методы исследования

В современное время в высших учебных заведениях существует необходимость использования новых технологий интегрированного обучения, что обусловлено объединением усилий разных специалистов в решении общих проблем, возможность учета мотивации и ценностных ориентаций обучаемых, особенно при планировании индивидуального образовательного маршрута. Использование в образовательном процессе вуза разных интегративных методов должно помочь преподавателю раскрыть интеллектуальный и когнитивный потенциал студентов, а также сформировать коммуникативные навыки. Благодаря этому подходу появляется возможность самореализации и самоидентификации личности обучающегося.

В рамках традиционного подхода основной принцип работы в высшем учебном заведении подразумевает репродуктивную деятельность со стороны обучающихся и, конечно же, информационно-пояснительную деятельность со стороны преподавателя, поэтому, ведение практических занятий и лекций производится в односторонней передаче знаний и умений: Преподаватель → Студент (обучающийся). В течение длительного времени учебная деятельность велась «по образцу» и была единственно правильной и востребованной, особенно в медицинских вузах, где репродуктивная деятельность является основой процесса обучения не только для студентов младших курсов, но и для большой доли старшекурсников. Таким образом, традиционные методы преподавания, являясь неотъемлемой частью образовательного процесса, широко и очень активно используются в повсеместной практике, несмотря на то, что в настоящее время внедрение в систему образования новых нетрадиционных форм обучения является одним из важнейших направлений совершенствования подготовки будущих специалистов в современном вузе.

В современном образовании в процессе преподавания любой дисциплины можно выделить следующие три основные формы взаимоотношения – Преподаватель → Студент (обучающиеся):

1. Пассивная форма взаимоотношения преподавателя и студента, при которой преподаватель является основным действующим лицом и управляющим ходом проведения занятия, а студенты всей группы – пассивные слушатели, которые слушают преподавателя (рис. 1).

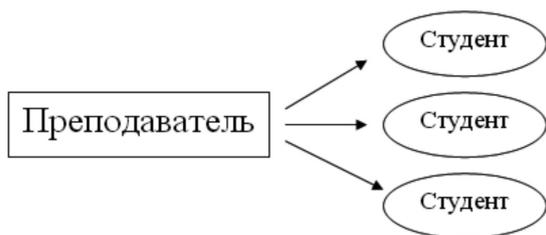


Рис. 1. Пассивная форма взаимоотношения

2. Активная форма взаимоотношения, при которой обучающиеся (студенты) являются активными участниками образовательного процесса так же, как и преподаватель, активно участвуют опросе и решении каких либо задач, поставленных преподавателем. В этом случае проблема обратной связи приобретает все большее значение, причем не только в медицинском образовании, но и во всех сферах [4]. На основании обратной связи меняются учебные программы и корректируются учебные планы, поскольку активная позиция студента требует особого отношения и не может не учитываться, особенно при выборе индивидуального образовательного маршрута (рис. 2).

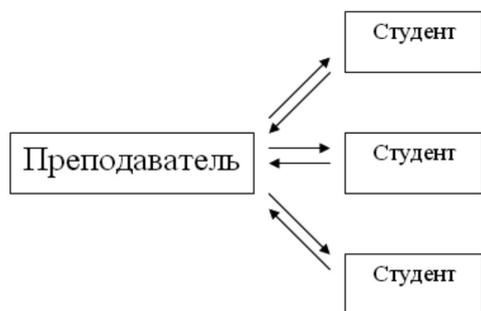


Рис. 2. Активная форма взаимоотношения

3. Интерактивная форма взаимоотношения, при которой происходит взаимодействие обучающихся друг с другом, а также с преподавателями (рис. 3).

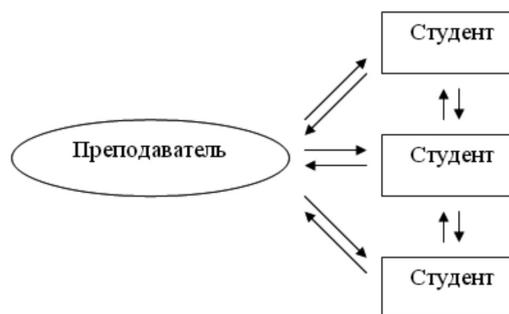


Рис. 3. Интерактивная форма взаимоотношения

Учебное занятие с применением разных методов обучения – это всегда ново и интересно для всех участников педагогического процесса, как для преподавателей так и для обучающихся. Применимые в преподавании методы интегрированные имеют определенные преимущества: повышают мотивацию обучающихся, формируют познавательный интерес к познанию нового материала, что способствует к повышению уровня обученности.

В составе интегративного подхода могут быть совершенно разные компоненты, такие как: организационно-методический, деятельностно-практический и теоретико-содержательный. Высшая профессиональная медицинская школа, активно применяя интегрированный подход, повсеместно внедряет новые формы организации процесса обучения: комплексные межкафедральные занятия – консультации, семинары комплексные, лекции-визуализации, лекции-диспуты и т.д. Интерактивные методы, давно и прочно обосновавшиеся в интегративной деятельности, также расширяют свой спектр.

Результаты исследования и их обсуждение

В процессе преподавания дисциплин «Биология», «Биология, экология» у обучающихся первого курса по направлению подготовки / специальности «Лечебное дело», «Педиатрия», «Стоматология» на кафедре биологии ОмГМУ происходит развитие творческих и коммуникативных способностей, а также формирование профессиональных умений и навыков, а также формирование личностного подхода к возникающей проблеме. Все это осуществляется через предмет, лекционный курса и практических занятий, которые проходят не только в традиционной форме, но и применение интерактивных технологий. Существует множество видов интеграции: по методам, способам, уровням, направлениям.

Так к ним можно отнести: технологии коллективной и групповой деятельности, имитационные методы активного обучения, методы анализа конкретных ситуаций, метод проектов, обучение в сотрудничестве, креативное обучение, лекции-беседы, лекции-визуализации, лекции-диспуты и т.д [5].

Проведении занятий по основным разделам дисциплин занимают активные методы преподавания, которые позволяют использовать все уровни усвоения знаний: от воспроизводящей деятельности через преобразующую к главной цели – творческо-поисковой деятельности, обучающихся первого курса всех факультетов, которая оказывается более эффективной, если ей предшествует воспроизводящая и преобразующая учебная деятельность, в ходе которой обучающиеся усваивают основные приемы учения [6].

Непосредственное вовлечение в активную учебно-познавательную деятельность в ходе учебного процесса связано с применением новых активных методов обучения, таким образом происходит интеграция методов преподавания, ярким примером является использование следующих методов в процессе преподавания дисциплин «Биология», «Биология, экология»:

Лекция-визуализация. Данный вид лекции является результатом использования принципа наглядности учебного материала. Активно данный вид лекции используется преподавателями при чтении лекций раздела «Биогеоэкологический и биосферный уровни организации биологических систем». Лекция-визуализация учит обучающихся преобразовывать устную и письменную информацию в визуальную форму, что формирует у них профессиональное мышление за счет систематизации и выделения наиболее значимых, существенных элементов содержания обучения. Этот процесс визуализации является свертыванием мыслительных содержаний, включая разные виды информации, в наглядный образ; будучи воспринят, этот образ, может быть, развернут и служить опорой для мыслительных и практических действий.

Лекция-конференция. Отличается от других теоретических занятий, тем что заранее перед обучающимися ставится проблема и идет подготовка докладов на заданную тематику. Ярким примером является проведение лекции-конференции на тему «Глобальные проблемы экологии» раздел «Биогеоэкологический и биосферный уровни организации биологических систем». Лекция-конференция включает несколько выступлений, выстроенных в строгой последовательности. Роль лектора сводится

к подведению итогов, помощи в формировании выводов на основе прослушанной информации, дополнению и уточнению излагаемых данных обучающимися.

Одним из эффективных и активных интегративных методов преподавания, а также проверки усвоения у обучающихся первого курса усвоения нового материала, является работа над созданием нерифмованного стихотворения – синквейна – это активный нетрадиционный прием, который применяется преподавателями кафедры биологии ОмГМУ не только для обучающихся различных факультетов, но и для слушателей подготовительных курсов ЦДПП ОмГМУ. Применение методики активного интерактивного метода – синквейна на занятиях очень полезно как для преподавателя, так для обучающихся в качестве среза оценки понятийного и словарного багажа учащегося, а также для синтезирования сложной информации, полученной на занятии. Практические занятия дисциплин «Биология», «Биология, экология» с применением интерактивной формы – синквейна, проходят после изучения темы или целого раздела, выполняя функции итогового контроля.

Синквейн (от фр. *cinquains*, англ. *cinquain*) – это творческая активная работа, которая представлена в виде короткого стихотворения, состоящего из пяти строк: 1 строка – это тема синквейна или заголовок, в который выносятся ключевое слово или основное понятие из темы, выраженное в форме существительного; 2 строка – два прилагательных, характеризующий данную тему; 3 строка – составить три глагола на данную тему; 4 строка – представлена фразой, несущей определенный смысл; 5 строка – составить резюме или краткий вывод, представленный одним словом, существительным.

Составление и написание синквейна на практических занятиях по основным разделам дисциплин «Биология», «Биология, экология» является одной формой свободного творчества обучающихся, а также интегративной формой. Предлагаемая активная форма проведения занятия, при кажущейся легкости ее реализации и некоторой несерьезности, требует от обучающихся умения находить в огромном информационном поле самые важные и существенные элементы, описывать их характерные особенности, учиться анализировать фактический материал, обобщать полученные, часто разнородные результаты и при этом кратко формулировать выводы. Несмотря на предполагаемый индивидуальный формат работы с синквейном, на начальных этапах внедрения его в учебный процесс, возможна организация мини-

групп для более быстрого анализа полученного материала. В этом случае возможно и оправдано разделение членов мини-групп по направлениям, делегирование полномочий для представления полученного результата и однозначно полезно для выработки способности к анализу полученного нового материала, а также умение работать в мини-группах. Таким образом, составление синквейнов по основным определениям изучаемой темы вносит в мыслительную деятельность учащегося элементы творчества, репродукции и поиска, проявляющиеся в познавательной деятельности. Составляя синквейн, каждый обучающийся реализует свои таланты и способности: интеллектуальные, творческие, образные, таким образом сочетать элементы всех трех основных образовательных систем: информационной, деятельностной и личностно-ориентированной. Для успешного проведения практических занятий необходимо создать атмосферу заинтересованности и творчества. Вот пример синквейна по разделу «Цитология клетки. Онтогенез»:

- 1) размножение;
- 2) изучающая, организменное;
- 3) исследует, устанавливает, функционирует;
- 4) способность давать плодovitое потомство;
- 5) организм.

Таким образом, можно сказать синквейны – это превосходный способ итогового контроля обучающихся, нетрадиционной формы преподавания. Составить и написать стихотворение грамотно не владеющий учебным материалом не сможет. Сравнивая на занятии синквейны всех обучающихся в учебной группе, выбирая лучший – самый «удачный» и точный, обучающиеся более полно и осмысленно изучают основные понятия данной темы. В настоящее время особенно актуально применение подобного приема, не только как в виде индивидуальных, но также в виде групповых заданий при изучении основных разделов дисциплины «Основ медицинской генетики» – молекулярной генетики, где огромное количество понятий создает определенные трудности для понимания.

Новейшие подходы в преподавании представляют собой высокую форму воплощения связей на совершенно новой, качественно иной, ступени обучения, поскольку основными задачами новых форм обучения являются:

- 1) формирование интереса у студентов к освоению нового материала и постепенное и поэтапное приобретение профессиональных навыков и умений;

- 2) самостоятельный поиск путей и вариантов решения поставленной задачи для наиболее эффективного усвоения нового материала;

- 3) умение работать в команде как единое целое, что становится важным определяющим фактором в их последующей профессиональной деятельности;

- 4) формирование у обучающихся определенного мнения и навыков, требующих доказательной базы для того, чтобы быть признанным, и личностного отношения к событиям, то есть выход на уровень осознанной компетентности обучающихся.

Заключение

При пошаговом сравнении и сопоставлении интегративной организованной образовательной деятельности и традиционной неинтегративной, интегративный подход имеет ряд преимуществ, так как:

- 1) обеспечивает изучение предмета с теоретической, практической и фундаментальной сторон, таким образом, способствуя формированию целостной научной картины мира обучающихся, что важно для развития их интеллектуальных способностей;

- 2) применение разнообразных активных и тем более интерактивных методов развивает познавательный интерес в большей степени, чем в ходе традиционного занятия, поскольку позволяет вовлечь каждого студента в активную работу, способствуя развитию адаптивного потенциала студентов и их творческому самовыражению;

- 3) интегративная деятельность развивает внутреннюю мотивацию и формирует познавательный интерес, разнообразные ее виды и компоненты, благодаря возможности быстрого переключения, способствуют снятию перегрузки и утомляемости учащихся, что имеет огромное значение в связи с необходимостью выстраивать самостоятельный маршрут в нем.

Современное преподавание, как и традиционное образование, применявшееся ранее, направлено, прежде всего, на подготовку специалистов к профессиональной деятельности в различных сферах общественной жизни; интерактивные методы, как часть инновационных технологий, направлены на улучшение, совершенствование – «апгрейдинг» учебно-воспитательного процесса. Они применяются для создания условий по формированию и закреплению профессиональных знаний, а также позволяют осуществлять синтез полученных знаний по основным дисциплинам, способствуя развитию профессиональных качеств будущих специалистов в своей области.

Интеграция представляет собой взаимопроникновение и взаимодействие частей для формирования целостного, полного знания, а не простое их объединение. Педагогические инновации в современном образовании призваны осуществить новую методологию в обучении и подаче нового материала, для чего оправдано и обосновано привлечение новых современных нетрадиционных методов преподавания дисциплин, а также новых технологий и мультимедийных средств обучения в интересах развития личности будущего специалиста. Таким образом, интегративный подход, применяемый не только в повседневной жизни, но и в преподавании дает большие возможности – признание приоритета личности студента (обучающегося), его права на проявление своих интересов и взглядов. Поэтому на основе интегративного подхода может и будет формироваться новая модель обучения, ориентированная на развитие личности: личностно-ориентированное обучение и воспитание. Быстро войдя в образовательный процесс, интегрированный подход превратился в современное дидактическое средство

методики преподавания в медицинском вузе, выполняя функцию интеграции научных знаний, которыми овладевают обучающиеся в ходе профессионального обучения в высшем учебном заведении.

Список литературы

1. Титов Е.В. Методика применения информационных технологий обучении. М.: Академия, 2010. 176 с.
2. Якулова Я.Р. Активные формы обучения – фактор интенсификации учебного процесса // Высшее образование сегодня. 2007. № 10. С. 45–48.
3. Киричек К.А. Технология интегрированного обучения в формировании и развитии профессиональной компетентности студентов в системе среднего профессионального образования // Психология, социология и педагогика. 2015. № 4 [Электронный ресурс]. URL: <http://psychology.snauka.ru/2015/04/4843> (дата обращения: 15.12.2019).
4. Ali H. Algiraigri. Ten tips for receiving feedback effectively in clinical practice. Medical Education Online. Med Educ Online 2014, 19: 25141. DOI: 10.3402/meo.v19.25141.
5. Черная Л.В., Актушина Г.А. Роль информационных технологий в преподавании биологии в медицинском вузе // Современные проблемы науки и образования. 2019. № 4. [Электронный ресурс]. URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=29132> (дата обращения: 15.12.2019).
6. Темирсултанова Ф.М. Инновационные методы проведения уроков биологии в условиях новой школы // Инновационные педагогические технологии: материалы III Международ. науч. конф. (г. Казань, октябрь 2015 г.). Казань: Бук, 2015. С. 103–107.