

УДК 681.51

СИНТЕЗ СТАБИЛИЗИРУЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ В ГЕНЕРАЦИИ ПРОГРАММНЫХ ДВИЖЕНИЙ МНОГОТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Полянина А.С.

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Москва, e-mail: A.S.Churzina@mail.ru

Одним из этапов управления многотелными системами является управление движением ее отдельных звеньев. В описание динамической модели таких систем входят управляющие функции, обеспечивающие программное движение элементов вдоль заданных кривых различной формы. В задаче синтеза управляемого движения шагающего робота перемещение точек стоп осуществляется по траекториям, геометрия которых содержит прямолинейные участки. Существуют различные подходы в определении программного движения по траекториям такого вида. К ним относится интерполяция тригонометрическими функциями, использование дифференциальных уравнений с дробными производными. С использованием методов теории функций Ляпунова в работе получены соотношения на параметры стабилизирующего управления генератора программных траекторий. Построена система автоколебательного типа, в фазовом пространстве которой наблюдается формирование устойчивых предельных циклов с участками движения, близкими к прямолинейным. Проведено численное моделирование процессов стабилизации траекторий в пространстве каждой подсистемы при различных начальных условиях. Согласно соотношениям синтеза при достаточно широком диапазоне изменений значений параметров управления существуют области устойчивого поведения системы в окрестности режима. Полученные в работе системы автоколебательного типа можно использовать в генерации вертикального движения стоп шагающего робота.

Ключевые слова: многотельная система, инвариантность, устойчивость, предельный цикл, управление, шагающий робот

SYNTHESIS OF STABILIZING CONTROL IN THE GENERATION OF MULTI-BODY SYSTEMS PROGRAM MOTIONS

Polyanina A.S.

National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, e-mail: A.S.Churzina@mail.ru

One of the stages of multi-body systems control is controlling the motion of its individual links. The description of the dynamic model of such systems includes control functions that provide programmed motion of elements along given curves of various forms. In the problem of synthesis of walking robot controlled motion the motion of foot points along trajectories whose geometry contains straight sections is carried out. There are various approaches to determining the program motion along trajectories of this type. These include interpolation by trigonometric functions and the use of differential equations with fractional derivatives. Using the methods of the theory of Lyapunov functions we obtain relations on the parameters of the stabilizing control of program trajectories generator. A self-oscillating system is constructed and in its phase space the formation of stable limit cycles with motion sections close to rectilinear is observed. The numerical modeling of stabilization processes of trajectories in the space of each subsystem with different initial conditions is carried out. According to the synthesis relations for a sufficiently wide range of changes in the values of the control parameters, there are areas of stable system behavior in the vicinity of the regime. The self-oscillating systems obtained in this work can be used to generate vertical motion of the walking robot feet.

Keywords: multi-body system, invariance, stability, limit cycle, control, walking robot

Появление многотельных систем (MBS) [1] сложной конструкции обуславливает разработку и модификацию методов управления их пространственным движением. Важной задачей является обеспечение асимптотической устойчивости программных траекторий управляемого объекта.

В общем виде динамика MBS модели описывается уравнениями

$$\begin{cases} M\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{t}), \\ \dot{\mathbf{x}}^* = \mathbf{f}^*(\mathbf{x}^*, \dot{\mathbf{x}}^*), \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \\ \Phi(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}^*, \dot{\mathbf{x}}^*) = \mathbf{0}. \end{cases}$$

где $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ – вектор обобщенных координат объекта управления (MBS модель), $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_k^*)^T$ – вектор обоб-

щенных координат генератора движения, первое уравнение системы описывает MBS модель, второе – генератор траекторий движения, третье – связи внутри MBS модели, четвертое – связи между генератором и MBS моделью.

Такие системы управления находят свое применение в решении задачи синтеза управляемого движения шагающими роботами. Их программное движение включает в себя траекторию движения точек корпуса и траекторию движения концевых точек шагающих движителей [2]. Кинематические характеристики перемещения, нахождение усилий в приводах под действием внешних нагрузок, инерционных сил определяют параметры управляющих воздействий для получения заданного движения пространственной многотельной системы.

В данной работе рассматриваются генераторы движения с решением в форме асимптотически устойчивых предельных циклов (рис. 1). Предложенный в работе подход опирается на теоремы В.И. Зубова о стабилизации систем в окрестности заданных многообразий и требует получения непрерывных гладких функций управления посредством метода функций Ляпунова.

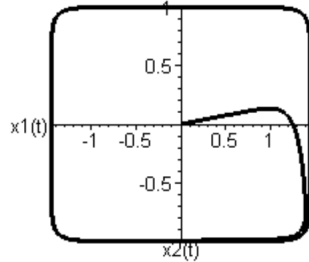


Рис. 1. Устойчивый предельный цикл

Для описания генераторов движения используются близкие к программной траектории аналитические функции, улучшающие качество управляемого движения звеньев объекта управления [3]. Особый интерес представляет исследование численного решения многотельных систем с такими генераторами при различных типах связей между МВС моделью и генератором движения [4].

Результаты проведенных исследований можно использовать при разработке антропоморфных роботов [2], при проектировании детектирующих устройств переходных процессов движения по траекториям.

Структура управления генератора предельных циклов

Рассмотрим задачу стабилизации двух нелинейно-связанных подсистем:

$$\begin{cases} \dot{x}_{2i-1} = \alpha_{2i} x_{2i}^{2m-1} + \beta_{2i} x_{2i}^{2k-1} + \gamma_{2i} x_{2i}^{2l-1}, \\ \dot{x}_{2i} = (\alpha_{2i-1} + \beta_{2i-1} x_{2i-1}^{2(k-m)} + \gamma_{2i-1} x_{2i-1}^{2(l-m)}) x_{2i-1}^{2m-1} + \\ + \sum_{j=1, j \neq i}^2 (\beta_{2j-1, 2i}^m x_{2j-1}^{2m} + \beta_{2j, 2i}^m x_{2j}^{2m} + \beta_{2j-1, 2i}^k x_{2j-1}^{2k} + \beta_{2j, 2i}^k x_{2j}^{2k} + \beta_{2j-1, 2i}^l x_{2j-1}^{2l} + \beta_{2j, 2i}^l x_{2j}^{2l}) x_{2i} + U_i(x_{2i-1}, x_{2i}), \\ \lim_{t \rightarrow +\infty} \sum_{j=2i-1}^{2i} \left(\frac{x_j^{2m}(t)}{a_j^{2m}} + \frac{x_j^{2k}(t)}{b_j^{2k}} + \frac{x_j^{2l}(t)}{a_j^{2l}} \right) = i - 1 - \frac{(-1)^i}{\rho^2}, \end{cases} \quad (1)$$

где $m, k, l \in \mathbb{N}$, $\beta_{2j-1, 2i}^m = -\sigma_i a_{2j-1}^{-2m}$, $\beta_{2j-1, 2i}^k = -\sigma_i b_{2j-1}^{-2k}$, $\beta_{2j-1, 2i}^l = -\sigma_i c_{2j-1}^{-2l}$, $\beta_{2j, 2i}^m = -\sigma_i a_{2j}^{-2m}$, $\beta_{2j, 2i}^k = -\sigma_i b_{2j}^{-2k}$, $\beta_{2j, 2i}^l = -\sigma_i c_{2j}^{-2l}$ при $i, j = 1, 2$, $j \neq i$.

Требуется построить внутрисистемные управления $U_i(x_{2i-1}, x_{2i})$, обеспечивающие существование ω – предельных множеств в подпространстве состояний $R_i^2 = X_{2i-1} \times X_{2i}$, $i = 1, 2$, каждой из подсистем системы управления [5].

Вывод соотношений на параметры стабилизирующего управления

Будем искать управляющие функции $U_i(x_{2i-1}, x_{2i})$ в следующем виде:

$$U_i(x_{2i-1}, x_{2i}) = \sigma_i x_{2i} + \beta_{2i-1, 2i}^m x_{2i-1}^{2m} x_{2i} + \beta_{2i, 2i}^m x_{2i}^{2m+1} + \beta_{2i-1, 2i}^k x_{2i-1}^{2k} x_{2i} + \beta_{2i, 2i}^k x_{2i}^{2k+1} + \beta_{2i-1, 2i}^l x_{2i-1}^{2l} x_{2i} + \beta_{2i, 2i}^l x_{2i}^{2l+1},$$

где $i = 1, 2$.

Рассмотрим две кривые $\vartheta(S_1^i) = \left\{ (x_1, x_2) \in R_1^2 \mid \sum_{i=1}^2 \left(\frac{x_i^{2m}}{a_i^{2m}} + \frac{x_i^{2k}}{b_i^{2k}} + \frac{x_i^{2l}}{c_i^{2l}} \right) = \frac{1}{\rho^2} \right\}$,

$\vartheta(S_2^i) = \left\{ (x_3, x_4) \in R_2^2 \mid \sum_{i=3}^4 \left(\frac{x_i^{2m}}{a_i^{2m}} + \frac{x_i^{2k}}{b_i^{2k}} + \frac{x_i^{2l}}{c_i^{2l}} \right) = 1 - \frac{1}{\rho^2} \right\}$, где ϑ – гомеоморфизм $S_i^1 \rightarrow \vartheta(S_i^1)$, $i = 1, 2$.

Определим параметры внутрисистемных управлений $U_i(x_{2i-1}, x_{2i})$, используя условие инвариантности данных кривых. Введем

$$D_i^2 = \left\{ (x_{2i-1}, x_{2i}) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < \frac{x_{2i-1}^{2m}}{a_{2i-1}^{2m}} + \frac{x_{2i-1}^{2k}}{b_{2i-1}^{2k}} + \frac{x_{2i-1}^{2l}}{c_{2i-1}^{2l}} + \frac{x_{2i}^{2m}}{a_{2i}^{2m}} + \frac{x_{2i}^{2k}}{b_{2i}^{2k}} + \frac{x_{2i}^{2l}}{c_{2i}^{2l}} \leq i - 1 - \frac{(-1)^i}{\rho^2} \right\} \quad - \text{ область}$$

в \mathbb{R}^2 , тогда граница области в фазовом пространстве i -й подсистемы будет $\partial(D_i^2) \equiv \vartheta(S_i^1)$, где $i = 1, 2$.

Получим достаточные условия инвариантности кривых $\partial(D_1^2)$ и $\partial(D_2^2)$ из уравнений

$$\sum_{i=1}^4 f_i(\mathbf{X}) \frac{\partial F_1(x_1, x_2)}{\partial x_i} = (M_2 x_2^{2m} + K_2 x_2^{2k} + L_2 x_2^{2l} + M_4 x_4^{2m} + K_4 x_4^{2k} + L_4 x_4^{2l}) \left(\frac{1}{\rho^2} - \sum_{i=1}^2 \left(\frac{x_i^{2m}}{a_i^{2m}} + \frac{x_i^{2k}}{b_i^{2k}} + \frac{x_i^{2l}}{c_i^{2l}} \right) \right), \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^4 f_i(\mathbf{X}) \frac{\partial F_2(x_3, x_4)}{\partial x_i} = (M_2 x_2^{2m} + K_2 x_2^{2k} + L_2 x_2^{2l} + M_4 x_4^{2m} + K_4 x_4^{2k} + L_4 x_4^{2l}) \left(1 - \frac{1}{\rho^2} - \sum_{i=3}^4 \left(\frac{x_i^{2m}}{a_i^{2m}} + \frac{x_i^{2k}}{b_i^{2k}} + \frac{x_i^{2l}}{c_i^{2l}} \right) \right), \quad (3)$$

где $F_1(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^2 \left(\frac{x_i^{2m}}{a_i^{2m}} + \frac{x_i^{2k}}{b_i^{2k}} + \frac{x_i^{2l}}{c_i^{2l}} \right)$, $F_2(x_3, x_4) = \sum_{i=3}^4 \left(\frac{x_i^{2m}}{a_i^{2m}} + \frac{x_i^{2k}}{b_i^{2k}} + \frac{x_i^{2l}}{c_i^{2l}} \right)$,

$\sum_{i=1}^4 f_i(\mathbf{X}) \frac{\partial}{\partial x_i}$ – оператор векторного поля системы (1), где

$$f_1(x_2) = \alpha_2 x_2^{2m-1} + \beta_2 x_2^{2k-1} + \gamma_2 x_2^{2l-1},$$

$$f_2(\mathbf{X}) = \alpha_1 x_1^{2m-1} + \beta_1 x_1^{2k-1} + \gamma_1 x_1^{2l-1} + \sigma_1 x_2 + \sum_{j=1}^4 (\beta_{j,2}^m x_j^{2m} x_2 + \beta_{j,2}^k x_j^{2k} x_2 + \beta_{j,2}^l x_j^{2l} x_2),$$

$$f_3(x_4) = \alpha_4 x_4^{2m-1} + \beta_4 x_4^{2k-1} + \gamma_4 x_4^{2l-1},$$

$$f_4(\mathbf{X}) = \alpha_3 x_3^{2m-1} + \beta_3 x_3^{2k-1} + \gamma_3 x_3^{2l-1} + \sigma_2 x_4 + \sum_{j=1}^4 (\beta_{j,4}^m x_j^{2m} x_4 + \beta_{j,4}^k x_j^{2k} x_4 + \beta_{j,4}^l x_j^{2l} x_4),$$

$\mathbf{X} = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$ – вектор состояния системы (1).

Расчет параметров управления, обеспечивающих инвариантность кривой $\partial(D_1^2)$

Подставим функцию $F_1(x_1, x_2)$ в уравнение инвариантности (2):

$$2 \left(\frac{m x_1^{2m-1}}{a_1^{2m}} + \frac{k x_1^{2k-1}}{b_1^{2k}} + \frac{l x_1^{2l-1}}{c_1^{2l}} \right) (\alpha_2 x_2^{2m-1} + \beta_2 x_2^{2k-1} + \gamma_2 x_2^{2l-1}) + 2 \left(\frac{m x_2^{2m-1}}{a_2^{2m}} + \frac{k x_2^{2k-1}}{b_2^{2k}} + \frac{l x_2^{2l-1}}{c_2^{2l}} \right) \left(\alpha_1 x_1^{2m-1} + \beta_1 x_1^{2k-1} + \gamma_1 x_1^{2l-1} + x_2 \left(\sigma_1 + \sum_{j=1}^2 (\beta_{2j-1,2}^m x_{2j-1}^{2m} + \beta_{2j,2}^m x_{2j}^{2m} + \beta_{2j-1,2}^k x_{2j-1}^{2k} + \beta_{2j,2}^k x_{2j}^{2k} + \beta_{2j-1,2}^l x_{2j-1}^{2l} + \beta_{2j,2}^l x_{2j}^{2l}) \right) \right) = (M_2 x_2^{2m} + K_2 x_2^{2k} + L_2 x_2^{2l} + M_4 x_4^{2m} + K_4 x_4^{2k} + L_4 x_4^{2l}) \left(\frac{1}{\rho^2} - \sum_{i=1}^2 \left(\frac{x_i^{2m}}{a_i^{2m}} + \frac{x_i^{2k}}{b_i^{2k}} + \frac{x_i^{2l}}{c_i^{2l}} \right) \right).$$

Преобразуем полученные выражения, раскрыв скобки и сгруппировав слагаемые при степенях $x_2^{2(m+k)}$, $x_2^{2(m+l)}$, $x_2^{2(k+l)}$, $x_1^{2r-1}x_2^{2r-1}$, x_2^{2r} , $x_1^{2r}x_2^{2r}$, x_2^{4r} , где $r = m, k, l$:

$$\begin{aligned} \frac{dF_1}{dt} = & (M_4x_4^{2m} + K_4x_4^{2k} + L_4x_4^{2l}) \left(\sum_{i=1}^2 \left(\frac{x_i^{2m}}{a_i^{2m}} + \frac{x_i^{2k}}{b_i^{2k}} + \frac{x_i^{2l}}{c_i^{2l}} \right) - \frac{1}{\rho^2} \right) + x_1^{2m-1}x_2^{2m-1} \left(\alpha_2 \frac{2m}{a_1^{2m}} + \right. \\ & \alpha_1 \frac{2m}{a_2^{2m}} \left. \right) + x_1^{2k-1}x_2^{2k-1} \left(\beta_2 \frac{2k}{b_1^{2k}} + \beta_1 \frac{2k}{b_2^{2k}} \right) + x_1^{2l-1}x_2^{2l-1} \left(\gamma_2 \frac{2l}{c_1^{2l}} + \gamma_1 \frac{2l}{c_2^{2l}} \right) + x_1^{2m-1}x_2^{2k-1} \left(\beta_2 \frac{2m}{a_1^{2m}} + \right. \\ & \alpha_1 \frac{2k}{b_2^{2k}} \left. \right) + x_1^{2m-1}x_2^{2l-1} \left(\gamma_2 \frac{2m}{a_1^{2m}} + \alpha_1 \frac{2l}{c_2^{2l}} \right) + x_1^{2k-1}x_2^{2m-1} \left(\alpha_2 \frac{2k}{b_1^{2k}} + \beta_1 \frac{2m}{a_2^{2m}} \right) + x_1^{2k-1}x_2^{2l-1} \left(\gamma_2 \frac{2k}{b_1^{2k}} + \right. \\ & \beta_1 \frac{2l}{c_2^{2l}} \left. \right) + x_1^{2l-1}x_2^{2m-1} \left(\alpha_2 \frac{2l}{c_1^{2l}} + \gamma_1 \frac{2m}{a_2^{2m}} \right) + x_1^{2l-1}x_2^{2k-1} \left(\beta_2 \frac{2l}{c_1^{2l}} + \gamma_1 \frac{2k}{b_2^{2k}} \right) + x_2^{2m} \left(\frac{2m}{a_2^{2m}} (G_1(x_3, x_4) + \right. \\ & \sigma_1) - \frac{M_2}{\rho^2} \left. \right) + x_2^{2k} \left(\frac{2k}{b_2^{2k}} (G_1(x_3, x_4) + \sigma_1) - \frac{K_2}{\rho^2} \right) + x_2^{2l} \left(\frac{2l}{c_2^{2l}} (G_1(x_3, x_4) + \sigma_1) - \frac{L_2}{\rho^2} \right) + x_1^{2m}x_2^{2m} \\ & \left(\beta_{1,2}^m \frac{2m}{a_2^{2m}} + \frac{M_2}{a_1^{2m}} \right) + x_1^{2k}x_2^{2m} \left(\beta_{1,2}^k \frac{2m}{a_2^{2m}} + \frac{M_2}{b_1^{2k}} \right) + x_1^{2l}x_2^{2m} \left(\beta_{1,2}^l \frac{2m}{a_2^{2m}} + \frac{M_2}{c_1^{2l}} \right) + x_1^{2m}x_2^{2k} \left(\beta_{1,2}^m \frac{2k}{b_2^{2k}} + \right. \\ & \left. \frac{K_2}{a_1^{2m}} \right) + x_1^{2k}x_2^{2k} \left(\beta_{1,2}^k \frac{2k}{b_2^{2k}} + \frac{K_2}{b_1^{2k}} \right) + x_1^{2l}x_2^{2k} \left(\beta_{1,2}^l \frac{2k}{b_2^{2k}} + \frac{K_2}{c_1^{2l}} \right) + x_1^{2m}x_2^{2l} \left(\beta_{1,2}^m \frac{2l}{c_2^{2l}} + \frac{L_2}{a_1^{2m}} \right) + x_1^{2k}x_2^{2l} \\ & \left(\beta_{1,2}^k \frac{2l}{c_2^{2l}} + \frac{L_2}{b_1^{2k}} \right) + x_1^{2l}x_2^{2l} \left(\beta_{1,2}^l \frac{2l}{c_2^{2l}} + \frac{L_2}{c_1^{2l}} \right) + x_2^{2(m+k)} \left(\beta_{2,2}^m \frac{2m}{a_2^{2m}} + \beta_{2,2}^k \frac{2k}{b_2^{2k}} + \frac{M_2}{b_2^{2k}} + \frac{K_2}{a_2^{2m}} \right) + \\ & x_2^{2(m+l)} \left(\beta_{2,2}^l \frac{2m}{a_2^{2m}} + \beta_{2,2}^m \frac{2l}{c_2^{2l}} + \frac{M_2}{c_2^{2l}} + \frac{L_2}{a_2^{2m}} \right) + x_2^{2(k+l)} \left(\beta_{2,2}^k \frac{2k}{b_2^{2k}} + \beta_{2,2}^l \frac{2l}{c_2^{2l}} + \frac{K_2}{c_2^{2l}} + \frac{L_2}{b_2^{2k}} \right) + \\ & x_2^{4m} \left(\beta_{2,2}^m \frac{2m}{a_2^{2m}} + \frac{M_2}{a_2^{2m}} \right) + x_2^{4k} \left(\beta_{2,2}^k \frac{2k}{b_2^{2k}} + \frac{K_2}{b_2^{2k}} \right) + x_2^{4l} \left(\beta_{2,2}^l \frac{2l}{c_2^{2l}} + \frac{L_2}{c_2^{2l}} \right), \end{aligned}$$

где $G_1(x_3, x_4) = \sum_{j=3}^4 (\beta_{j,2}^m x_j^{2m} + \beta_{j,2}^k x_j^{2k} + \beta_{j,2}^l x_j^{2l})$, $M_2 = \frac{2m\sigma_1}{a_2^{2m}}$, $M_4 = \frac{2m\sigma_2}{a_4^{2m}}$, $K_2 = \frac{2k\sigma_1}{b_2^{2k}}$,

$K_4 = \frac{2k\sigma_2}{b_4^{2k}}$, $L_2 = \frac{2l\sigma_1}{c_2^{2l}}$, $L_4 = \frac{2l\sigma_2}{c_4^{2l}}$. Оператор векторного поля системы равен нулю на кривой, определяемой уравнением

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2m}{a_2^{2m}} + \frac{2k}{b_2^{2k}} + \frac{2l}{c_2^{2l}} \right) (\beta_{3,2}^m x_3^{2m} + \beta_{3,2}^k x_3^{2k} + \beta_{3,2}^l x_3^{2l} + \beta_{4,2}^m x_4^{2m} + \beta_{4,2}^k x_4^{2k} + \beta_{4,2}^l x_4^{2l}) + \\ & \sigma_1 \left(\frac{2m}{a_2^{2m}} + \frac{2k}{b_2^{2k}} + \frac{2l}{c_2^{2l}} \right) - \frac{M_2 + K_2 + L_2}{\rho^2} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

при условии $2a_3^{2m}Z_1\beta_{3,2}^m + (a_2^m b_2^k c_2^l)^2 = 0$, $2b_3^{2k}Z_1\beta_{3,2}^k + (a_2^m b_2^k c_2^l)^2 = 0$, $2c_3^{2l}Z_1\beta_{3,2}^l + (a_2^m b_2^k c_2^l)^2 = 0$,
 $2a_4^{2m}Z_1\beta_{4,2}^m + (a_2^m b_2^k c_2^l)^2 = 0$, $2b_4^{2k}Z_1\beta_{4,2}^k + (a_2^m b_2^k c_2^l)^2 = 0$, $2c_4^{2l}Z_1\beta_{4,2}^l + (a_2^m b_2^k c_2^l)^2 = 0$,
 $\frac{2Z_1}{(a_2^m b_2^k c_2^l)^2} \sigma_1 - \frac{P_1}{\rho^2} = 1 - \frac{1}{\rho^2}$, $P_1 = 1$. Здесь $Z_1 = m(b_2^k c_2^l)^2 + k(a_2^m c_2^l)^2 + l(a_2^m b_2^k)^2$, $P_1 = M_2 + K_2 + L_2$.

Условие $P_1 = 1$ выполняется при $\sigma_1 = \frac{(a_2^m b_2^k c_2^l)^2}{2Z_1}$. Кривая (4) является $\partial(D_2^2)$.

Для обеспечения инвариантности только одной линии уровня $F_1(x_1, x_2) = \frac{1}{\rho^2}$ функции F_1 полная производная системы обратится в ноль на кривой $\partial(D_1^2)$ при выполнении следующих условий

$$2a_1^{2m} Z_1 \beta_{1,2}^m + (a_2^m b_2^k c_2^l)^2 P_1 = 0, \quad 2b_1^{2k} Z_1 \beta_{1,2}^k + (a_2^m b_2^k c_2^l)^2 P_1 = 0, \quad 2c_1^{2l} Z_1 \beta_{1,2}^l + (a_2^m b_2^k c_2^l)^2 P_1 = 0,$$

$$2Z_1 \beta_{2,2}^m + (b_2^k c_2^l)^2 P_1 = 0, \quad 2Z_1 \beta_{2,2}^k + (a_2^m c_2^l)^2 P_1 = 0, \quad 2Z_1 \beta_{2,2}^l + (a_2^m b_2^k)^2 P_1 = 0,$$

где $\alpha_1 a_1^{2m} = -\alpha_2 a_2^{2m}$, $\beta_1 b_1^{2k} = -\beta_2 b_2^{2k}$, $\gamma_1 c_1^{2l} = -\gamma_2 c_2^{2l}$.

Повторив подобный расчет, установим, что существование подсистемы с инвариантной кривой $\partial(D_1^2)$ приводит к инвариантности кривой $\partial(D_2^2)$ у второй подсистемы при выполнении определенных условий на параметры управляющих функций.

Таким образом, коэффициенты внутрисистемных управлений $U_i(x_{2i-1}, x_{2i})$ будут определяться по формулам

$$\begin{cases} \beta_{2j-1,2i}^m = -\sigma_i a_{2j-1}^{-2m}, \beta_{2j-1,2i}^k = -\sigma_i b_{2j-1}^{-2k}, \beta_{2j-1,2i}^l = -\sigma_i c_{2j-1}^{-2l}, \\ \beta_{2j,2i}^m = -\sigma_i a_{2j}^{-2m}, \beta_{2j,2i}^k = -\sigma_i b_{2j}^{-2k}, \beta_{2j,2i}^l = -\sigma_i c_{2j}^{-2l}, \end{cases}$$

где $i, j = 1, 2, j = i$.

Кривые $\partial(D_1^2)$ и $\partial(D_2^2)$ являются ω – предельными множествами в подпространствах R_1^2 и R_2^2 соответственно.

Численное моделирование

Построенная в работе модель генератора движения относится к системам автоколебательного типа. В подпространстве каждой подсистемы наблюдается процесс стабилизации траекторий в окрестности инвариантного асимптотически устойчивого многообразия [6]. Выполнено численное моделирование такой системы в условиях параметрического изменения управляющего воздействия. Качественное исследование ее решения подтвердило действенность приведенной в работе методики аналитического конструирования генераторов движения.

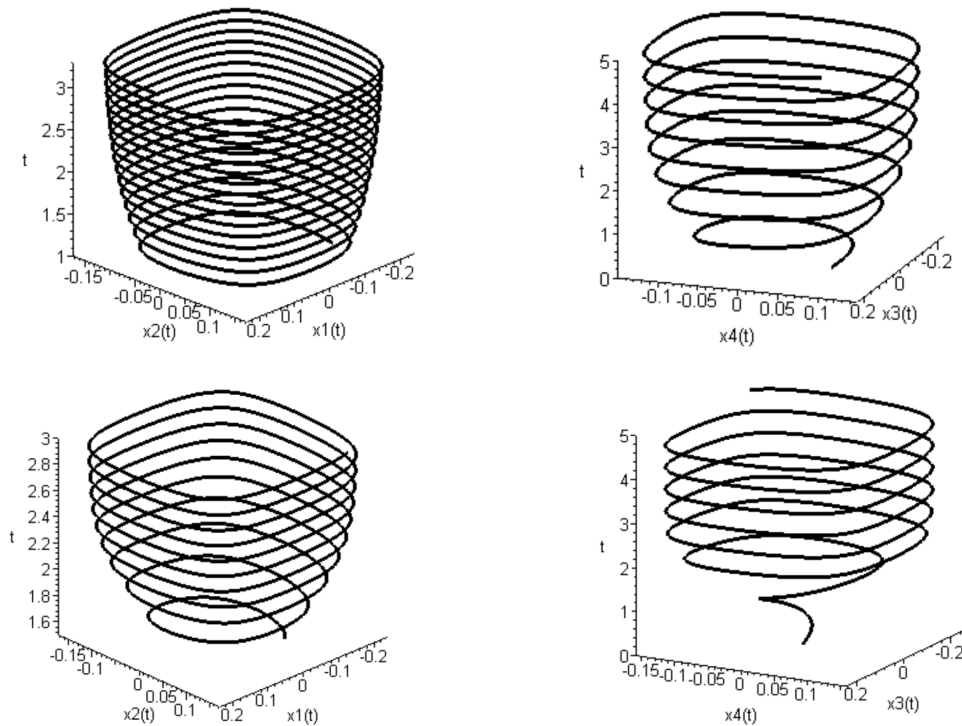


Рис. 2. Интегральные трубки в подпространствах $X_1 \times X_2 \subset R^4$ и $X_3 \times X_4 \subset R^4$

Согласно соотношениям синтеза при достаточно широком диапазоне изменения значений коэффициентов управляющих функций показано существование областей устойчивого поведения системы в окрестности режима (рис. 2).

По иллюстрациям численного моделирования можно определить время выхода интегральных кривых на режим устойчивых периодических колебаний.

В соответствующих подпространствах системы показано существование возможности одновременного выхода процессов на заданный режим.

Заключение

В работе получены стабилизирующие управления для генерации программных движений MBS модели. Предложенный подход позволяет решать задачу синтеза управляемого движения многотельных систем по предписанным траекториям. Методика интегрирования генераторов движения в динамику многотельных систем дает возможность реализовать перемещение звеньев объекта управления с помощью полученных генераторов предельных циклов.

Список литературы

1. Shabana A. Dynamics of Multibody Systems. New York, NY, Cambridge University Press, 2013. 398 p. [Electronic resource]. URL: <https://b-ok.cc/book/2291768/d3d99a> (date of access: 11.01.2020).
2. Горобцов А.С., Андреев А.Е., Марков А.Е., Скориков А.В., Тарасов П.С. Особенности решения уравнений метода обратной задачи для синтеза устойчивого управляемого движения шагающих роботов // Труды СПИИРАН. 2019. № 18 (1). С. 85–122.
3. Gorobtsov A., Ryzhov E., Polyanina A. The Control System Structure for the Stable Biped Robot Motion. Proc. Int. Conf. of Creativity in Intelligent Technologies and Data Science. Vol. 754. Ser. Communications in Computer and Information Science (Germany: Springer International Publishing AG), 2017. P. 231–241.
4. Горобцов А.С., Тарасов П.С., Скориков А.В., Марков А.Е., Терехов С.Е. Актуальные задачи управления в динамике связанных систем тел // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 19–24 августа 2019 г.). Уфа: Издательство Башкирского государственного университета, 2019. С. 451–452.
5. Gorobtsov A., Ryzhov E., Polyanina A. About formation of the stable modes of the movement of multilink mechanical systems. Vibroengineering Procedia. Vol. 8: proc. of 22nd International Conference on Vibroengineering (Moscow, Russia, 4–7 October 2016) / Publisher JVE International Ltd. Kaunas (Lithuania), 2016. P. 522–526.
6. Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. М.: Изд-во Едиториал УРСС, 2004. 552 с.