

УДК 621.833.15

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ ШЕСТЕРНИ, ВХОДЯЩЕЙ В СОСТАВ ВАЛА-ШЕСТЕРНИ

Ивашенко А.П.

Камышинский технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет», Камышин, e-mail: ivaschenko@kti.ru

В статье приведены результаты определения напряженно-деформированного состояния методом конечных элементов вала-шестерни массой чуть более 9 кг как объемной конструкции с учётом пространственного приложения усилий с оценкой статической прочности по относительным эквивалентным напряжениям, которые определялись согласно IV теории прочности с помощью модуля T-Flex CAD Анализ, встроенного в учебную версию программы T-Flex CAD. В основу решения положен известный метод оценки прочности, который подразумевает рассмотрение зацепления зубьев как сжатие двух цилиндров по выделенным контактным площадкам. Такие площадки и были выделены при расчете на взаимодействующих боковых поверхностях зубьев шестерни. Общий запас статической прочности шестерни составил 1,162, что больше минимально допустимого 1,1. Максимальные эквивалентные напряжения при расчете статической прочности вала-шестерни в зоне взаимодействующих зубьев шестерни на 25% меньше, чем максимальные контактные напряжения, которые определяются стандартными методами, приведенными в известной литературе. При моделировании, хоть и использовались идеализирующие условия работы, но, несмотря на это, такой метод оценки статической прочности можно использовать на этапе проектного расчета, так как это позволяет минимизировать ошибки проектирования. Причем использование CAE модулей в расчетах прочности зубчатых передач в дополнение к стандартным методикам, позволяет снизить затраты опытно-конструкторских работ.

Ключевые слова: шестерня, вал-шестерня, оценка статической прочности, метод конечных элементов, T-Flex CAD Анализ

RESEARCH OF THE STATIC STRENGTH OF A PINION WHICH IS PART IN A PINION-SHAFT

Ivaschenko A.P.

*Kamyshin Technology Institute (branch) of the Volgograd State Technical University,
Kamyshin, e-mail: ivaschenko@kti.ru*

The article presents the results of determining the stress-strain state by the method of finite elements of a pinion-shaft weighing a little more than nine kilograms as a volumetric structure, taking into account the spatial application of forces with an assessment of the static strength by relative equivalent stresses, which were determined according to IV theory of strength using the module T-Flex CAD Analyze of the embedded in the educational version T-Flex CAD. The solution is based on the well-known method for assessing the strength, which implies considering the gearing of the teeth as the compression of two cylinders along the dedicated contact areas. Such areas were selected when calculating on the interacting side surfaces of the pinion teeth. The total static strength of the pinion was 1.162, which is more than the minimum allowable 1.1. The maximum equivalent stresses when calculating the static strength of the pinion-shaft in the area of the interacting pinion teeth are 25% less than the maximum contact stresses, which are determined by standard methods given in the known literature. In the simulation, although idealizing working conditions were used, despite this, such a method for assessing static strength can be used at the stage of design calculation, since this allows minimizing design errors. Moreover, the use of CAE modules in calculating the strength of gears, in addition to standard methods, allows to reduce the costs of development work.

Keywords: pinion, pinion-shaft, static strength assessment, finite element method, T-Flex CAD Analyze

Большинство устройств в своем составе имеют передаточные механизмы, которые включают в себя механические передачи. Разновидностью механических передач являются зубчатые передачи. Существует большое количество различных вариантов зубчатых передач [1]. Наиболее распространенными являются прямозубые и косозубые цилиндрические зубчатые передачи. Причем нагрузочная способность у косозубых передач по сравнению с прямозубыми выше вследствие наклона зуба и увеличения длин контактных линий при одинаковой ширине колес. Такие передачи применяются как в понижающих частоту вращения (редукторы), так и в повышающих (мультипли-

каторы) механизмах. Зачастую боковая поверхность зубьев выполнена по эвольвенте, а зубья имеют плоскость симметрии. В механизме, который содержит одну передачу, состоящую из малого колеса (шестерни) и большого колеса, можно менять не только направление вращения ведущего колеса, но также менять направление потока мощности от малого к большому колесу и наоборот. Основными преимуществами таких передач являются: высокий КПД (до 98%); большой диапазон передаваемых скоростей (до 150 м/с) и мощностей (до десятков тысяч кВт); надежность и долговечность (до 30 000 ч). С учётом того, что обслуживание этих передач простое, есть у них и не-

достатки: необходимость высокой точности изготовления и монтажа, особенно у широких колес при небольших диаметрах, а также возникающий шум при работе со значительными скоростями. Несмотря на это зубчатые цилиндрические передачи получили широкое распространение во всех отраслях промышленности: в автомобилестроении, судостроении, авиастроении, в технологическом оборудовании тяжелой и легкой промышленности и прочее.

Одним из распространенных недорогих материалов, применяемых для изготовления зубчатых колес, который обладает достаточной прочностью, является конструкционная сталь. По условию работы одно из колес пары, как правило большее, делается менее твердым, в среднем на (10...15) HB, чтобы передача имела возможность приработаться. В передаче наиболее нагруженным считается меньшее колесо (шестерня). Зачастую шестерню выполняют заодно с валом (в большинстве случаев это экономически оправдано), и такой узел носит название вал-шестерня.

Зубчатые колеса изготавливаются согласно технологическому процессу, в основе которого находится конструкторская документация. В отличие от простых изделий, при разработке конструкции колеса или более сложного узла – вала-шестерни необходимо руководствоваться различными стандартами, в которых приведены: расчет геометрии, расчет статической прочности и усталостной выносливости, нормы точности и плавности работы, различные технические требования. Учесть все требования при проектировании задача непростая, конструктору необходимо иметь соответствующий опыт. Для облегчения труда конструктора при разработке документации используют CAD системы от «легких» до «тяжелых», например Компас-3D, T-Flex CAD [2], SolidWorks и др. Некоторые CAD системы содержат модули CAE и позволяют производить весь комплекс необходимых расчетов и получать готовую конструкторскую документацию.

Оценка прочности является одним из этапов конструирования колес цилиндрической передачи. Недостаточная прочность колес в передаче может привести к быстрому выходу из строя механизма вследствие его поломки, что в свою очередь снижает надежность узла и повышает стоимость его эксплуатации. Например, если колеса в передаче не будут удовлетворять статической прочности, то уже на этапе пуска машины из-за перегрузок могут возникнуть трещины или поломки зубьев. Известно, что при передаче вращения по контактными линиями нормально к боковым поверхностям кон-

тактирующих зубьев действуют усилия, причём от действия усилий возникают контактные напряжения, а основание зубьев подвергается изгибу с возникновением соответствующих напряжений.

Существуют различные методы определения прочности [1, 3, 4]. В статье [5] произведена оценка прочности прямоугольной шестерни (сталь 20ХН3А) тягового редуктора локомотива в SolidWorks Simulation с выделением площадки контакта на боковой поверхности для момента трогания локомотива с места с определением напряжений по критерию Мизеса, причем для построения 3D модели использована программа Компас. В статье [6] для косозубой шестерни планетарного редуктора проведен анализ прочности по критерию Мизеса и других параметров в квазистатических условиях с использованием пакета BETA CAE Systems. Большинство авторов [7–9] используют в своих работах ANSYS для оценки прочности зубчатых передач и ее элементов. Есть специальные продукты для оценки прочности на основе стандартов ISO, DIN, AGMA, VDI и т.д., одним из таких является KISSsoft [10]. Использование CAD/CAE программ для моделирования деталей и узлов с дальнейшим анализом прочности и др. параметров является современным методом и актуальным решением сложных производственных задач.

Цель исследования: с помощью модуля T-Flex CAD Анализ, встроенного в учебную версию программы T-Flex CAD, провести определение напряженно-деформированного состояния вала-шестерни как объемной конструкции с учётом пространственного приложения усилий с оценкой статической прочности по эквивалентным напряжениям.

Материалы и методы исследования

Метод, положенный в основу исследования, приведен в литературе [3], в его основе рассматривается зацепление зубьев как сжатие двух цилиндров (рис. 1) с радиусами кривизны рабочих поверхностей ρ_1 и ρ_2 под действием удельной нормальной силы $\omega = F_n/l_\Sigma$ по площадке шириной в среднем равной по величине $2a$, которая использована автором при построении контактных линий на боковых поверхностях зубьев шестерни.

Для оценки параметров зацепления с целью построения 3D модели вала-шестерни использована программа [11]. Вал-шестерня (рис. 2) включает в себя косозубую цилиндрическую шестерню с внешним зацеплением и левым наклоном зубьев из стали марки 50 с пределом текучести $\sigma_T = 530$ МПа, модуль упругости первого рода $E = 2,16 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона

сона $\mu = 0,3$. Зацепление имеет следующие параметры: модуль $m_n = 4$ мм; число зубьев шестерни $z_1 = 24$ шт. и колеса $z_2 = 98$ шт.; ширина шестерни $b_w = 104$ мм; угол наклона зубьев $\beta = 12,578^\circ$; межосевое расстояние $a_w = 250$ мм; коэффициент торцевого перекрытия $\varepsilon_a = 1,67$; окружное усилие в зацеплении $F_t = 10627$ Н.

В зацеплении косозубых зубчатых колес, вследствие наклона зубьев под некоторым

углом β , как правило, находятся две или три пары контактирующих зубьев. В источнике [3] установлено, что если в зацеплении находятся две пары взаимодействующих зубьев, то полное усилие распределяется в следующем соотношении: 58% на первую пару и 42% на вторую пару зубьев. В статье рассматривается такое зацепление зубьев, при котором фактически в зоне контакта находятся три пары зубьев (рис. 3).

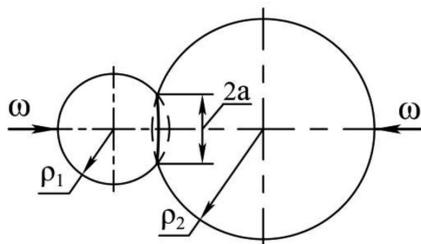


Рис. 1. Графическое представление метода, положенного в основу исследования

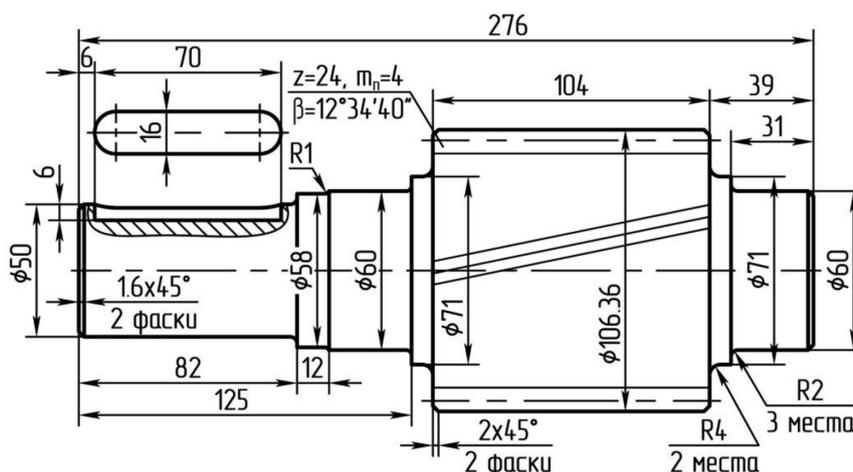


Рис. 2. Эскиз вала-шестерни

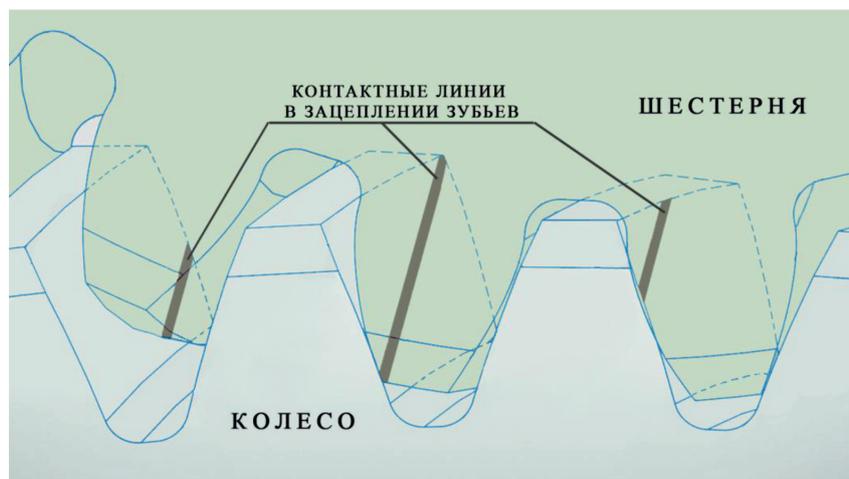


Рис. 3. Распределение контактных линий в зацеплении зубьев

По данным в источниках [1, 3, 4] использованы формулы (1–3) в расчётах. Полное нормальное усилие:

$$F_n = F_t \cdot K / (\cos \alpha_{tw} \cdot \cos \beta_b) = 20649,92 \text{ Н}, \quad (1)$$

где $K = K_A \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV}$ – коэффициент расчетной нагрузки, $K = 1,845$ согласно [4], $\sin \beta_b = \sin \beta \cdot \cos \alpha$, α_{tw} и α [1, 3, 4].

Полуширина плоскости контакта:

$$a = 1,52 \cdot \sqrt{\frac{F_n \cdot m_n \cdot \sin \alpha_{tw} \cdot z_1 \cdot z_2}{2 \cdot l_{\Sigma} \cdot E \cdot \cos \beta \cdot \cos \beta_b \cdot (z_1 + z_2)}} = 0,1349 \text{ мм}. \quad (2)$$

Средняя суммарная длина контактных линий в зацеплении (рис. 3)

$$l_{\Sigma} = b_w \cdot \varepsilon_{\alpha} / \cos \beta = 171,106 \text{ мм}. \quad (3)$$

В исследовании напряженно-деформированного состояния вала-шестерни приняты допущения: на шестерню со стороны колеса действует полное нормальное усилие, определяемое по формуле (1), по выделенным площадкам контакта взаимодействующих зубьев (рис. 4); из-за небольших ограничений используемой версии T-Flex CAD Анализ [12] закрепление вала-шестерни осуществляется по цапфам вала с определением статической прочности по эквивалентным напряжениям прямым методом. Первая пара взаимодействующих зубьев с контактной линией $l_{\Sigma 1} = 99,548$ мм входит в зацепление по всей ширине зубьев колеса, так как ширина шестерни на 4 мм больше колеса, причем усилие в паре составляет 58,18% от F_n и равно 12014,12 Н. Вторая пара взаимодействующих зубьев с длиной контактной линии $l_{\Sigma 2} = 40,855$ мм входит в зацепление в области головки зубьев шестерни, при этом усилие в паре составляет 23,88% от F_n и равно 4931,2 Н. Третья пара взаимодействующих зубьев с длиной контактной линии $l_{\Sigma 3} = 30,703$ мм входит в зацепление в области ножки зубьев шестерни, причем усилие в паре составляет 17,94% от F_n и равно 3704,6 Н (рис. 4).

Контактное напряжение в полюсе зацепления без учета дополнительных нагрузок (динамических и от неравномерности распределения усилий, то есть при $K = 1$) согласно [4]:

$$\sigma_{H0} = \frac{1}{\cos \alpha_t} \cdot \sqrt{\frac{0,35 \cdot E \cdot F_t \cdot \cos \beta \cdot \cos \beta_b \cdot (u + 1)}{b_w \cdot m_n \cdot \varepsilon_{\alpha} \cdot z_2 \cdot \tan \alpha_{tw}}}, \quad (4)$$

где $\tan \alpha_t = \tan \alpha / \cos \beta$.

Также контактное напряжение в полюсе зацепления при $K \neq 1$:

$$\sigma_H = \sigma_{H0} \sqrt{K}. \quad (5)$$

Максимальные контактные напряжения в зоне контакта взаимодействующих профилей зубьев колес согласно данным источника [3]:

$$\sigma_{H \max} = \sqrt{\frac{F_n \cdot E \cdot \cos \beta \cdot \cos \beta_b \cdot (z_1 + z_2)}{\pi \cdot l_{\Sigma} \cdot m_n \cdot \sin \alpha_{tw} \cdot z_1 \cdot z_2 \cdot (1 - \mu^2)}}. \quad (6)$$



Рис. 4. Фактическое распределение контактных линий и полного нормального усилия, действующего в плоскости зацепления А

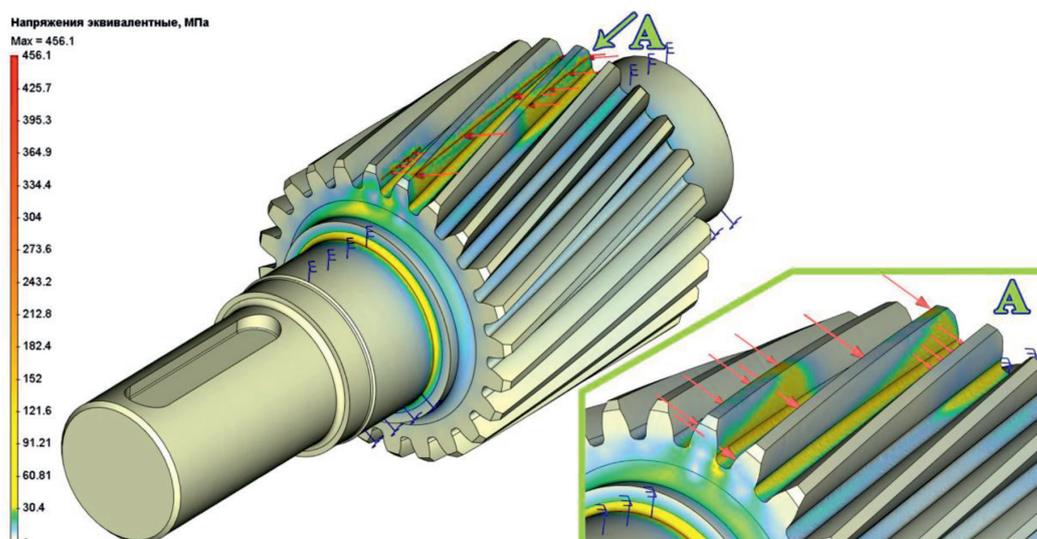


Рис. 5. Картина эквивалентных напряжений в шестерне детали вал-шестерня

Результаты исследования и их обсуждение

На основе объёмной конструкции вала-шестерни, твердотельная модель которой была построена в программе T-Flex CAD, произведено определение напряженно-деформированного состояния с учётом пространственного приложения усилий в модуле T-Flex CAD Анализ. В результате расчёта определялась статическая прочность шестерни по относительным эквивалентным напряжениям (рис. 5), которые вычислялись в программе согласно IV теории прочности. Произведена оценка запаса прочности по рассчитанным напряжениям относительно допускаемых напряжений – это напряжения предела текучести для выбранного материала.

Общий запас статической прочности шестерни составил 1,162, что больше минимально допустимого 1,1. Максимальные эквивалентные напряжения при расчёте статической прочности вала-шестерни в зоне взаимодействующих зубьев шестерни составили $\sigma_{\text{экв}} = 456,1$ МПа. Так при расчёте сопряжённого колеса, то есть большего по размеру, имеющего сплошное поперечное сечение с диаметром вершин 409,64 мм и шириной 100 мм, эквивалентные напряжения составили $\sigma_{\text{экв}} = 367,6$ МПа, что на 24% меньше, чем у шестерни. Контактное напряжение в полюсе зацепления при $K = 1$, формула (4), равно 419,41 МПа, а при $K = 1,845$ формула (5) имеет такой же порядок, что и максимальные контактные напряжения, рассчитанные по формуле (6), которые равны 568,74 МПа.

Заключение

Значения эквивалентных напряжений, полученных при определении напряженно-деформированного состояния шестерни, как элемента вала-шестерни, с учетом пространственного приложения усилий не превышают значений напряжений предела текучести и напряжений, которые определены стандартными методами. Отличие эквивалентных напряжений от максимальных контактных напряжений составляет 25%. Получено, что шестерня является более нагруженной, чем колесо. Рассматривая распределение напряжений по торцевым поверхностям взаимодействующих зубьев шестерни, можно увидеть, что по величине они меньше, чем в зоне контакта, это объясняется тем, что шестерня имеет выступ относительно колеса на 2 мм с каждой стороны, а это в свою очередь уменьшает риск разрушения кромок зубьев у торца шестерни. При моделировании принимались идеализирующие условия работы, а при эксплуатации возникают деформации вала, перекос осей, возможны неточности изготовления и монтажа, что приводит к изменению площадки контакта и увеличению величины напряжений. Также ограничения используемой версии программы не позволяют провести полный расчёт зацепления с учетом всех факторов, влияющих на зацепление, но, применяя такой метод оценки прочности, можно на этапе проектного расчёта и конструирования узла оценить его статическую прочность с целью исключения ошибок проектирования и снижения затрат опытно-конструкторских работ.

Список литературы

1. Иванов М.Н., Финогонов В.А. Детали машин: учебник для студентов высших технических учебных заведений. М.: Абрис, 2013. 407 с.
2. T-Flex CAD. Справка. 2020. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.tflexcad.ru/help/cad/16/> (дата обращения: 15.10.2020).
3. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б. Расчет на прочность деталей машин: Справочник / 4-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1993. 639 с.
4. ГОСТ 21354–87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. М.: Изд-во стандартов, 1993. 130 с.
5. Вельгодская Т.В., Иванов В.В., Гаджиев И.А. Анализ напряженно-деформированного состояния шестерни тягового редуктора локомотива 2ТЭ10Л // Международный научно-исследовательский журнал. 2012. № 5 (5). С. 82–85.
6. Mihailidis A., Korbetis G., Drivakos N., Nerantzis I. Finite Element Method Based Analysis of Planetary Gear Systems Considering Backlash and Manufacturing Deviations. Power Transmission Engineering. June 2018. P. 46–50.
7. Смагулова А.С., Кияшова А.М. Расчет зубчатых передач с применением конечно-элементного анализа в рамках пакета ANSYS WB // Наука и техника Казахстана. 2018. № 3. С. 39–47.
8. Петренко А.Ф., Бурлакова Д.Е., Савенков В.Н. Напряженное состояние колес зубчатых передач в зоне контакта зубьев // Материалы научной конференции студентов, молодых ученых и преподавателей. 2010. Ч. 1. [Электронный ресурс]. URL: <http://masters.donntu.org/2013/fmf/burlakova/library/2.htm> (дата обращения: 15.10.2020).
9. Каратушин С.И., Бильдюк Н.А., Плешанова Ю.А., Бокучава П.Н. Проверочный силовой расчет в ANSYS зубчатого зацепления // Известия высших технических заведений. Машиностроение. 2015. № 3 (660). С. 27–34.
10. KISSsoft. 2020. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.kisssoft.com/ru> (дата обращения: 15.10.2020).
11. Ивашенко А.П., Неумоина Н.Г. Расчет цилиндрических зубчатых передач в среде Microsoft Office // Свидетельство о регистрации программы на ЭВМ. № 2015660682. 2016.
12. T-Flex CAD Анализ. 2020. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.tflex.ru/products/raschet/analiz/> (дата обращения: 15.10.2020).