

УДК 621.833.15

**ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ КОСОЗУБОГО
ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЗУБЧАТОГО КОЛЕСА****Иващенко А.П.***Камышинский технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный
технический университет», Камышин, e-mail: ivaschenko@kti.ru*

В статье приводится информация по результатам исследования в области расчёта статической прочности косозубого зубчатого колеса массой чуть более пятидесяти килограммов с помощью российского программного обеспечения T-Flex CAD. Для исследования использована интегрированная с T-Flex CAD среда конечно-элементных расчётов T-Flex CAD Анализ. Проверка статической прочности под нагрузкой произведена для трехмерной твердотельной модели колеса зубчатого. Исходные данные для расчета определены по рекомендуемым методикам, приведенным в известной литературе. В ходе расчета определялись эквивалентные напряжения по IV теории прочности, которая используется в среде T-Flex CAD Анализ. Получено, что относительные эквивалентные напряжения на 30 % меньше значений напряжений предела текучести для стали 50 и более чем на 50 % меньше расчетных значений максимальных контактных напряжений. Запас прочности имеется. Расчёты зубчатого колеса показали хорошую корреляцию со стандартными методиками. Проведено сравнение рассчитываемого колеса с колесом, имеющим другую конструкцию, но те же параметры зацепления, получено, что эквивалентные напряжения зависят от конструкции колеса. Метод может применяться на практике при оценке статической прочности проектируемого колеса, как части механизма технологического оборудования, что позволяет на предварительном этапе конструирования, то есть до расчета на усталостную выносливость и получения рабочих чертежей, подобрать рациональную конструкцию колеса и улучшить параметры оборудования.

Ключевые слова: расчеты механизмов технологического оборудования, зубчатое колесо, расчет прочности, T-Flex CAD Анализ

**RESEARCH OF THE STATIC STRENGTH OF A HELICAL
CYLINDRICAL GEARWHEEL****Ivaschenko A.P.***Kamyshin Technology Institute (branch) of the Volgograd State Technical University,
Kamyshin, e-mail: ivaschenko@kti.ru*

The article provides information on the results of a study in the field of calculating the static strength of a helical gearwheel weighing a little more than fifty kilograms using the Russian T-Flex CAD software. For the study, the T-Flex CAD Analyze environment of finite-element calculations, integrated with T-Flex CAD, was used. The static strength test was performed for a complete solid model of a gearwheel. The initial data for the calculation were determined according to standard methods described in the known literature. During the calculation, equivalent stresses were determined according to IV theory of strength, which is used in the T-Flex CAD Analyze environment. It was found that the relative equivalent stresses are 30 % less than the values of the yield stress for steel 50 and more than 50 % less than the calculated values of the maximum contact stresses. There is a safety margin. Gearwheel calculation showed good correlation with standard techniques. A comparison of the calculated wheel with a wheel having a different design, but the same engagement parameters is carried out, it is obtained that the equivalent stresses depend on the wheel design. The method can be applied in practice when assessing the static strength of a projected gearwheel, as part of a process equipment mechanism, which allows at the preliminary design stage, that is, before calculating fatigue endurance and obtaining working drawings, to select a rational gearwheel design and improve equipment parameters.

Keywords: calculations of technological equipment mechanisms, cylindrical gearwheel, strength calculation, T-Flex CAD Analyze

При касании боковых профилей контактирующих зубьев в зубчатой передаче происходит передача вращения. Между сопряженными зубьями на шестерне возникает активная сила давления, а на колесе – сила сопротивления. Ножка зуба от действия нагрузки подвергается деформации изгиба, а на боковой поверхности зубьев действует мгновенно линейный контакт, причем линия контакта перемещается по этим поверхностям, при этом изгиб у основания ножки проявляется до тех пор, пока сопряженные зубья не выйдут из зацепления. На боковых поверхностях зубьев, которые находятся

в зацеплении, действуют контактные напряжения, а у основания ножки зуба – напряжения изгиба. Сопряженные зубья находятся в сложном напряженно-деформированном состоянии [1].

На сегодняшний день рабочую конструкторскую документацию зачастую разрабатывают, применяя CAD программы, например T-Flex CAD [2]. Сначала строят трехмерную твердотельную модель изделия, например, косозубого цилиндрического колеса зубчатого, потом получают ассоциативные чертежи и другую документацию.

На одном из этапов проектирования механизмов технологического оборудования оценивают работоспособность узла механизма, например зубчатой передачи или ее элемента – зубчатого колеса, по критериям прочности. Рекомендуемую оценку прочности зубчатых передач, как правило, выполняют по методикам в источниках [1, 3, 4], но можно производить оценку прочности передач другими методами. Так, в литературе [5] приведена упрощенная методика оценки прочности зубчатых передач с помощью приложения Simulation системы I-DEAS NX – инструмента для виртуального моделирования и проведения инженерных расчетов. В литературе [6, 7] используют программу ANSYS для проведения прочностных расчетов зубчатых передач, а в источнике [8] для оценки прочности зубчатых передач и механизма в целом используют программу SolidWorks Simulation.

Применяя интегрированный в CAD программу модуль конечно-элементных расчетов, можно выполнять математическое моделирование распространенных физических явлений, находить правильное решение задач, возникающих при проектировании изделий [9]. Такие интегрированные модули расчетов актуальны из-за сокращения общих затрат на поиск достоверного решения при разработке дорогостоящего технологического оборудования. Таким образом, используя такой модуль при исследовании прочности косозубого цилиндрического колеса зубчатого, можно получить ассоциативную связь между трехмерной и конечно-элементной моделями, а также чертежом колеса зубчатого, что позволяет разрабатывать рациональные конструкции передач в механизмах технологического оборудования на проектом этапе.

Цель исследования: по построенной трехмерной модели большего по размеру косозубого цилиндрического колеса зубчатого из двух в передаче механизма технологического оборудования, используя модуль T-Flex CAD Анализ, провести исследование статической прочности с определением эквивалентных напряжений и запаса прочности в сравнении с рекомендуемыми методиками оценки усталостной прочности [3, 4].

Материалы и методы исследования

С помощью программы «Расчет цилиндрических зубчатых передач в среде Microsoft Office» [10] получены геометрические параметры для построения трехмерной модели большего по размеру зубчатого колеса из двух в передаче (табл. 1, рис. 1).

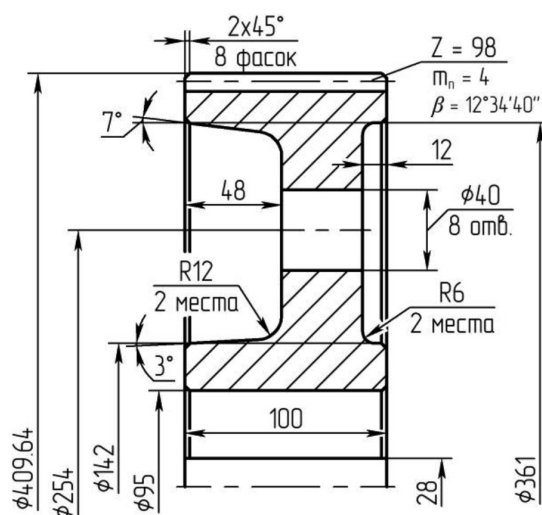


Рис. 1. Эскиз косозубого цилиндрического колеса зубчатого

Таблица 1

Параметры зубчатой передачи, принятой в расчет

Наименование параметра	Параметр
Тип зубчатой передачи	Цилиндрическая внешнего зацепления косозубая без смещения
Материал большего по размеру зубчатого колеса из двух в передаче	Сталь 50, $\sigma_T = 450$ МПа
Межосевое расстояние, a_w , мм	250
Модуль в нормальном сечении, m_n , мм	4
Угол наклона зубьев, β°	12,578
Направление линии зуба	вправо
Коэффициент торцового перекрытия, ϵ_α	1,67
Число зубьев шестерни/колеса, z_1/z_2 , шт.	24 / 98
Ширина колеса, b_w , мм	100
Окружное усилие в зацеплении, F_t , Н	10267

Боковая поверхность контактирующих зубьев, находящихся в зацеплении, подвергается местной деформации. В источнике [4] для упрощения аналитических расчетов контактной прочности зубьев рассматривается сжатие двух цилиндров (рис. 2) по площадке, которая из-за переменной жесткости зубьев по длине контактной линии имеет разную ширину, но в среднем величиной $2a$. В статье при построении контактной линии на боковых поверхностях зубьев колеса выделена площадка шириной $2a$.

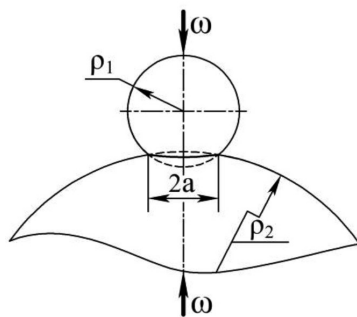


Рис. 2. Модель пары зубьев, принятая в расчет

Используя формулы (1)–(5), приведенные в источниках [1, 3, 4], определены параметры, необходимые для подготовки твердотельной модели косозубого цилиндрического колеса зубчатого к статическому расчету на прочность.

Приведенный радиус кривизны рабочих поверхностей для передачи с внешним зацеплением определяется по формуле

$$\rho_{np} = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = \frac{z_1 \cdot z_2}{z_1 + z_2} \cdot \frac{m_n \cdot \sin \alpha_{tw}}{2 \cdot \cos \beta \cdot \cos \beta_b} \quad (1)$$

С учетом того, что колеса без смещения, получаем $\rho_{np} = 14,102$ мм.

Колесо и шестерня изготовлены из одинакового материала, работают при одинаковых условиях, поэтому принимаем модуль упругости первого рода $E = 2,16 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$ [4].

Полуширина плоскости контакта определяется по формуле

$$a = 1,52 \cdot \sqrt{\frac{\omega \cdot \rho_{np}}{E}} \quad (2)$$

Удельная нормальная сила определяется по формуле

$$\omega = \frac{F_n}{l_\Sigma} \quad (3)$$

Полуширина плоскости контакта $a = 0,1349$ мм. Полная ширина плоскости контакта $2a = 0,2698$ мм.

Средняя суммарная длина контактных линий в зацеплении, которая приходится на все зубья, одновременно находящиеся в зацеплении

$$l_\Sigma = \frac{b_w \cdot \varepsilon_\alpha}{\cos \beta} \quad (4)$$

Получаем $l_\Sigma = 171,106$ мм.

При расчете косозубого цилиндрического колеса зубчатого введены допущения: нагрузка в зацеплении заменяется полным нормальным усилием с учетом коэффициента расчетной нагрузки, формула (5); в зацеплении участвуют три пары контактирующих зубьев, так что средняя суммарная длина контактных линий в зацеплении находится в пределах расчетных величин; на контактирующих боковых поверхностях зубьев колеса выделены контактные площадки; фиксация колеса при расчете производится по отверстию под вал и по рабочим поверхностям паза шпоночного.

Согласно допущениям на трех зубьях колеса выделены контактные линии. Первая пара зубьев с контактной линией $l_{\Sigma 1}$ зацепляется по всей длине зубьев, причем вторая и третья пары зубьев с длинами контактных линий $l_{\Sigma 2}$ и $l_{\Sigma 3}$ зацепляются в области головки и ножки зубьев соответственно. Измерив контактные линии на трехмерной модели (рис. 3), получены фактические длины: первой пары зубьев $l_{\Sigma 1} = 99,548$ мм; второй – $l_{\Sigma 2} = 40,855$ мм; третьей – $l_{\Sigma 3} = 30,703$ мм. Суммарная длина контактных линий $l_\Sigma = l_{\Sigma 1} + l_{\Sigma 2} + l_{\Sigma 3}$.

Полное нормальное усилие определяется по формуле

$$F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha_{tw} \cdot \cos \beta_b} \cdot K, \quad (5)$$

где $K = K_A \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV}$ – коэффициент расчетной нагрузки, принимается равным $K = 1,845$ [4], α_{tw} и α по [11].

Контактные линии в косозубом зацеплении расположены под углом β_b , который является основным углом наклона зубьев $\sin \beta_b = \sin \beta \cdot \cos \alpha$.

Получаем $F_n = 20649,92$ Н, а удельная нормальная сила $\omega = 120,685$ Н/мм.

Полное нормальное усилие в зацеплении двух контактирующих пар зубьев распределяется в соотношении 58 % на первую пару и 42 % на вторую пару зубьев [4].

С учетом допущений в расчетной модели находятся три пары зубьев в зацеплении, следовательно, нагрузка в 42 % распределяется между второй и третьей парами зубьев (табл. 2). Сравнивая первый и последний столбцы в табл. 2, можно увидеть хорошую корреляцию данных.

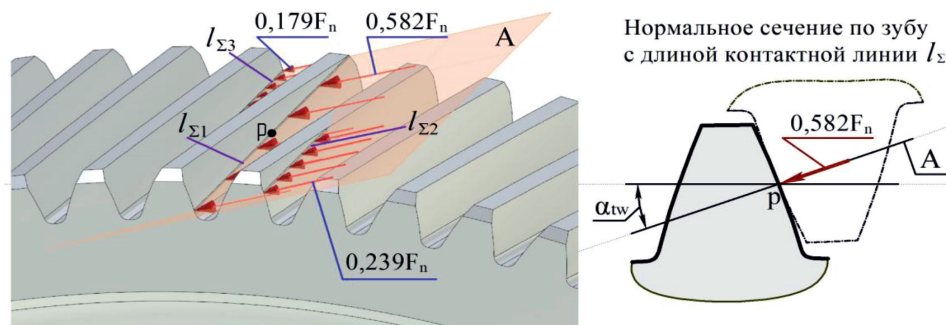


Рис. 3. Контактные линии и усилия на рабочих поверхностях колеса зубчатого

Таблица 2

Полное нормальное усилие

F_n по [4]		$F_n = 20649,92$ Н в расчетной модели		F_n в расчетной модели	
1 пара	58%	1 пара – 12014,12 Н		1 пара – 58,18%	
2 пара	42%	2 и 3 пары – 8635,80 Н	2 пара – 4931,20 Н 3 пара – 3704,60 Н	2 и 3 пары – 41,82%	2 пара – 23,88% 3 пара – 17,94%

В приложении 1 к ГОСТ 21354-87 [3] контактное напряжение в полюсе зацепления вычисляется по формуле

$$\sigma_{H0} = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\epsilon \cdot \sqrt{\frac{F_t \cdot (u+1)}{b_w \cdot d_1 \cdot u}}, \quad (6)$$

где

$$Z_H = (\cos \alpha_t)^{-1} \cdot \sqrt{2 \cos \beta_b / \tan \alpha_{tw}};$$

$$\tan \alpha_t = \tan \alpha / \cos \beta; Z_E = \sqrt{0,175 \cdot E};$$

$$Z_\epsilon = \sqrt{\epsilon_\alpha^{-1}}; u = z_2/z_1; d_1 = m_n \cdot z_1 / \cos \beta;$$

остальные данные приведены в табл. 1.

В [4] приводится формула максимальных контактных напряжений при контакте рабочих профилей зубьев колес, изготовленных из одинакового материала

$$\sigma_{H \max} = \sqrt{\frac{\omega \cdot E}{2 \cdot \pi \cdot \rho_{np} \cdot (1 - \mu^2)}}. \quad (7)$$

Результаты исследования и их обсуждение

На основе данных, представленных выше, и с помощью интегрированной в CAD программу среды T-Flex CAD Анализ проведено исследование на статическую прочность большего косозубого цилиндрического колеса зубчатого из двух колес в передаче механизма технологического оборудования. Определены относительные эквивалентные

напряжения, вычисляемые из компонентов тензора напряжений согласно IV теории прочности [9]. Определен коэффициент запаса прочности по эквивалентным напряжениям, то есть отношение допускаемых напряжений материала к эквивалентным напряжениям, где в качестве допускаемого напряжения для пластичных материалов выбран предел текучести (табл. 1). Согласно расчетам на рис. 4 показано распределение относительных эквивалентных напряжений в косозубом цилиндрическом колесе зубчатом.

Определена статическая прочность рассчитываемого колеса зубчатого в T-Flex Анализ получен запас прочности равный $S_{H \text{расч}} = 1,34$.

Согласно [3] минимальный запас прочности для зубчатых колес, изготовленных из однородного материала, равен $S_{H \min} = 1,1$.

Для сравнения напряжений, полученных на рис. 4, построена другая модель косозубого цилиндрического колеса зубчатого (рис. 5) по параметрам зацепления (табл. 1, 2) и определены эквивалентные напряжения. Результаты представлены в табл. 3 и на рис. 5. Также в табл. 3 приведены расчеты напряжений по формулам (6) и (7). В колесе, которое имеет диск с равномерно расположенными в нем отверстиями (рис. 4) имеет меньшие по значению эквивалентные напряжения, чем колесо, представленное на рис. 5. Это объясняется тем, что уменьшается жесткость колеса, а напряжения перераспределяются, тем самым происходит понижение порядка напряжений.

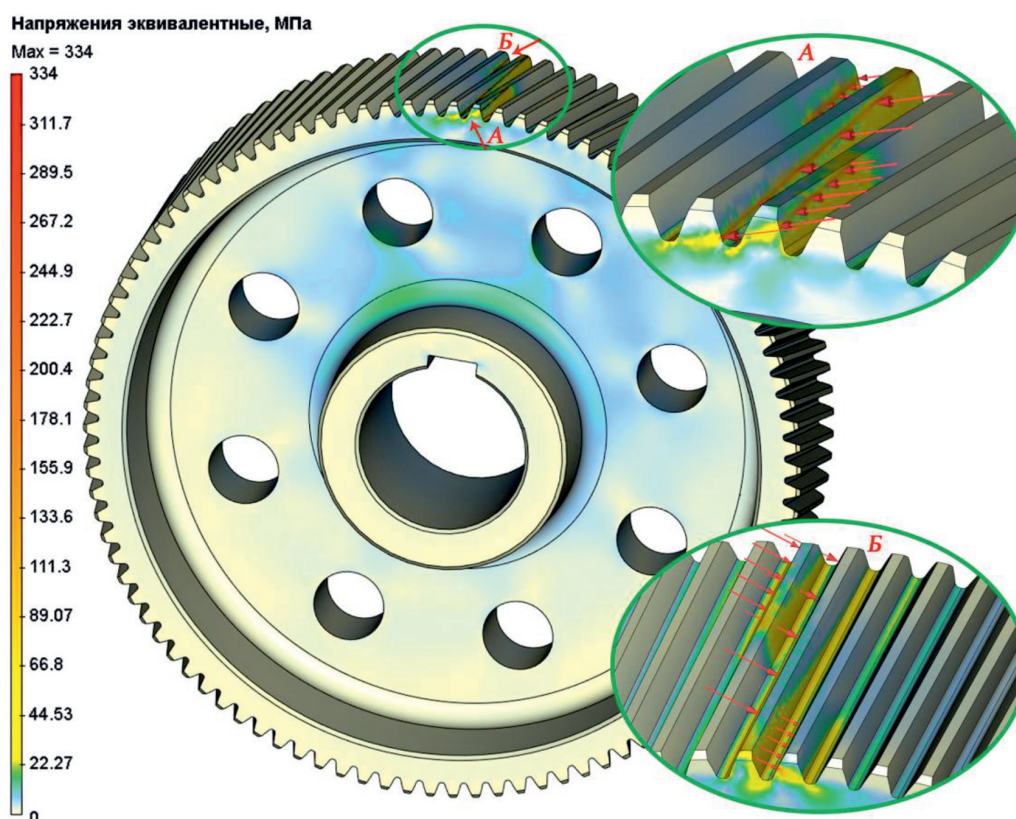


Рис. 4. Распределение эквивалентных напряжений в косозубом цилиндрическом колесе зубчатом

Таблица 3

Напряжения в области контакта сопряженных поверхностей зубьев

Метод исследования	Вид напряжений	Обозначение	Величина, МПа
Исследование статической прочности в T-Flex CAD Анализ	Относительные эквивалентные напряжения	$\sigma_{\text{экв}}$	334,00 для колеса на рис. 4
			367,60 для колеса на рис. 5
Оценка напряжений по ГОСТ 21354-87 [3]	Контактное напряжение в полюсе зацепления	σ_{H0}	419,41
Оценка напряжений по [4]	Максимальные контактные напряжения	$\sigma_{H\text{max}}$	568,74

Так, колесо на рис. 4 имеет максимальные перемещения в зоне нагрузки 0,0218 мм, а колесо на рис. 5 – 0,0121 мм, что на 44,4% меньше. При этом масса колеса на рис. 5 больше на 45 %, чем колеса на рис. 4, что негативно сказывается не только на его моменте инерции при вращении, но и на себестоимости материала, а это делает колесо на рис. 5 зачастую экономически нецелесообразным в серийном производстве механизмов технологического оборудования, хотя по конструкции оно более простое.

Заключение

Рассчитанное косозубое цилиндрическое колесо зубчатое обладает запасом статической прочности под действием полного нормального усилия, причем усилие действует на три зуба, в том числе на зуб с длиной контактной линии $l_{\Sigma 1}$ приходится 58,18% от общего усилия. Эквивалентные напряжения в среднем на 30 % меньше значений напряжения предела текучести и более чем на 50 % меньше расчетных величин максимальных контактных напряжений.

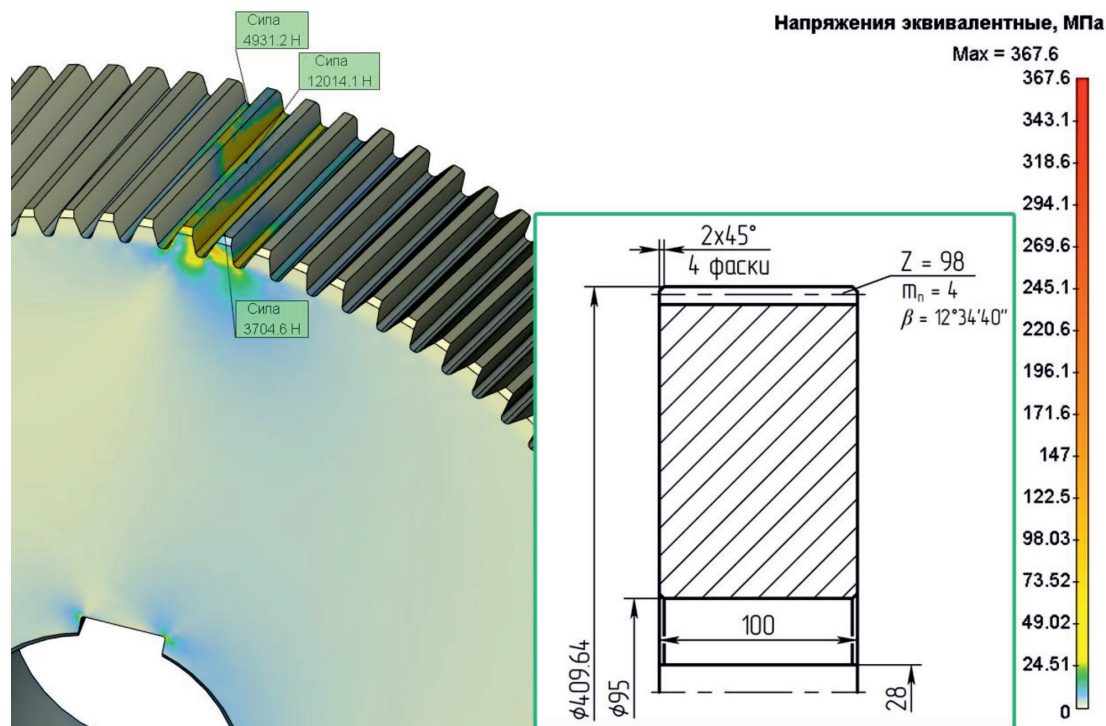


Рис. 5. Эскиз косозубого колеса зубчатого с распределением напряжений

Проведенное исследование колеса зубчатого имеет хорошую корреляцию с рекомендуемыми расчетными методами [3–5]. Такой метод исследования позволяет произвести оценку статической прочности конструируемого колеса зубчатого, а в целом и передачи, как части механизма технологического оборудования, что позволяет на предварительном этапе конструирования, то есть до расчета на усталостную выносливость и получения рабочих чертежей, подобрать рациональную конструкцию колеса и улучшить параметры проектируемого оборудования.

Список литературы

1. Иванов М.Н., Финогенов В.А. Детали машин: учебник для студентов высших технических учебных заведений. М.: Абрис, 2013. 407 с.
2. T-Flex CAD. Справка. 2020. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.tflexcad.ru/help/cad/16/> (дата обращения: 23.08.2020).
3. ГОСТ 21354–87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. М.: Изд-во стандартов, 1993. 130 с.
4. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б. Расчет на прочность деталей машин: Справочник. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1993. 639 с.
5. Расчет зубчатых передач на прочность: рук. Р.007-2004: утв. Рос. реч. регистр 24.12.2004: введ. с 07.02.2005, Извещение № 1 об изменении с 14.09.2016. М.: Рос. реч. регистр, 2016. 90 с.
6. Каратушин С.И., Бильдюк Н.А., Плешанова Ю.А., Бокучава П.Н. Проверочный силовой расчет в ANSYS зубчатого зацепления // Известия высших технических заведений. Машиностроение. 2015. № 3 (660). С. 27–34.
7. Смагулова А.С., Кияшова А.М. Расчет зубчатых передач с применением конечно-элементного анализа в рамках пакета ANSYS WB // Наука и техника Казахстана. 2018. № 3. С. 39–47.
8. Осипов В.И., Сапронов М.В., Осипов В.В. Проектирование и исследование коробок передач легковых автомобилей: учеб. пособие. М.: МАДИ, 2017. 100 с.
9. T-Flex CAD Анализ. 2020. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.tflext.ru/products/raschet/analiz/> (дата обращения: 23.08.2020).
10. Иващенко А.П., Неумоина Н.Г. Расчет цилиндрических зубчатых передач в среде Microsoft Office // Свидетельство о регистрации программы на ЭВМ. № 2015660682. 2016.
11. ГОСТ 16532–70. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет геометрии. М.: Изд-во стандартов, 1971. 79 с.