СТАТЬИ

УДК 517.977

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ КВАЗИЛИНЕЙНОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Баетов А.К., Бексултанов Ж.Т., Асанова Ж.К., Солтонкулова Ж.М.

Киргизский государственный университет им. И. Арабаева, Бишкек,
e-mail: bibosunovas@gmail.com

В данной статье исследуется задача оптимального управления распределенной колебательной системой, состояние которой описывается квазилинейным дифференциальным уравнением в частных производных гиперболического типа, а качество управления характеризуется интегральным функционалом, содержащим малый параметр. Используя асимптотические разложения обобщенного решения исходной начально-краевой задачи, описывающей управляемый колебательный процесс, исходная задача заменяется счетной системой обыкновенных дифференциальных уравнений, с соответствующими начальными условиями. Аналогичным разложением в ряд Фурье подынтегральной функции преобразуется функционал, оценивающий качество управления исходным колебательным процессом. Вместо счетной системы обыкновенных дифференциальных уравнений рассматривается укороченная система с соответствующим функционалом качества. А задача оптимального управления сформулируется для этой системы, т.е. будем искать управляющую функцию из допустимого класса управлений, которая вместе с решениями полученной укороченной системы обыкновенных дифференциальных уравнений минимизирует полученный функционал. Оптимальное управление строится согласно необходимому условию оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина, из функции Гамильтона. Выписывается каноническая система уравнений краевой задачи принцип максимума. Доказана сходимость приближения по функционалу, обеспечивающая оптимальность найденного управления. Также получены некоторые оценки по функционалу сколь угодной точности.

Ключевые слова: оптимальное управление, функционал качества, асимптотическое разложение, счетная система, принцип максимума, функция Гамильтона

OPTIMUM CONTROL OF A QUASILINEAR OSCILLATORY SYSTEM WITH DISTRIBUTED PARAMETERS

Baetov A.K., Beksultanov Zh.T., Asanova Zh.K., Soltohkulova Zh.M.

Kyrgyz State University named after I. Arabaev, Bishkek, e-mail: bibosunovas@gmail.com

This article researches the optimal control problem for a distributed oscillatory system, the state of which is described by a quasilinear partial differential equation of hyperbolic type, and the control quality is characterized by an integral functional containing a small parameter. Using asymptotic expansions of the generalized solution of the initial initial-boundary-value problem that describes the controlled oscillatory process, the original problem is replaced by a countable system of ordinary differential equations, with the corresponding initial conditions. By a similar expansion in the Fourier series of the integrand, the functional evaluating the quality of control of the initial oscillatory process is transformed. Instead of a countable system of ordinary differential equations, a shortened system with the corresponding quality functional is considered. In addition, the optimal control problem is formulated for this system, i.e. we will seek a control function from an admissible class of controls, which, together with the solutions of the obtained shortened system of ordinary differential equations, minimizes the resulting functional. Optimal control is constructed, according to the necessary optimality condition in the form of the Pontryagin maximum principle, from the Hamilton function. The canonical system of equations of the boundary value problem is written out, the maximum principle. The convergence of the approximation in the functional is proved, which ensures the optimality of the control found. Also obtained are some estimates on the functionality of how pleasing accuracy.

Keywords: Optimal control, quality functional, asymptotic expansion, counting system, maximum principle, Hamilton function

Многие колебательные процессы описываются нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных гиперболического типа. Поэтому задачи оптимального управления такими процессами всегда являются актуальными. В данной работе исследуется задача оптимального управления колебательной системой, описывающейся квазилинейным уравнением в частных производных гиперболического типа. Строится приближенное оптимальное управление. Доказана сходимость приближения по функционалу.

Цель исследования: исследовать задачу оптимального управления слабо управляемой квазилинейной системой с распределенными параметрами. Исследование состоит в том, чтобы построить приближенное оптимальное управление, доказать сходимость приближения по функционалу, получить оценки сколь угодной точности.

Рассмотрим задачу оптимального управления слабо управляемой квазилинейной системой с распределенными параметрами.

Пусть управляемый процесс описывается в области

$$Q = \{0 < x < 1,\ 0 < t < T\}$$

уравнением

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \varepsilon\, F\left(x,\ t,\ u,\ u_t,\ u_x,\ p\right) \tag{1}$$

с начальными

$$u\left(x, 0\right) = \varphi\left(x\right),\ \frac{\partial\, u(x,0)}{\partial t} = \psi\left(x\right) \tag{2}$$

и граничными

$$u\left(0,\ t\right) = u\left(1,\ t\right) = 0 \tag{3}$$

условиями.

Здесь U(x, t) – функция, которая описывает рассматриваемый колебательный процесс, a – некоторая известная скалярная величина; ε – положительный малый параметр; F – некоторая непрерывная функция своих аргументов, определенная в области $\bar{Q} = Q \otimes Q \otimes Q \otimes Q \otimes Q$, где $\bar{Q} = \left\{0 \le x \le 1,\ 0 \le t \le T\right\}$; p(x, t) – управляющая функция из некоторого класса допустимых управлений.

Следуя [1; 2], обозначим через $\dot{W}_2^1(Q)$ замыкание в норме $W_2^1(Q)$ множества всех непрерывно дифференцируемых в Q функций, равных нулю вблизи границы множества Q, а через $\dot{\tilde{W}}_2^1\left(Q\right)$ – элементы из $\dot{W}_2^1(Q)$, равные нулю при t = T.

Обобщенным решением смешанной задачи (1)–(3) называется [3–5] такая функция u(x, t), которая принадлежит пространству $\dot{W}_2^1(Q)$ и удовлетворяет интегральному тождеству

$$\iint\limits_Q \left[\frac{\partial u}{\partial t}\,\frac{\partial \Phi}{\partial t} - a^2\,\frac{\partial u}{\partial x}\,\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \varepsilon\, F\, \Phi\right] dQ + \int_0^1 \psi\, \Phi\Big|_{t=0}\ dx = 0 \tag{4}$$

для любой функции $\Phi \in \dot{\tilde{W}}_2^1\left(Q\right)$. При этом первое условие (2) понимается в том смысле, что

$$\int_0^1 \left[u\left(x,\ \Delta t\right) - \varphi(x)\right]\ dx \to 0 \ \text{ при } \Delta t \to 0. \tag{5}$$

Теперь сформулируем задачу оптимального управления: найти допустимое управление $p^0(x, t)$ и соответствующее ему обобщенное решение u(x, t) смешанной задачи (1)–(3), на которых функционал

$$J\left[p\right] = \varepsilon \iint\limits_Q F^0\left(x,\ t,\ u,\ u_t,\ u_x,\ p\right) dQ \tag{6}$$

принимает наименьшее возможное значение.

Будем предполагать в (1), (2), (6), что $\varphi(x) \in \dot{W}_2^1\left[0,1\right]$, $\psi(x) \in L_2\left[0,1\right]$ и $F \in L_2(\bar{Q})$. Также предположим, что функции $F(x, t, u, u_t, u_x, p)$ и $F^0(x, t, u, u_t, u_x, p)$, входящие в правую часть уравнения (1) и в функционал (6), удовлетворяют условиям [6].

$$F\left(0,\ t,\ u,\ u_t,\ u_x,\ p\right) = F\left(1,\ t,\ u,\ u_t,\ u_x,\ p\right)$$

$$F^0\left(0,\ t,\ u,\ u_t,\ u_x,\ p\right) = F^0\left(1,\ t,\ u,\ u_t,\ u_x,\ p\right). \tag{7}$$

Рассмотрим невозмущенное уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \tag{8}$$

при тех же начальных и граничных условиях (2), (3).

Известно, что при вышеприведенных предположениях существует счетная система положительных собственных чисел $\{\lambda_k\}$ (k = 1, 2, …) и соответствующая ей полная ортонормированная система обобщенных собственных функций $\{X_k(x)\}$, а единственное обобщенное решение смешанной задачи (8), (2), (3) можно представить в виде ряда

$$u(x,\ t)=\sum_{k=1}^{\infty}\left[A_k\cos\omega_k t+B_k\sin\omega_k t\right]X_k(x), \tag{9}$$

где $\omega_k = a\,\lambda_k$ – частоты нормальных колебаний, $\lambda_k=\dfrac{k\Pi}{e}$,

$A_k=\int_0^1 \varphi X_k dx,\ B_k=\dfrac{1}{\lambda_k}\int_0^1 \psi X_k dx\,(k=1,2,\ldots)$. Так как система обобщенных собственных функций $\{X_k(x)\}$ полна в $L_2[0,\ 1]$ и $W_2^1[0,1]$ для любых функций $\varphi(x)\in W_2^1[0,1]$ и $\psi(x)\in L_2[0,1]$ их ряды Фурье по этой системе сходятся в $\dot{W}_2^1[0,1]$ и $L_2[0,\ 1]$ соответственно к самим функциям.

В связи с малостью возмущений форма колебаний возмущенной системы определяется с достаточной точностью теми же обобщенными собственными функциями $X_k(x)$, что и форма колебаний невозмущенной системы.

Решение возмущенного уравнения (1) ищем в виде ряда [7; 8]

$$u(x,\ t,\ \varepsilon)=\sum_{k=1}^{\infty}\left[A_k(t,\ \varepsilon)\cos\omega_k t+B_k(t,\ \varepsilon)\sin\omega_k t\right]X_k(x), \tag{10}$$

где $A_k(t, \varepsilon)$, $B_k(t, \varepsilon)$, (k = 1, 2,…) – неизвестные функции, подлежащие определению; $X_k(x)$, (k = 1, 2,…) – обобщенные собственные функции краевой задачи.

$$X''(x)+\lambda^2X(x)=0,$$

$$X(0)=0 \quad X(1)=0.$$

Предположим, что [9–11]

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\sum_{k=1}^{\infty}\omega_k\left[-A_k(t,\ \varepsilon)\sin\omega_k t+B_k(t,\ \varepsilon)\cos\omega_k t\right]X_k(x)$$

и функция

$$f(x,\ t,\ A,\ B,\ p)=F\Bigg[x,\ t,\sum_{k=1}^{\infty}\left[A_k\cos\omega_k t+B_k\sin\omega_k t\right]X_k(x),$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\omega_k\left[-A_k\sin\omega_k t+B_k\cos\omega_k t\right]X_k(x),$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left[A_k\cos\omega_k t+B_k\sin\omega_k t\right]X_k'(x),\ \sum_{k=1}^{\infty}P_k(t)\,X_k(x)\Bigg] \tag{11}$$

разлагается в ряд Фурье по обобщенным собственным функциям $X_k(x)$ (k = 1, 2,…):

$$f(x,\ t,\ A,\ B,\ p)=\sum_{k=1}^{\infty}f_k(t,\ A,\ B,\ p)X_k(x), \tag{12}$$

где $f_k(t, A, B, p)$ – коэффициент Фурье.

$$f_k(t,\ A,\ B,\ p)=\frac{2}{1}\int_0^1 f(x,\ t,\ A,\ B,\ p)X_k(x)dx. \tag{13}$$

Тогда для определения неизвестных функций $A_k(t, \varepsilon)$ и $B_k(t, \varepsilon)$ получим счетную систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$A_k = -\frac{\varepsilon}{\omega_k} f_k\left(t, A, B, p\right)\sin\omega_k t,$$

$$B_k = \frac{\varepsilon}{\omega_k} f_k\left(t, A, B, p\right)\cos\omega_k t, \tag{14}$$

$$k = 1, 2, \ldots .$$

Как было отмечено выше, функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ разлагаются в ряд Фурье по обобщенным собственным функциям $X_k(x)$

$$\varphi(x) = \sum_{k=1}^{\infty}\varphi_k X_k(x),\ \psi(x) = \sum_{k=1}^{\infty}\psi_k X_k(x) \tag{15}$$

с коэффициентами Фурье

$$\varphi_k = \frac{2}{1}\int_0^1 \varphi(x)X_k(x)dx,\ \psi_k = \frac{2}{1}\int_0^1 \psi(x)X_k(x)dx, \tag{16}$$

и эти ряды (15) сходятся к самим функциям $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ соответственно.

Отсюда для однозначного определения неизвестных функций $A_k(t, \varepsilon)$ и $B_k(t, \varepsilon)$ в (14) будем иметь начальные условия

$$A_k(0, \varepsilon) = \varphi_k \quad B_k(0, \varepsilon) = \frac{\psi_k}{\omega_k}. \tag{17}$$

При аналогичном разложении в ряд Фурье подынтегральной функции F^0 по обобщенным собственным функциям $X_k(x)$ функционал (6), оценивающий качество управления исходным колебательным процессом, преобразуется к виду

$$J_1(P) = \varepsilon\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty} f_k^0\left(t, A, B, p\right)dt, \tag{18}$$

где

$$f_k^0\left(t, A, B, p\right) = \frac{2}{1}\int_0^1 f_k^0\left(x, t, A, B, p\right)X_k(x)dx \tag{19}$$

коэффициенты Фурье разложения в ряд функции

$$f^0\left(x, t, A, B, p\right) = F^0\Bigg[x, t, \sum_{k=1}^{\infty}\left[A_k\cos\omega_k t + B_k\sin\omega_k t\right] X_k(x),$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\omega_k\left[-A_k\sin\omega_k t + B_k\cos\omega_k t\right] X_k(x),$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left[A_k\cos\omega_k t + B_k\sin\omega_k t\right] X_k'(x),\ \sum_{k=1}^{\infty}P_k(t)\ X_k(x)\Bigg]$$

по обобщенным функциям $X_k(x)$.

Вместо счетной системы обыкновенных дифференциальных уравнений (14) рассмотрим укороченную систему

$$\dot{A}_{kn} = -\frac{\varepsilon}{\omega_k} f_{kn}\left(t,\ A_n,\ B_n,\ P_n\right)\sin\omega_k t,$$

$$\dot{B}_{kn} = \frac{\varepsilon}{\omega_k} f_{kn}\left(t,\ A_n,\ B_n,\ P_n\right)\cos\omega_k t, \tag{20}$$

$$k = 1, 2, \ldots n.$$

с начальными условиями

$$A_{kn}\left(0,\ \varepsilon\right) = \varphi_k\ \ B_k\left(0,\ \varepsilon\right) = \frac{\psi_k}{\omega_k},\ k = 1, 2, \ldots n, \tag{21}$$

где

$$f_{kn}\left(t,\ A_n,\ B_n,\ P_n\right) = f_k\left(t,\ A_1,\ldots,\ A_n, 0,\ldots,\ B_1,\ldots,\ B_n, 0,\ldots,\ P_1,\ldots,P_n, 0,\ldots\right),$$

а вместо функционала (18) рассмотрим функционал

$$J_n\left(P\right) = \varepsilon\int_0^T\sum_{k=1}^n f_{kn}^0\left(t,\ A_n,\ B_n,\ P_n\right)dt, \tag{22}$$

где

$$f_{kn}^0\left(t,\ A_n,\ B_n,\ P_n\right) = f_k^0\left(t,\ A_1,\ldots,\ A_n, 0,\ldots,\ B_1,\ldots,\ B_n, 0,\ldots,\ P_1,\ldots,P_n, 0,\ldots\right).$$

Рассмотрим функцию

$$u\left(x,\ t,\ \varepsilon\right) = \sum_{k=1}^n\left[A_{kn}(t,\ \varepsilon)\cos\omega_k t + B_{kn}(t,\ \varepsilon)\sin\omega_k t\right]X_k\left(x\right), \tag{23}$$

где $A_{kn}(t, \varepsilon)$, $B_{kn}(t, \varepsilon)$ есть решение системы (20) начальным условием (21) при каждом фиксированном P. Определенную таким образом функцию u(x, t, ε) назовем приближенным обобщенным решением смешанной задачи (1)–(3).

Теперь вместо сформулированной выше задачи оптимального управления (1)–(3), (6) будем решать другую задачу оптимального управления, т.е. будем искать управляющую функцию P на класс допустимых управлений, которая вместе с решениями системы

$$\dot{A}_k = -\frac{\varepsilon}{\omega_k} f_k\left(t,\ A,\ B,\ P\right)\sin\omega_k t,$$

$$\dot{B}_k = \frac{\varepsilon}{\omega_k} f_k\left(t,\ A,\ B,\ P\right)\cos\omega_k t, \tag{24}$$

$$k = 1, 2, \ldots n$$

с начальными условиями

$$A_k\left(0,\ \varepsilon\right) = \varphi_k\ ,\ B_k\left(0,\ \varepsilon\right) = \frac{\psi_k}{\omega_k},\ k = 1, 2, \ldots n \tag{25}$$

минимизирует функционал

$$J_n\left(P\right) = \varepsilon\int_0^T\sum_{k=1}^n f_k^0\left(t,\ A, B,\ P\right)dt, \tag{26}$$

где $A = \{A_1, \ldots, A_n\}$, $B = \{B_1, \ldots, B_n\}$, $P = \{P_1, \ldots, P_n\}$.

Согласно необходимому условию оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина [5; 10; 14] составим функцию Гамильтона H

$$H\left(\xi(t),\ \eta(t),\ A(t),\ B(t),\ t,\ P^0(t),\ \varepsilon\right) = \max_P H\left(\xi(t),\ \eta(t),\ A(t),\ B(t),\ t,\ P(t),\ \varepsilon\right), \quad (27)$$

где H имеет вид

$$H = \varepsilon\left[-\left(\xi_k, \frac{f_k}{\omega_k}\sin\omega_k t\right) + \left(\eta_k, \frac{f_k}{\omega_k}\cos\omega_k t\right) + \sum_{k=1}^{n} f_k^0\right], \quad (28)$$

где $\xi_k(t)$, $\eta_k(t)$, $(k = 1, 2, \ldots, n)$ – сопряженные функции и функциям $A_k(t)$ и $B_k(t)$ соответственно, которые удовлетворяют отношениям

$$\frac{d\xi_k}{dt} = -\frac{\partial H^*}{\partial A_k},$$

$$\frac{d\eta_k}{dt} = -\frac{\partial H^*}{\partial B_k}, \quad (29)$$

где

$$H^* = \varepsilon\left[-\left(\xi_k, \frac{f_k^*}{\omega_k}\sin\omega_k t\right) + \left(\eta_k, \frac{f_k^*}{\omega_k}\cos\omega_k t\right) + \sum_{k=1}^{n} f_k^{0*}\right],$$

$$f_k^* = f_k\left(t,\ A,\ B,\ P^0(t,\ A,\ B,\ \xi,\ \eta)\right),$$

$$f_k^{0*} = f_k^0\left(t,\ A,\ B,\ P^0(t,\ A,\ B,\ \xi,\ \eta)\right), \quad (30)$$

а оптимальное управление

$$P^0 = P^0(t,\ A,\ B,\ \xi,\ \eta)$$

определяется из (27).

Предполагая, что функции f^* и f^{0*} обладают необходимыми свойствами гладкости, окончательно имеем каноническую систему уравнений краевой задачи принципа максимума

$$\dot{A}_k = -\frac{\varepsilon}{\omega_k} f_k^*(t,\ A,\ B,\ \xi,\ \eta),$$

$$\dot{B}_k = \frac{\varepsilon}{\omega_k} f_k^*(t,\ A,\ B,\ \xi,\ \eta),$$

$$\dot{\xi}_k = -\varepsilon\frac{\partial}{\partial A}\left[-\left(\xi_k, \frac{f_k^*}{\omega_k}\sin\omega_k t\right) + \left(\eta_k, \frac{f_k^*}{\omega_k}\cos\omega_k t\right) + \sum_{k=1}^{n} f_k^{0*}\right],$$

$$\dot{\eta}_k = -\varepsilon\frac{\partial}{\partial B}\left[-\left(\xi_k, \frac{f_k^*}{\omega_k}\sin\omega_k t\right) + \left(\eta_k, \frac{f_k^*}{\omega_k}\cos\omega_k t\right) + \sum_{k=1}^{n} f_k^{0*}\right] \quad (32)$$

с начальными

$$A_k(0,\ \varepsilon)=\varphi_k \quad B_k(0,\ \varepsilon)=\frac{\psi_k}{\omega_k}$$

и краевыми

$$\sum_{k=1}^{n}\xi_k(T)q^k+\xi_{n+1}(T)=0;\ \ \sum_{k=1}^{n}\eta_k(T)q^k+\eta_{n+1}(T)=0; \tag{33}$$

условиями, получаемыми из условия трансверсальности [5; 6].

Здесь q_v^k – постоянный вектор, который исключается при решении краевой задачи (32), (25), (33).

Пусть теперь P^0 есть оптимальное управление для задачи (24)–(26), а P^* есть оптимальное управление для задачи (14), (17), (18). Также предположим, что коэффициенты Фурье (19) удовлетворяют условию $\left|f_k^0(t,\ A,\ B,\ P)\right|\le\lambda_k$ (k = 1, 2,…), где λ_k образуют сходящийся числовой ряд $\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k$. Тогда, очевидно, имеет место неравенство

$$J_n(P^*)-J_n(P^0)\ge 0.$$

Отсюда согласно неравенству (1.10) в [12] имеем

$$J_1(P^0)-J_1\left[P^*\right]\le J_1\left[P^0\right]-J_n(P^0). \tag{34}$$

Оценим правую часть неравенства (34)

$$\left|J_1(P^0)-J_n(P^0)\right|=\left|\varepsilon\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}f_k^0(t,\ A,\ B,\ P^0)dt-\varepsilon\int_0^T\sum_{k=1}^{n}f_k^0(t,\ A,\ B,\ P^0)dt\right|\le$$

$$\le\varepsilon\int_0^T\left|\sum_{k=1}^{\infty}f_k^0(t,\ A,\ B,\ P^0)-\sum_{k=1}^{n}f_k^0(t,\ A,\ B,\ P^0)\right|dt=$$

$$=\varepsilon\int_0^T\left|\sum_{k=n+1}^{\infty}f_k^0(t,\ A,\ B,\ P^0)\right|dt\le\varepsilon\int_0^T\sum_{k=n+1}^{\infty}\left|f_k^0(t,\ A,\ B,\ P^0)\right|dt\ .$$

Согласно сделанному выше предположению получим

$$\varepsilon\int_0^T\sum_{k=n+1}^{\infty}\left|f_k^0(t,\ A,\ B,\ P^0)\right|dt\le\varepsilon T\sum_{k=n+1}^{\infty}\alpha_k.$$

По признаку сходимости числового ряда $\sum_{k=1}^{\infty}\alpha_k$ имеем

$$\varepsilon T\sum_{k=n+1}^{\infty}\lambda_k<\ \varepsilon T\delta,$$

где δ > 0 малая const. Отсюда окончательно получим оценку

$$\left|J_1(P^0)-J_1\left[P^*\right]\right|\le\varepsilon\delta T.$$

Теперь находим предел при $n \to \infty$

$$\lim_{n\to\infty} \max_{P} \left| J_n\left[P\right] - J_1\left[P\right] \right| =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \max_{P} \left| \varepsilon \int_0^T \sum_{k=1}^{n} f_k^0\left(t,\ A,\ B,\ P\right) dt - \varepsilon \int_0^T \sum_{k=1}^{\infty} f_k^0\left(t,\ A,\ B,\ P\right) dt \right| =$$

$$= \max_{P} \left| \varepsilon \int_0^T \sum_{k=1}^{\infty} f_k^0\left(t,\ A,\ B,\ P\right) dt \right| - \left| \varepsilon \int_0^T \sum_{k=1}^{\infty} f_k^0\left(t,\ A,\ B,\ P\right) dt \right| = 0,$$

т.е.

$$\lim_{n\to\infty} \max_{P} \left| J_n\left[P\right] - J_1\left[P\right] \right| = 0.$$

Тогда на основании теоремы 2 в [12–14] имеем сходимость

$$\lim_{n\to\infty} J_n\left[P^0\right] = J_1\left[P^*\right],$$

что и требовалось доказать.

Заключение

С помощью асимптотического разложения исходная краевая задача оптимального управления приведена к счетной системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Для приближенного оптимального управления выписана каноническая система уравнений краевой задачи принципа максимума. Доказана сходимость приближения по функционалу и получены некоторые оценки.

Список литературы

1. Баетов А.К. Приближенные решения задач нелинейной оптимизации колебательных процессов: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Бишкек, 2014. 127 с.

2. Ладыженская О.А. Смешанная задача для гиперболического уравнения. М.: Гостехиздат, 1953. 280 с.

3. Алексеев Г.В. Оптимизация в стационарных задачах тепломассопереноса и магнитной гидродинамики. М.: Научный мир, 2010. 411 с.

4. Керимбеков А.К., Баетов А.К. О разрешимости одной задачи нелинейной оптимизации колебательных процессов // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. 2012. Вып. 44. С. 114–117.

5. Соболев С.И. Некоторые применения функционального анализа в математической физике. Л.: Изд. ЛГУ, 1950. 251 с.

6. Черноусько Ф.Л., Соколов Б.М. Управление колебаниями. М.: Наука, 1980. 384 с.

7. Баетов А.К. Приближенное решение задачи нелинейной оптимизации колебательных процессов // Вестник Кыргызско-Российский Славянский Университет. 2014. С. 153–157.

8. Егоров А.И., Знаменская Л.Н. Об управляемости упругих колебаний последовательно соединенных объектов с распределенными параметрами // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2011. Т. 17. № 1. С. 85–92.

9. Рапопорт Э.Я., Плешивцева Ю.Э. Оптимальное управление температурными режимами индукционного нагрева. М.: Наука, 2012. 309 с.

10. Рогожников А.М. Исследование смешанной задачи, описывающей процесс колебаний стержня, состоящего из нескольких участков, при условии совпадения времени прохождения волны по каждому из этих участков // Доклады РАН. 2011. Т. 441. № 4. С. 449–451.

11. Рогожников А.М. Оптимальное управление продольными колебаниями составных стержней с равным временем прохождения волны по каждому из участков // Дифф. уравнения. 2013. Т. 49. № 5. С. 633–642.

12. Распопов Б.М. Оценка эффективности управления по упрощенной модели объекта. Фрунзе: Илим, 1975. 72 с.

13. Керимбеков А.К., Баетов А.К., Гильмутдинов Р.Д. Оптимальное управление упругими колебаниями, описываемыми уравнением с разрывным коэффициентом // Вестник Кыргызско-Российский Славянский Университет. 2010. С. 179–183.

14. Керимбеков А.К., Карабакиров К.Р. Приближенное решение задачи нелинейной оптимизации колебательных процессов при подвижном точечном управлении // Вестник Кыргызско-Российский Славянский Университет. 2012. С. 161–164.