

УДК 004.8:519.86/.87

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ  
ЗЛОПАМЯТНЫХ И НЕЗЛОПАМЯТНЫХ ЦИФРОВЫХ ДВОЙНИКОВ**<sup>1,2</sup>Пенский О.Г., <sup>1</sup>Анисимова С.И.<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Пермский государственный национальный исследовательский университет»,  
Пермь, e-mail: ogpensky@mail.ru;<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Пермский государственный аграрно-технологический университет имени академика  
Д.Н. Прянишникова», Пермь, e-mail: ogpensky@mail.ru

В статье приводится определение цифрового двойника, как эмоционального робота с психологическими характеристиками человека, являющимися входными параметрами для математических моделей, описывающих «интеллект» робота. Описываются основные формулы воспитания робота с неабсолютной памятью, основанные на так называемых коэффициентах его эмоциональной памяти. Приводится определение амбивалентного воспитания робота, на основе которого формулируется понятие злопамятного и незлопамятного цифрового двойника. Предлагаются математические модели, на основе которых можно приближенно вычислить коэффициенты памяти человека, являющиеся входными параметрами моделей для цифровых двойников при фиктивных воспитательных тактах. Эти модели основываются на математическом аппарате нахождения условного экстремума функции, описывающей отклонение экспериментально измеренных с помощью программы Санкт-Петербургской компании ELSYS воспитаний от теоретических воспитаний. Предлагаются математическая модель и алгоритм для строгого вычисления коэффициентов памяти амбивалентных воспитаний робота, функционирующая при некоторых допущениях. Продемонстрирована возможность использования пакета Mathematica для вычисления коэффициентов памяти. Приведенные математические модели и алгоритмы вычисления параметров человека с последующим их использованием в качестве «психологических» характеристик цифрового двойника предлагается использовать при создании компьютерных игр, героями которых являются приближенные цифровые аналоги конкретных людей.

**Ключевые слова:** математическая модель, цифровой двойник, роботы с неабсолютной памятью, модели памяти, воспитание роботов, коэффициент памяти

**MATHEMATICAL MODELS FOR CALCULATING PARAMETERS  
OF VINDICTIVE AND NON-MEMORABLE DIGITAL DOUBLES**<sup>1,2</sup>Penskiy O.G., <sup>1</sup>Anisimova S.I.<sup>1</sup>Perm State National Research University, Perm, e-mail: ogpensky@mail.ru;<sup>2</sup>Perm State Agrarian-Technological University named after Academician D.N. Pryanishnikov,  
Perm, e-mail: ogpensky@mail.ru

The article provides a definition of a digital double as an emotional robot with the psychological characteristics of a person, which are the input parameters for mathematical models that describe the «intelligence» of the robot. The basic formulas for educating a robot with non-absolute memory are described, based on the so-called coefficients of its emotional memory. The definition of the ambivalent upbringing of the robot is given, on the basis of which the concept of the vindictive and vindictive digital double is formulated. Mathematical models are proposed, on the basis of which it is possible to approximately calculate human memory coefficients, which are the input parameters of models for digital doubles with fictitious educational measures. These models are based on the mathematical apparatus for finding the conditional extremum of a function that describes the deviation of educations experimentally measured using the program of the St. Petersburg company ELSYS from theoretical educations. A mathematical model is proposed, and an algorithm for rigorously calculating the memory coefficients of the ambivalent educations of the robot, which functions under certain assumptions. The possibility of using the Mathematica package to calculate memory coefficients is demonstrated. It is proposed to use the mathematical models and algorithms for calculating human parameters with their subsequent use as the «psychological» characteristics of a digital double when creating computer games whose characters are approximate digital analogues of specific people.

**Keywords:** mathematical model, digital double, robots with non-absolute memory, memory models, education of robots, memory coefficient

Будем называть цифровыми двойниками некие психологические компьютерные аналоги человека. Отличие роботов с неабсолютной памятью от цифровых двойников состоит в том, что роботу задаются «психологические» параметры самими разработчиками робототехнической системы, а для цифровых двойников приближенно вычисленные психологические параметры человека переводятся в робототехнические

системы, функционирующие на основе математических моделей и алгоритмов роботов с неабсолютной памятью [1].

Опишем основные определения эмоционального воспитания цифровых двойников, описанные для роботов с неабсолютной памятью в работах [1–3].

В работах [1, 3] введено соотношение, позволяющее математически описывать непрерывное воспитание роботов с неаб-

солютной памятью. Это соотношение имеет вид

$$R_i = r_i + \theta_i R_{i-1},$$

где  $i$  – порядковый номер такта (порядковый номер эмоции, порожденной у робота при непрерывном воспитании),  $i = 1, n$ ,  $n$  – количество непрерывных воспитательных тактов,  $r_i$  – элементарное воспитание [1, 3] робота, полученное в результате воздействия на робота эмоции  $i$ ,  $R_i$  – итоговое воспитание робота [1, 3] в конце такта  $i$ , где  $R_0 = 0$ ,  $\theta_i$  – коэффициент эмоциональной памяти робота с неабсолютной памятью, характеризующий запоминание предыдущих воспитаний робота в конце такта  $i$ ,  $0 < \theta_i \leq 1 - \delta$ ,  $0 < \delta = \text{const} < 1$ .

В работе [4] введено определение амбивалентных эмоций [5] робота, предполагающее одновременное возникновение у робота эмоций, противоположных по знаку. При этом воспитание робота  $\bar{R}_i$  характеризуется вектором  $\bar{R}_i = (R_i^+, R_i^-)$ , где  $R_i^+ > 0$ ,  $R_i^- < 0$ ,  $R_i^+ = r_i^+ + \theta_i^+ R_{i-1}^+$ ,  $R_i^- = r_i^- + \theta_i^- R_{i-1}^-$ ,  $\theta_i^+$  – коэффициент памяти, характеризующий запоминание положительной компоненты  $R_i^+$  вектора амбивалентной эмоции  $\bar{R}_i$ ,  $\theta_i^-$  – коэффициент памяти, характеризующий запоминание отрицательной компоненты  $R_i^-$  вектора амбивалентного воспитания  $\bar{R}_i$ .

В работе [6] введено определение злопамятного и незлопамятного робота: если выполняется соотношение  $\theta_i^+ > \theta_i^-$ , то робот называется незлопамятным, если справедливо неравенство  $\theta_i^+ < \theta_i^-$  – злопамятным.

В работе [7] даны определения равномерно забывчивых роботов (выполнение условий  $\theta_i^+ = \theta^+ = \text{const}$ ,  $\theta_i^- = \theta^- = \text{const}$ ,  $\theta_i = \theta = \text{const}$ ). Если справедливы равенства  $r_i^+ = 0$ ,  $r_i^- = 0$ , то соответствующие им такты, описывающие перерыв в воспитании, называются фиктивными тактами.

Целью настоящей статьи является создание математического метода, позволяющего определять злопамятность или незлопамятность цифрового двойника по известным численным значениям его воспитаний.

*Математическая модель приближенного вычисления коэффициентов памяти злопамятных и незлопамятных цифровых двойников*

В работе [6] приведено правило вычисления коэффициентов памяти, определяющих злопамятных или незлопамятных цифровых двойников на основе входных экспериментальных численных данных  $R_i^{\text{экс}}$ ,  $i = 1, n$ , описывающих их воспитание при фиктивных тактах, количество которых равно  $n$ .

Пусть робот по каждому амбивалентному воспитанию является равномерно забывчивым, т.е. величины  $\theta^+$ ,  $\theta^-$ ,  $R^+$ ,  $R^-$  – каждая по отдельности – принимают только постоянные значения.

Для фиктивного такта с номером  $i$  значение отклонения экспериментального воспитания от расчетного воспитания зададим формулой

$$\delta_i = (R_i^{\text{экс}} - (\theta^+)^i R^+ - (\theta^-)^i R^-)^2.$$

Очевидно, что для фиктивных тактов суммарное значение отклонения  $\Delta$  экспериментальных воспитаний от расчетных удовлетворяет соотношению

$$\Delta(\theta^+, \theta^-, R^+, R^-) = \sum_{i=1}^n \delta_i = \sum_{i=1}^n (R_i^{\text{экс}} - (\theta^+)^i R^+ - (\theta^-)^i R^-)^2. \quad (1)$$

Очевидно, что для того, чтобы величины  $\theta^+$ ,  $\theta^-$ ,  $R^+$ ,  $R^-$  адекватно описывали воспитательный процесс при фиктивных тактах, величина  $\Delta$  должна быть минимальна с учетом следующих ограничений:

$$0 < \theta^+ < 1, 0 < \theta^- < 1, R^+ > 0, R^- < 0. \quad (2)$$

Используем метод Лагранжа [7] для определения условного экстремума функции (1) с ограничениями (2).

Стоит отметить, что для однозначного определения значений  $\theta^+$ ,  $\theta^-$ ,  $R^+$ ,  $R^-$  необходимо выполнение неравенства  $n \geq 4$ .

Для решения поставленной задачи разработана программа в пакете Mathematica [8]. Входными параметрами для программы является набор экспериментальных чисел  $R_1^{\text{экс}}, R_2^{\text{экс}}, \dots, R_n^{\text{экс}}$ . На выходе программа возвращает значения  $\theta^+$ ,  $\theta^-$ ,  $R^+$ ,  $R^-$ , для которых значение целевой функции  $\Delta$  минимально.

Приведем примеры определения значений  $\theta^+$ ,  $\theta^-$ ,  $R^+$ ,  $R^-$ , полученные на основе разработанной программы по заданным экспериментальным значениям, измеренным у людей, например, с помощью компьютерной программы компании ELSYS [9].

*Пример 1*

Для следующих значений воспитаний

$$R_1^{\text{экс}} = 100, R_2^{\text{экс}} = 70, R_3^{\text{экс}} = 20, R_4^{\text{экс}} = 5$$

получены соответствующие значения  $\theta^+$ ,  $\theta^-$ ,  $R^+$ ,  $R^-$ :

$$\theta^+ = 0,24, \theta^- = 0,07, R^+ = 380, R^- = -280.$$

Согласно введенному выше определению можно сделать вывод о том, что цифровой двойник является незлопамятным.

*Пример 2*

Для численных значений входных параметров воспитания работа

$$R_1^{\text{экс}} = 100, R_2^{\text{экс}} = 89, R_3^{\text{экс}} = 74, R_4^{\text{экс}} = 57$$

получены следующие значения  $\theta^+, \theta^-, R^+, R^-$ :

$$\theta^+ = 0,46, \theta^- = 0,72, R^+ = 176, R^- = -76$$

Этот цифровой двойник является злопамятным.

Верификация модели натурными экспериментами позволяет сделать вывод о том, что предложенная методика определения злопамятных или незлопамятных людей на основе измеренных параметров воспитания при фиктивных тактах позволяет получать верные результаты в 87% случаев [6], т.е. эта оценка позволяет создавать равномерно забывчивых цифровых двойников по компонентам амбивалентных воспитаний с точностью 87%.

В работе [10] на основе расчетов показано, что для равномерно забывчивых цифровых двойников с коэффициентом памяти  $\theta$  равномерно забывчивых злопамятных двойников с коэффициентами памяти  $\theta^- > \theta^+$  или незлопамятных двойников с коэффициентами памяти  $\theta^- < \theta^+$  создать невозможно.

*Математическая модель строгого вычисления коэффициентов памяти злопамятных и незлопамятных цифровых двойников*

Решение задачи (1)–(2) позволяет приблизительно определить злопамятность или незлопамятность цифрового двойника. В настоящем разделе предлагается более строгий метод определения этих психологических параметров двойника.

В работе [3] на основе использования программы [9] показано, что человек может успокаиваться только в течение четырех минут, что соответствует четырем фиктивным тактам. Через 4 минуты без внешних стимулов, но за счет каких-то внутренних факторов эмоциональное возбуждение человека увеличивается. В связи с этим для вычисления коэффициентов памяти достаточно использовать эмоциональные воспитания только четырех последовательно идущих друг за другом фиктивных тактов. Исходя из этого рассуждения, можно, начиная нумерацию фиктивных тактов с нуля, предположить справедливость следующей системы уравнений:

$$R_0^{\text{экс}} = R^+ + R^-, \quad (3)$$

$$R_1^{\text{экс}} = \theta^+ R^+ + \theta^- R^-, \quad (4)$$

$$R_2^{\text{экс}} = (\theta^+)^2 R^+ + (\theta^-)^2 R^-, \quad (5)$$

$$R_3^{\text{экс}} = (\theta^+)^3 R^+ + (\theta^-)^3 R^-. \quad (6)$$

Очевидна справедливость следующей цепочки неравенств:

$$R_0^{\text{экс}} > R_1^{\text{экс}} > R_2^{\text{экс}} > R_3^{\text{экс}}.$$

Легко видеть, что соотношения (3)–(5) влекут равенства

$$R^- = R_0^{\text{экс}} - R^+, \quad (7)$$

$$\theta^+ = \frac{R_2^{\text{экс}} - R_1^{\text{экс}} \theta^-}{R_1^{\text{экс}} - R_0^{\text{экс}} \theta^-}, \quad (8)$$

$$R^+ = \frac{R_1^{\text{экс}} - R_0^{\text{экс}} \theta^-}{\frac{R_2^{\text{экс}} - R_1^{\text{экс}} \theta^-}{R_1^{\text{экс}} - R_0^{\text{экс}} \theta^-} - \theta^-}. \quad (9)$$

Подставляя соотношения (7)–(9) в формулу (6), получим уравнение для вычисления коэффициента памяти  $\theta^-$  отрицательного воспитания:

$$\left( \frac{R_2^{\text{экс}} - R_1^{\text{экс}} \theta^-}{R_1^{\text{экс}} - R_0^{\text{экс}} \theta^-} \right)^3 \frac{R_1^{\text{экс}} - R_0^{\text{экс}} \theta^-}{\frac{R_2^{\text{экс}} - R_1^{\text{экс}} \theta^-}{R_1^{\text{экс}} - R_0^{\text{экс}} \theta^-} - \theta^-} + \left( R_0^{\text{экс}} - \frac{R_1^{\text{экс}} - R_0^{\text{экс}} \theta^-}{\frac{R_2^{\text{экс}} - R_1^{\text{экс}} \theta^-}{R_1^{\text{экс}} - R_0^{\text{экс}} \theta^-} - \theta^-} \right) (\theta^-)^3 = R_3^{\text{экс}}. \quad (10)$$

Очевидно, что для вычисления параметров  $\theta^+, \theta^-, R^+, R^-$  цифрового двойника по предварительно измеренным значениям  $R_0^{\text{экс}}, R_1^{\text{экс}}, R_2^{\text{экс}}, R_3^{\text{экс}}$  у человека нужно следовать следующему алгоритму:

1. Решить уравнение (10) относительно коэффициента памяти  $\theta^-$ .

2. По формуле (8) вычислить значение  $\theta^+$ .

3. По формуле (9) вычислить значение параметра  $R^+$ .

4. По формуле (7) вычислить значение отрицательной компоненты  $R^-$  амбивалентного воспитания.

Для реализации этого алгоритма удобно использовать, например, широко известный программный пакет Mathematica [8].

Приведем результаты вычислений согласно предложенному алгоритму.

*Пример 3*

Для значений входных параметров воспитания человека

$$R_0^{\text{экс}} = 24,00, R_1^{\text{экс}} = 16,00,$$

$$R_2^{\text{экс}} = 10,48, R_3^{\text{экс}} = 6,68 \quad (11)$$

вычислены следующие значения параметров  $\theta^+, \theta^-, R^+, R^-$  для его цифрового двойника:

$$\theta^+ = 0,7, \theta^- = 0,9, R^+ = 28, R^- = -4. \quad (12)$$

Таким образом, анализ результатов вычислений (12) позволяет сделать вывод, что для измеренных воспитаний (11) человек является злопамятным, а поэтому можно построить его злопамятный цифровой двойник. Отметим то, что злопамятность цифрового двойника определяется, прежде всего, справедливостью выполнения неравенства  $\theta^- > \theta^+$ , и даже при выполнении соотношения  $-R^- < R^+$  цифровой двойник является злопамятным.

Расчеты показывают, что предложенный алгоритм не всегда позволяет определить злопамятность или незлопамятность человека и, как следствие, не всегда дает возможность построить злопамятного или незлопамятного цифрового двойника.

Приведем следующий пример.

#### Пример 4

Для численных значений входных параметров воспитания человека

$$R_0^{\text{эксп}} = 24,3, R_1^{\text{эксп}} = 20,1, R_2^{\text{эксп}} = 16,8, R_3^{\text{эксп}} = 9,4$$

получены следующие значения параметров  $\theta^+, \theta^-, R^+, R^-$  для его цифрового двойника:

$$\theta^+ = 1,1, \theta^- = 0,8, R^+ = 2,3, R^- = 22,0.$$

Легко видеть, что результаты вычислений не удовлетворяют допущениям предложенной математической модели, поэтому адекватность работы алгоритма необходимо определять по результатам вычислений, которые должны соответствовать условиям (2).

#### Заключение

Приведенные математические модели и алгоритмы вычисления параметров че-

ловека  $\theta^+, \theta^-, R^+, R^-$  с последующим их использованием в качестве «психологических» характеристик цифрового двойника можно использовать при создании компьютерных игр, где их герои являются приближенными цифровыми аналогами конкретных людей.

#### Список литературы

1. Пенский О.Г., Шарапов Ю.А., Ощепкова Н.В. Математические модели роботов с неабсолютной памятью и приложения моделей: Математические модели роботов с неабсолютной памятью и приложения моделей: монография. Пермь: Изд-во ПермГУ, 2018. 310 с.
2. Кузнецов А.Г., Пенский О.Г., Ощепкова Н.В. Математическая модель и алгоритм накопления информации роботом с неабсолютной памятью // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2018. Т.18. № 2. С. 142–148.
3. Черников К.В. Математические модели роботов с неабсолютной памятью: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Пермь, 2013. 138 с.
4. Шафер А.Е. Математические модели гармонических амбивалентных псевдозмоций робота // Современные наукоемкие технологии. 2017. № 4. С. 56–59.
5. Маклаков А. Общая психология. СПб., 2008. 305 с.
6. Шафер А.Е., Пенский О.Г. Математические модели злопамятных и незлопамятных роботов // Фундаментальные исследования. 2016. № 10–2. С. 360–363.
7. Галлеев Э.М. Оптимизация. Теория. Примеры. Задачи: учеб. для вузов. М.: Эдиториал УРСС, 2000. 320 с.
8. Пакет Математика [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.exponenta.ru/educat/systemat/lerner/1.asp> (дата обращения: 01.11.2019).
9. Система контроля психоэмоционального состояния человека (Версия VibrImage 7.0) [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.elsys.ru/vibrimage.php> (дата обращения: 10.12.2019).
10. Ощепкова Н.В. Исследование математической модели псевдовоспитания роботов с фиктивными тактами // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2018. Вып. 2 (41). С. 44–46.