УДК 51-77

# ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЧЕТКОЙ МОДЕЛИ ВЫБОРА БИЗНЕС-СИСТЕМЫ Осипов Г.С.

Сахалинский государственный университет, Южно-Сахалинск, e-mail: Osipov GS@SakhGU.ru

Предложена формальная постановка обобщенной задачи выбора бизнес-системы в нечетких условиях. Разработана модель выбора в виде нечеткого реляционного уравнения. Произведена структурная идентификация модели в классе композиций нечетких соответствий на базовых множествах, состоящих из списка возможных бизнес-систем, списка предполагаемых объектов для строительства и укрупненных критериев оценки надежности бизнес-систем. Получено явное выражение для функции принадлежности искомого решения в общем виде, представляющего собой нечеткое соответствие на декартовом произведении множеств объектов и предлагаемых бизнес-систем. Предложены формулы получения частных решений задачи при использовании наиболее известных треугольных норм в виде логического, алгебраического и граничного произведения, и индуцированных этими нормами импликаторов. Так как обратная задача выбора модели бизнес-системы является трудной и не всегда разрешимой, то предложена методология решения обратной задачи, путем ее сведения к проблеме оптимизации что позволяет найти искомое нечеткое соответствие, которое в наивысшей степени отвечает условию минимизации критерия оптимизации — нормы отклонения расчетных величин от наблюдаемых. Выполнена практическая апробация разработанной методологии решения проблемы в виде контрольного решения прямой и обратной задач для всего спектра исследуемых норм и импликаторов в среде пакета компьютерной математики.

Ключевые слова: бизнес-система, нечеткое моделирование, нечеткие соответствия

## RESEARCH OF THE FUZZY MODEL OF THE CHOICE OF THE BUSINESS SYSTEM Osipov G.S.

Sakhalin State University, Yuzhno-Sakhalinsk, e-mail: Osipov GS@SakhGU.ru

A formal statement of the generalized problem of choosing a business system in fuzzy conditions is proposed. A model of choice in the form of a fuzzy relational equation is developed. The model was structurally identified in the class of fuzzy correspondence compositions on basic sets consisting of a list of possible business systems, a list of proposed objects for construction, and aggregated criteria for assessing the reliability of business systems. An explicit expression is obtained for the membership function of the desired solution in a general form, which is a fuzzy correspondence on the Cartesian product of the sets of objects and proposed business systems. Formulas are proposed for obtaining particular solutions to the problem using the most famous triangular norms in the form of a logical, algebraic, and boundary product, and implicators induced by these norms. Since the inverse problem of choosing a business system model is difficult and not always solvable, a methodology for solving the inverse problem is proposed, by reducing it to the optimization problem, which allows us to find the desired fuzzy correspondence, which to the highest degree meets the condition for minimizing the optimization criterion – the norm of deviation of the calculated values from observables. Practical testing of the developed methodology for solving the problem in the form of a control solution of the direct and inverse problems for the entire spectrum of the studied norms and implicators in the environment of a computer mathematics package has been performed.

Keywords: business system, fuzzy modeling, fuzzy matching

Современный этап развития общества и, как следствие, эволюция научных подходов к изучению сложных больших систем, не поддающихся строгой формализации, характеризуется отказом от элементарного и ограниченного бинарного подхода и переходом к непрерывной (многозначной) логике, позволяющей объектам присутствовать в различных множествах с некоторой степенью принадлежности.

Таким образом, прогресс научного познания позволяет выполнить строгую математическую формализацию и использовать возможности аппарата принятия решений в нечетких условиях для исследования и управления процессами и системами при неопределённостях, обусловленных неполнотой и неточностью используемой исходной информации, данных о текущем состоянии системы и операторе ее перехода в следующее эволюционное состояние.

В настоящее время методология нечеткого моделирования находит применение в различных предметных областях: в образовании [1], медицине [2], экономике [3] и многих других. Целью настоящего исследования является разработка методологии и исследование модели выбора бизнес-системы в достаточно универсальной постановке.

### Материалы и методы исследования

Рассмотрим задачу выбора бизнес-системы [3] в нечеткой постановке.

Пусть M, N и O – конечные четкие множества:

 $M = \{m_1, m_2, ..., |M|\}$  — список объектов для строительства:

$$N = \{n_1, n_2, ..., |N|\}$$
 – список бизнес-систем;  $O = \{o_1, o_2, ..., |O|\}$  – список критериев (харак-

теристик) для оценки надежности бизнес-систем.

Тогда нечеткая модель выбора бизнес-системы может быть определена как нечеткое реляционное уравнение

$$\tilde{A} \circ \tilde{B} = \tilde{Y}. \tag{1}$$

где

$$\tilde{A} = \tilde{A} \big( M \times O \big) = \iint_{M \times O} \frac{\mu_{\tilde{A}} \left( m, o \right)}{\left( m, o \right)} \left( \forall m \in M, \forall o \in O \right);$$
 
$$\tilde{B} = \tilde{B} \big( O \times N \big) = \iint_{O \times N} \frac{\mu_{\tilde{B}} \left( o, n \right)}{\left( o, n \right)} \left( \forall o \in O, \forall n \in N \right);$$
 
$$\tilde{Y} = \tilde{Y} \big( M \times N \big) = \iint_{M \times N} \frac{\mu_{\tilde{Y}} \left( m, n \right)}{\left( m, n \right)} \left( \forall m \in M, \forall n \in N \right) - \text{искомое соответствие}.$$

Очевидно, функция принадлежности практически может быть представлена в виде

$$\mu_{\tilde{A} \circ \tilde{B}}(m,n) = \left[ \frac{\sup T}{\inf I} (\mu_{\tilde{A}}(m,o), \mu_{\tilde{B}}(o,n)) (\forall m \in M, \forall n \in N). \right]$$
(2)

Формулы для нахождения решения задачи (2) при использовании наиболее известных треугольных норм T и индуцированных этими нормами импликаторов I [4] приведены в табл. 1.

Таблица 1 Формулы для нахождения решения задачи

T-норма Импликатор $I$	Решение $\left(i = \overline{1,  M }; j = \overline{1,  N }\right)$
$T_m = T(\alpha, \beta) = \min(\alpha, \beta)$	$y_{ij} = \max\left(\min_{k=1, O }(a_{ik},b_{kj})\right)$
$I(\alpha, \beta) = I_m = \max(1-\alpha, \beta)$	$y_{ij} = \min\left(\max_{k=1, O } (1 - a_{ik}, b_{kj})\right); \ y_{ij} = \min\left(\max_{k=1, O } (1 - b_{kj}, a_{ik})\right)$
$T(\alpha, \beta) = T_p = \alpha \cdot \beta$	$y_{ij} = \max \left( a_{ik} \cdot b_{kj} \atop \forall k = \overline{1,  O } \right)$
$I(\alpha, \beta) = I_p = 1 - \alpha + \alpha \cdot \beta$	$y_{ij} = \min \left( 1 - a_{ik} + \underbrace{a_{ik}}_{\forall k = \overline{1,  O }} \cdot b_{kj} \right); \ \ y_{ij} = \min \left( 1 - b_{kj} + \underbrace{b_{kj}}_{\forall k = \overline{1,  O }} \cdot a_{ik} \right)$
$T(\alpha, \beta) = T_w = \max(\alpha + \beta - 1, 0)$	$y_{ij} = \max\left(\max_{k=1, O } \left(a_{ik} + b_{kj} - 1, 0\right)\right)$
$I(\alpha, \beta) = I_w = \min(1 - \alpha + \beta, 1)$	$y_{ij} = \min\left(\min_{k=1, O } \left(1 - a_{ik} + b_{kj},1\right)\right); \ y_{ij} = \min\left(\min_{k=1, O } \left(1 - b_{kj} + a_{ik},1\right)\right)$

Представление прямой задачи (1) в виде (2) позволяет в простейшем случае при использовании стандартных треугольных норм и индуцированных ими импликаторов найти решения по одной из формул, приведенных в табл. 1.

Очевидно, выбор соответствующей импликации определяется спецификой решения прикладной задачи из исследуемой предметной области.

На рис. 1 приведены примеры графиков функций принадлежности и треугольной нормы, в виде логи-

ческого произведения, и индуцированных ей двух импликаторов.

Рис. 2 иллюстрирует применение к аналогичным функциям принадлежности двух нечетких множеств треугольной нормы в виде алгебраического произведения.

На рис. 3 изображены рассматриваемые функции принадлежности, а также результаты применения к ним нормы в виде граничного произведения и соответствующих ему простейших импликаторов.

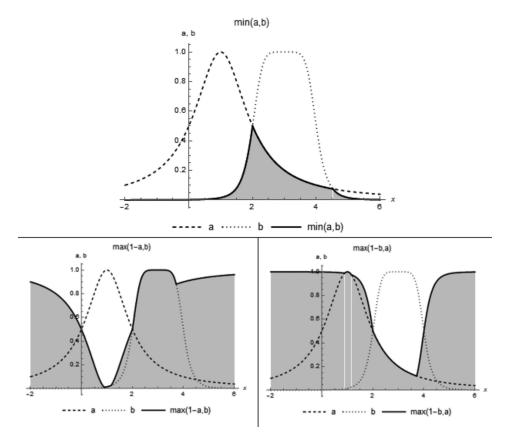


Рис. 1. Логическое произведение и индуцированные импликаторы

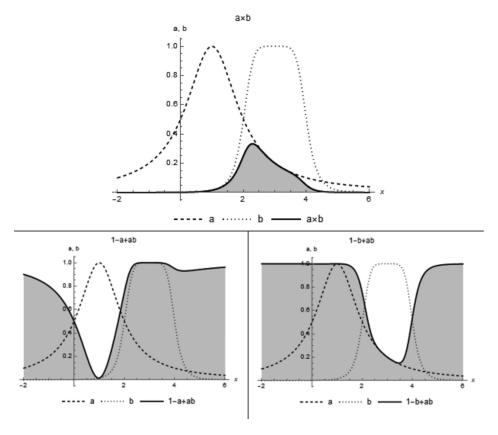


Рис. 2. Алгебраическое произведение и индуцированные импликаторы

Таблина 2

Следует отметить, что при использовании логического произведения результат импликации остается слабо чувствительным к малым значениям функций принадлежности (в отличие от представленных на рис. 2 и 3), что может ограничить его применение в системах, например, обеспечения безопасности техногенных систем.

Решение обратной задачи принципиально сложнее, более того, множество решений может быть пусто. В этом случае решение обратной задачи можно свести к конечной проблеме оптимизации.

Пусть необходимо решить левую обратную задачу вида

$$\tilde{X} \circ \tilde{B} = \tilde{Y}$$

В этом случае формулируется соответствующая экстремальная задача:

$$(D, f): f = ||X \circ B - Y^0|| \to \min,$$
  
 $D = \{x \in X : \forall x \in [0, 1]\},$  (3)

где  $Y^{0}(M,N)$  – матричное представление наблюдаемого соответствия.

Решение этой задачи позволяет найти искомое нечеткое соответствие, которое в наивысшей степени отвечает условию минимизации критерия оптимизации – нормы отклонения расчетных величин от наблюдаемых.

### Результаты исследования и их обсуждение

Пусть заданы [3]:

$$M = \{m_1, m_2, m_3\}; O = \{o_1, o_2, \dots, o_{10}\}; N = \{n_1, n_2, n_3\}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.6 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.6 & 0.6 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.7 & 0.8 & 0.5 & 0.6 & 0.8 & 0.6 & 0.8 \\ 0.8 & 0.5 & 0.8 & 0.7 & 0.7 & 0.5 & 0.6 & 0.6 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.7 & 0.7 \\ 0.6 & 0.8 & 0.7 \\ 0.7 & 0.8 & 0.7 \\ 0.7 & 0.8 & 0.6 \\ 0.7 & 0.8 & 0.6 \\ 0.5 & 0.7 & 0.4 \\ 0.8 & 0.6 & 0.5 \\ 0.4 & 0.6 & 0.3 \\ 0.5 & 0.5 & 0.7 \\ 0.4 & 0.5 & 0.6 \end{pmatrix}.$$

Решения прямой задачи (1) по формулам (2) при различных вариантах импликации представлены в табл. 2.

Варианты решения прямой задачи

Т-норма	Решение	Импликатор	Решение левой и правой задач
$T_{m}$	$ \begin{pmatrix} 0.8 & 0.8 & 0.7 \\ 0.7 & 0.8 & 0.7 \\ 0.8 & 0.7 & 0.7 \end{pmatrix} $	$I_m$	$\begin{pmatrix} 0,4 & 0,5 & 0,3 \\ 0,4 & 0,5 & 0,3 \\ 0,4 & 0,5 & 0,4 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0,6 & 0,6 & 0,6 \\ 0,5 & 0,5 & 0,6 \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$
$T_p$	$ \begin{pmatrix} 0.72 & 0.64 & 0.63 \\ 0.56 & 0.64 & 0.56 \\ 0.64 & 0.56 & 0.56 \end{pmatrix} $	$I_p$	$ \begin{pmatrix} 0,58 & 0,65 & 0,51 \\ 0,52 & 0,60 & 0,44 \\ 0,64 & 0,75 & 0,58 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0,68 & 0,68 & 0,72 \\ 0,68 & 0,65 & 0,72 \\ 0,64 & 0,75 & 0,58 \end{pmatrix} $
$T_{_{\scriptscriptstyle W}}$	$ \begin{pmatrix} 0,7 & 0,6 & 0,6 \\ 0,5 & 0,6 & 0,5 \\ 0,6 & 0,5 & 0,5 \end{pmatrix} $	$I_w$	$\begin{pmatrix} 0,7 & 0,8 & 0,6 \\ 0,6 & 0,7 & 0,5 \\ 0,8 & 0,9 & 0,7 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0,8 & 0,8 & 0,9 \\ 0,8 & 0,8 & 0,9 \\ 0,8 & 0,7 & 0,8 \end{pmatrix}$

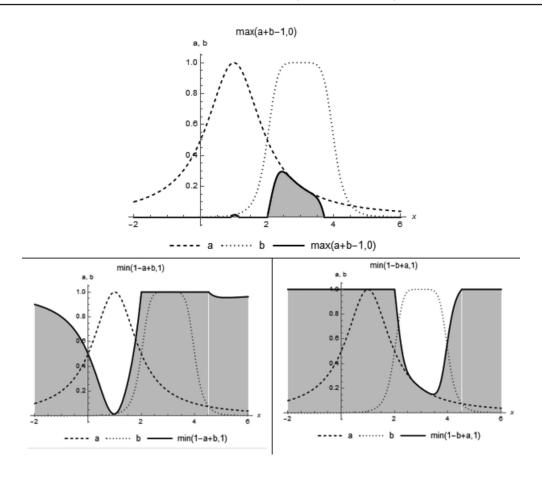


Рис. 3. Граничное произведение и индуцированные импликаторы

Семантическая интерпретация решения зависит от постановки задачи. Например, при использовании T-нормы, в виде логического произведения  $T_m$ , получили

решение (табл. 2): 
$$\begin{array}{c|cccc} m_1 & n_2 & n_3 \\ m_2 & m_3 \\ m_3 & 0,8 & 0,7 \\ 0,7 & \mathbf{0,8} & 0,7 \\ 0,8 & 0,7 & 0,7 \\ \end{array}$$
 и в соответствии с [3] для объекта  $m_2$  следует реко-

мендовать бизнес-схему  $n_2$  и т.д. Очевидно, евклидовы расстояния от нечеткого множества

$$\left\{\frac{0,8}{m_1},\frac{0,7}{m_2},\frac{0,8}{m_3}\right\} \text{ до множеств} \left\{\frac{0,8}{m_1},\frac{0,8}{m_2},\frac{0,7}{m_3}\right\} \text{ и } \left\{\frac{0,7}{m_1},\frac{0,7}{m_2},\frac{0,7}{m_3}\right\} \text{ равны и составляют } \sqrt{0,02} \text{ .}$$

В данном случае экстремальная задача (3) сводится [5] к решению трёх задач:

В табл. 3 представлены решения обратной задачи (3) по формулам (4) для различных используемых треугольных нормах.

 Таблица 3

 Варианты решения обратной задачи

T	Решение										Время поиска	f
$T_m$	0,37	0,81 0,35	1,00 0,64	0,00 0,93	0,08	0,04	-	0,77 0,70	0,96	0,87	3 c	0
		0,35	0,11	0,20	0,47	0,58	0,75	0,11	0,24	0,80)		10-2
$T_p$	0,52	0,80 0,57	0,48 0,53	0,48 0,59		0,51 0,44	0,70 0,46	0,49 0,56	0,52 0,58	$\begin{bmatrix} 0,48 \\ 0,46 \end{bmatrix}$	6 c	
	(0,54	0,51	0,90	0,52	0,48	0,49	0,55	0,49	0,50	0,55)		10-8
$T_{w}$	0,50	0,80 0,55	0,50 0,51	0,50 0,57	0,49 0,47		0,70 0,45	0,50 0,53	0,50 0,57	$\begin{bmatrix} 0,50 \\ 0,46 \end{bmatrix}$	7 c	
	(0,80	0,33	0,31	0,37	0,47	0,40	0,43	0,33	0,37	0,40)		

В таблице приведено также время поиска решения в среде *Wolfram Mathematica* при настройках метода оптимизации «по умолчанию» и достигнутое значение целевой функции. В табл. 4 приведены аналогичные данные при индуцированных импликаторах.

 Таблица 4

 Решения обратной задачи при различных импликаторах

I	Решение									Время поиска	f	
$I_m$	$ \begin{pmatrix} 0,95 \\ 0,95 \\ 0,60 \\ 0,67 \\ 0,84 \end{pmatrix} $	0,95 0,95 0,60 0,67 1,00	0,23 0,23 0,40 0,60 0,65	0,05 0,05 0,54 0,69 0,74	0,95 0,95 0,45 0,69 0,74	0,90 0,94 0,61 0,84 0,50	0,95 0,95 0,60 0,66 0,86	0,74 0,74 0,50 0,84 0,85	0,40 0,40 0,40 0,60 0,67	0,95 0,95 0,61 0,84 0,69	6 c 6 c	0 10 <sup>-8</sup>
	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,73	0,50	0,50	0,50	0,50		
$I_p$	$ \begin{pmatrix} 0,48 \\ 0,50 \\ 0,50 \end{pmatrix} $ $ \begin{pmatrix} 0,62 \\ 0,60 \\ 0,50 \end{pmatrix} $	0,49 0,51 0,50 0,66 0,64 0,50	0,51 0,50 0,50 0,60 0,63 0,50	0,52 0,50 0,50 0,73 0,57 0,50	0,52 0,50 0,50 0,60 0,56 0,50	0,47 0,49 0,50 0,61 0,59 0,50	0,58 0,50 0,50 0,67 0,63 0,50	0,70 0,80 0,60 0,64 0,64 0,60	0,50 0,80 0,29 0,60 0,60 0,29	0,49 0,49 0,50) 0,65 0,61 0,50)	6 c 5 c	10 <sup>-10</sup> 10 <sup>-11</sup>
$I_w$	$ \begin{pmatrix} 0,48 \\ 0,47 \\ 0,50 \end{pmatrix} $ $ \begin{pmatrix} 0,60 \\ 0,60 \\ 0,60 \end{pmatrix} $	0,51 0,64 0,50 0,60 0,60 0,58	0,51 0,53 0,50 0,63 0,63 0,60	0,50 0,64 0,50 0,60 0,60 0,50	0,50 0,10 0,90 0,60 0,60 0,53	0,45 0,90 0,50 0,59 0,59 0,49	0,47 0,38 0,50 0,60 0,60 0,60	0,70 0,28 0,50 0,50 0,50 0,58	0,70 0,10 0,50 0,60 0,60 0,50	0,45 0,44 0,50) 0,59 0,59 0,52	6 c 6 c	0.1 10 <sup>-10</sup>

Сравнение решений по величине среднего евклидова расстояния  $\delta_{\scriptscriptstyle E}$  от исходного (эталонного) соответствия представлено в табл. 5.

Таблица 5

### Сравнение решений по точности приближения к эталону

ſ	T(I)	$T_{m}$	$T_p$	$T_{_{\scriptscriptstyle W}}$	$I_{_m}$		$I_p$		$I_{_{\scriptscriptstyle W}}$	
	$\delta_{E}$	1,340	0,659	0,566	0,964	0,489	0,652	0,477	0,825	0,466

### Выводы

Разработанная методология исследования нечеткой модели выбора бизнес-системы является унифицированной и может служить базовой основой для анализа сложных трудноформализуемых систем в различных предметных областях при неопределенности, вызванной неполнотой и неточностью представления используемой информации. Практическая апробация разработки в среде пакета символьной математики подтверждает обоснованность используемых формальных предпосылок и полученных выводов.

### Список литературы

- 1. Айзинов С.Д., Сазонов А.Е., Солодовниченко М.Б. Разработка нечеткой модели выбора вида профессиональной деятельности выпускниками вуза // Вестник Государ-
- том дсятсляюсти выпускниками вуза // Всетник государственного университета морского и речного флота имени адмирала С О. Макарова. 2017. № 6 (46). С. 1330–1337.

  2. Новиков А.В. Методология нечеткого принятия решений и алгоритмизация управления оказанием медицинской помощи больным пиелонефритом: дис. ... докт. мед. наук: 14.00.40. Курск, 2009. 232 с.
  3. Пантина Т.А., Сазонов А.Е. Нечеткая модель для
- выбора бизнес системы // Транспортное дело России. 2018. № 6 (139). С. 239–241. 4. Блюмин С.Л., Шуйкова И.А., Сараев П.В., Черпаков И.В. Нечеткая логика: алгебраические основы и приложения. Липецк: ЛЭГИ, 2002. 111 с.
- 5. Осипов Г.С. Исследование соответствий в задаче нечеткой диагностики // Вопросы современной науки: коллект. науч. монография; [под ред. Е.Е. Еникеева]. М.: Изд. Интернаука, 2018. Т. 29. С. 41–62.