УДК 004.942:66.021.4

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В ВАННЕ РУДНОТЕРМИЧЕСКОЙ ПЕЧИ НА ОСНОВЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДХОДА ДЛЯ АНАЛИЗА ТЕПЛОГИДРАВЛИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

## Бобков В.И.

Филиал ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет МЭИ», Смоленск, e-mail: vovabobkoff@mail.ru

На основе гидродинамического подхода разработана математическая модель процесса образования шлама в электротермических процессах переработки продуктов пеллетирования обжиговых машин конвейерного типа в руднотермических печах, использование которой позволяет определять режимы управления, обеспечивает повышение энергоресурсоэффективности и экологической безопасности. Предлагается математическая модель процессов тепломассообмена в руднотермической печи, учитывающая базисные закономерности энергообмена. Модель позволяет связать обнаруженные закономерности теплообмена с выходными параметрами режимов функционирования печи. По результатам вычислительных экспериментов расчёта средней температуры газов в пространстве под сводом спроектированных на разную мощность руднотермических печей обнаружено, что с увеличением номинальной мощности печи температура газов в пространстве под сводом уменьшается. Конструкционные особенности и параметры руднотермических печей существенно влияют на теплоэнергетический режим функционирования, нарушая динамику газов и интенсивность процессов тепломассообмена. Анализ теплового состояния печи показывает, что в общем случае тепловыделение локализовано вблизи электрода. Интенсивность выделения тепла уменьшается по высоте ванны. Выявлена локализация источников тепла в зонах около электрода и неоднородность при различных углублениях электродов. Основное количество тепловой энергии реакционных тиглей выделяется в области под электродом, и тепловыделяющая масса почти не покидает предел зоны кокса. Удельное электрическое сопротивление шлака отличается от коксовой зоны, но эти неоднородности оказывают незначительное влияние на распределение источников тепла. Двухмерность математической модели позволила изучать оказывающие влияние на функционирование печи пространственно распределённые величины. Представлены расчеты температурных полей в расплаве, показывающие сильный перегрев расплава в зоне под электродом, но область с высокой температурой небольшая, хотя теплоперенос весьма интенсивный.

Ключевые слова: руднотермическая печь, гидродинамика, тепломассообмен, электротермия, температура, электрод, математическая модель, энергоресурсоэффективность

## MATHEMATICAL MODEL OF TRANSFER PROCESSES IN VANN ORE-SMELTING FURNACE OF THE FURNACE ON THE BASIS OF HYDRODYNAMIC APPROACH FOR THE ANALYSIS OF THE HEATHYDRAULIC MODES OF FUNCTIONING

## Bobkov V.I.

Smolensk Branch of the National Research University Moscow Power Engineering Institute, Smolensk, e-mail: vovabobkoff@mail.ru

On the basis of hydrodynamic approach the mathematical model of process of formation of slimes in electrothermal processes of processing of pellets products indurating machines conveyor-based in the ore-smelling furnaces which use allows to define control modes is developed, provides increase in energy efficiency and environmental safety. The mathematical model of processes of a heat and mass transfer in the ore-smelting furnace considering basic regularities of power exchange is offered. The model allows to connect the found regularities of heat exchange with exit pupils of the modes of functioning of the furnace. By results of the computing experiments of calculation of average gas temperature in space under the arch designed on different power, the ore-smelting furnaces it is revealed that with increase in rated power of the furnace gas temperature in space under the arch decreases. Design features and parameters the ore-smelting furnaces significantly influence the heat power mode of functioning, breaking dynamics of gases and intensity of processes of a heat and mass transfer. The analysis of a thermal condition of the furnace shows that generally heat release is localized near an electrode. The intensity of a heat liberation decreases on bathtub height. Localization of sources of heat in zones about an electrode and inhomogeneity is revealed at various deepenings of electrodes. The main amount of thermal energy of reactionary crucibles is emitted in the area under an electrode, and the heat-producing weight almost doesn't leave a coke zone limit. Specific electrical resistance of slag differs from a coking zone, but these inhomogeneities have an insignificant impact on heat source distribution. Allowed to study tworegularity of mathematical model, the furnaces affecting on functioning, spatially the distributed sizes. The calculations of temperature profiles in a melt showing the strong overheating of a melt in a zone under an electrode, but area with high temperature small though heat transfer very intensive are presented.

Keywords: ore-smelting furnace, hydrodynamics, heatmass exchange, electrothermie, temperature, electrode, mathematical model, energy efficiency

Математическое моделирование тепломассообменных процессов в ванне руднотермических печей позволяет учитывать возникновение и влияние тепловых и гидродинамических неоднородностей на энергоэффективность функционирования печи [1].

Глубокое осмысление взаимозависимости и связи гидродинамики, тепломассообмена, химико-технологических и фазовых взаимодействий на параметры функционирования печей достигается полным анализом всех процессов происходящих в ванне печи [2].

Принципиально важно цельно представлять теплоэнергетическое состояние руднотермической печи для обнаружения и недопущения таких побочных проявлений, как: повышенный износ обмуровки в шлаковом пространстве и наличие устойчивого проявления гарнисажного горизонта; обеспечения наименьших термонапряжений в обмуровке корпуса и электродах; контролировании энергообмена в зоне шихты и спекания электродов [3].

Так как эти явления косвенно или прямо связаны друг с другом и значительно обеспечиваются режимными параметрами функционирования печей и их конструкциями, то проявляются очевидные направления акцентирования дальнейших теоретических разработок [4]. В этом смысле, облегчается проблема единства структуры математических моделей для описания энерго-технологических процессов, протекающих во всех зонах ванны руднотермической печи [5].

### Построение математической модели процессов переноса в ванне руднотермической печи

Система уравнений для описания тепломассообменных процессов в руднотермической печи содержит уравнения сохранения: газовой компоненты, кокса, шлака и P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>. Уравнения динамики для каждой фазы и уравнений энергии для всех компонент [6].

Область реакции руднотермической печи образована многослойной массой частиц кокса, которые вместе с расплавом движутся вниз, с протекающими восстановительными реакциями окислов в жидкой фазе на поверхностях коксовых частиц.

Оксид углерода – это газовый компонент восстановительной реакции, перемещающийся в противотоке, барботирующий в расплаве, интенсифицирующий переносные процессы. Математическое описание теплообмена в данной системе представляет собой уравнения сохранения энергии и массы твёрдой, газовой и жидкой фаз в тензорной форме [7].

Уравнение сохранения массы:

$$\frac{\partial(z_i\rho_i)}{\partial\tau} + z_i\rho_i\frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i} = D_i\frac{\partial^2(z_i\rho_i)}{\partial x_j^2} + \omega_{Ri}.$$

Уравнение динамики:

$$\frac{\partial \left( z_i \rho_i W_{ij} \right)}{\partial \tau} + z_i \rho_i W_{ij} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 W_{ij}}{\partial x_j^2} + f_{ij}.$$

Уравнение сохранения тепловой энергии:

$$\frac{\partial (z_i \rho_i \eta_i t_i)}{\partial \tau} + z_i \rho_i \eta_i W_{ij} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_j} = \lambda_i \frac{\partial^2 t_i}{\partial x_j^2} + Q_{Vi}.$$

Уравнение распределения электрического потенциала

 $\operatorname{div}(\operatorname{grad}\varphi_{e}) = 0$ ,

где  $f_{ri} = [m_r \rho_r - \rho_{mn} (1 - m_r)]g - c_f (W_{ri} - W_{mni}),$  $c_f - коэффициент сопротивления;$ 

$$c_{f} = 0.5c_{0} \rho_{\mu\nu\pi} m_{r} S_{B} |W_{ri} - W_{\mu\nu\pii}| / V_{B};$$
  

$$c_{0} = 24(1 + 0.15 Re_{B}^{0.687}) / Re_{B} + 0.42 Re_{B} / (1 + 4.25*10^{4}Re_{B}),$$

или

$$c_0 = 8 / 3 (1 - m_r)^2$$
.

Здесь  $S_{_B}$ ,  $V_{_B}$  – поверхность и объем пузырьков газа, барботирующего через расплав;  $\text{Re}_{_B} = (W_{_{\Gamma\,i}} - W_{_{_{\rm III,I}}}) d_{_B} / v_{_{\Gamma}}; d_{_B}$  – диаметр пузырьков газа;

$$\begin{split} f_{\mu\nu\pi\,i} &= \rho_{\mu\nu\pi}\,g + c_{f}\,(\,W_{r\,i} - W_{\mu\nu\pi\,i}) - \\ &- c_{f\,s}^{}(\,S_{y\mu\kappa}\,/\epsilon_{k}^{\,3}\,)\,\rho_{\mu\nu\pi}^{}\,W^{2}_{\mu\nu\pi}\,/\,2, \end{split}$$

где с<sub>fs</sub> – коэффициент трения, характеризующий взаимодействие шлака с частицами кокса;

$$c_{fs} = 0.46 + 40 / Re_{mn} + 2.28 / Re_{mn}^{0.5};$$

$$Re_{mn} = W_{mn} d_{_{3KB}} / v_{mn};$$

$$d_{_{3KB}} = 4 \epsilon_{_{K}} / S_{_{YJIK}},$$

где S<sub>удк</sub> – удельная поверхность частиц кокса. Источниковые члены для уравнений энергии фаз:

$$Q_{rV} = \alpha_V (t_{mn} - t_r);$$

 ${
m Q}_{
m ve} = (1/
ho_{
m e}){
m grad}^2 \phi_{
m e} - lpha_{
m v}(t_{
m mn} - t_{
m r}) - {
m Q}_{
m xp} \, \omega_{
m xp\, r},$ где  $lpha_{
m v} = {
m S}_{
m y_{ZB}} lpha_{
m B}$  – объемный коэффициент теплоотдачи;  ${
m S}_{
m y_{ZB}}$  – удельная поверхность пузырьков газа.

$$Nu = \alpha_{\rm F} d_{\rm R} / \lambda = 2.0 + 0.6 \text{ Re}^{0.6} \text{ Pr} 0^{.33}$$
,

где Re =  $W_{r}d_{B}/v_{r}$  – критерий Рейнольдса.  $a_{rr} = o O (d\xi / d\tau),$ 

$$q_{\phi V} = \rho_{M} Q_{nn} (d\xi / d\tau)$$
$$f_{ir} = -W_{ri} m_{r} c_{rf}$$

где

$$c_{rf} = 150 \ \mu_r (1-\epsilon)^2 / (d_{_M}^2 \epsilon^2) + + 1,75 \ \rho_r (1-\epsilon) |W_r| / d_{_M}.$$

Шихтовая зона руднотермической печи описывается уравнениями сохранения количества движения, энергии и массы в твердой и газовой фазе, пополненные уравнением переноса тепла для самоспекающегося электрода и имеют вид

$$\begin{split} Q_{rV} &= -\alpha_{V} (t_{r} - t_{M}); \\ Q_{MV} &= \alpha_{V} (t_{r} - t_{M}). \end{split}$$

Замыкаемые соответствующими граничными и начальными условиями, приведенные уравнения обеспечивают проведение анализа и взаимосвязи основных параметров тепломассообмена на режим функционирования руднотермической печи.

#### Гидродинамический метод для анализа теплогидравлических режимов функционирования руднотермической печи

Представленная система уравнений очень сложна, а её решение сопряжено с определёнными трудностями, это особенно важно, если использовать модель в различных зонах руднотермической печи. Для такого случая сложность и размерность задачи увеличивается в три раза. Проблема становится неразрешимой с математической точки зрения [8].

Для случая применения эффективных коэффициентов переноса тепла в газовой и жидкой фазах уравнения энергии и динамики этих фаз связываются воедино, как некоторый континуум, который представляет теплоэнергетическую характеристику энергопереноса между фазами [9].

Соотношение в первом приближении фильтрационной динамики газа для потенциальной функции в многослойной массе частиц кокса, в расплаве с учетом источников выделения газа для плотности G имеет вид

$$\Delta \varphi_g = G;$$

уравнение сохранения массы реагирующей фазы имеет вид

 $(1 - \varepsilon_c) zw_l \nabla C_l^{p2o5} - div(D_t grad zC_l^{p2o5}) + \omega_R = 0;$ 

уравнение сохранения энергии имеет вид

$$\lambda_{t}\Delta t - (1 - \epsilon_{c})\rho_{gl}c_{pgl}w_{l}\nabla t = q_{v} - Q_{R}\omega_{R};$$

уравнение распределения электрического потенциала принимает вид

$$\rho_{\rm el}\Delta\phi_{\rm el}=0.$$

Скорость газового потока выводится из закона газовой фильтрации через слой кокса:

$$W_{g} = -k\nabla \varphi_{g}$$

где  $\rho_{\rm gl}$  – плотность газожидкостной смеси; k – эквивалентный коэффициент филь-

трации; z – массовая доля компонента;  $\lambda_t$  – турбулентная теплопроводность расплава, определяемая барботажем газа;  $q_v = \rho_e (\nabla \phi_{el})^2$  – удельная объемная электрическая мощность.

Для шихтовой области печи применяется система уравнений, включающая динамику газа в шихтовом слое, динамику перемещения дисперсных частиц шихты и уравнений передачи тепловой энергии в твердой и газовой фазе.

Соотношение для функции потенциала в первом приближении потока газа при фильтрации сквозь шихтовый слой:  $\Delta \phi_g = 0$ ; уравнение для потенциальной функции гравитационного движения дисперсных частиц:  $\Delta \phi_m = 0$ , теплообмен в шихтовой области руднотермической печи определяется уравнениями

$$(1-\varepsilon)c_{pm}\rho_m w_m \nabla t_m - \lambda_m \Delta t_m = \alpha_v (t_g - t_m),$$
  
$$\varepsilon c_{pg}\rho_g w_g \nabla t_g - \lambda_g \Delta t_g = \alpha_v (t_m - t_g),$$

где  $\rho_m$ ,  $\rho_g$ ,  $\lambda_m$ ,  $\lambda_g$ ,  $c_{pm}$ ,  $c_{pg}$ , – плотность, теплопроводность и теплоемкость шихты и газов;  $\alpha$  – коэффициент обмена тепловой энергией между шихтой и газом.

Скорость газового потока описывается исходя из предположения малости инерционных и вязкостных эффектов законом фильтрации Дарси:

$$W_{o} = -k_{o}\nabla \phi_{o}$$
.

Скорость схода шихты w<sub>m</sub> определяется как градиент соответствующего потенциала:

$$W_m = -\nabla \varphi_m,$$

получаемого в результате решения уравнения для потенциала.

Уравнение теплопереноса в самоспекающемся электроде

$$\lambda_{e}\Delta t_{e} - \rho_{el}c_{pel}w_{el}\nabla t_{e} = q_{ve} - Q_{Re}\omega_{Re},$$

где  $\rho_{el}$ ,  $c_{pel}$ ,  $\lambda_e$  – плотность, теплоемкость и теплоповодность электродного материала;  $q_{ve}$ ,  $Q_{re}$ ,  $\omega_{Re}$  – плотность джоулевого выделения тепла, неизотермический эффект пиролиза и его скорость;  $w_{el}$  – скорость перезапуска электродов.

Замыкаемые соответствующими начальными и граничными условиями, представленные уравнения обеспечивают анализ влияния главенствующих параметров тепломассообмена при функционировании в регламентном режиме ванны руднотермической печи.

В верхней части углеродистой области температура соответствует температуре шихтового плавления, а граничные условия в обмуровке ванны печи описываются условиями теплоэнергетического обмена сквозь обмуровку. Считается что стенки ванны печи теплоизолированны. Сход шихты описывается граничными условиями на фазе плавления уравнением

$$\rho_m \partial \phi_m / \partial n = -(\lambda_t \partial t_p / \partial n - \lambda_m \partial t_m / \partial n) / Q_L,$$

где  $\rho_m$  – плотность насыпной массы шихты,  $\rho_L$  – теплота плавления шихты,  $\partial t_p / \partial n$  – градиент температуры в расплаве области плавления.

Для электрического потенциала граничные условия принимают вид: на электродах  $\phi_{\rm el} = \phi_{\rm ele}$ ; в подовом пространстве  $\phi_{\rm el} = 0$ ; на шихтовой поверхности  $\partial \phi_{\rm el} / \partial n = 0$ ; на границе раздела зон

$$\phi_{el\,k} = \phi_{el\,k+1} \, _{H} \, \rho_{el\,k} \partial \phi_{el\,k} / \partial n = \rho_{el\,k+1} \partial \phi_{el\,k+1} / \partial n,$$

где  $\rho_{\rm el}$  – удельная электрическая проводимость, k – расчётный номер пространства ванны руднотермической печи.

В верхней части температура шихты обеспечивается температурой внешней среды. Обмуровка печи полагается полностью теплоизолированной. Температура шихты, подаваемой в печь, соответствует температуре окружающей среды, и на фронте плавления – температуре плавления минеральной доли шихты [10].

Температура газа на выходе из области реакции представляется как средняя температура по расплаву в заданном сечении.

Фронт плавления в шихте, учитывая непроницаемость обмуровки стен ванны печи, описывается уравнениями граничных условий сохранения массы концентрации P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>.

Математическое описание тепломассообменных процессов в ванне печи получается разбивкой полной системы уравнений на частные уравнения и подсистемы, с учётом «замороженности» некоторых процессов и их локализации в области под электродом при поочерёдном решении последовательных задач в различных зонах. Возможна оценка в первом приближении поля температур в области интенсивного химического реагирования с учётом ряда допущений постоянства концентраций реагента в реакционной области, стационарности процессов в расплаве, независимости процессов энерговыделения и тепломассопереноса. Такой подход является обоснованным при учёте различий характерного времени реагирования и тепломассопереноса.

В исследовании представлены оценки параметров состояния ванны печи, учитывающие допущения, не искажающие основных положений по физико-химическому смыслу задачи и несильно сказывающиеся на окончательных расчётных результатах.

#### Обсуждение результатов

Системный анализ полученных результатов дает основание устанавливать закономерности распределения температур печных газов в пространстве под сводом, при изменении управляющих параметров: дозирование кокса, гранулометрический состав шихты, напряжение на электродах, выявить влияние режимов функционирования печи на слой гарнисажной обмуровки.

Рассматривая зону реакции как цилиндрическое пространство с осью симметрии, соответствующей оси электрода, упрощается математическое описание физико-химических процессов в расплаве на базе взаимовлияния трёх отдельных локализованных реакционных объёмов [11].

Выделение тепловой энергии в расплаве – это главный источник энергии, который определяет интенсивность протекания химических реакций в соответствующей области ванны печи. В соответствии с современными представлениями доля энергии в пространстве под сводом печи образуется на дуге, выделяющейся в области под электродом, какая-то часть при движении тока через область углерода в расплаве. Основная часть выделения тепла – это джоулевая тепловая энергия. Следовательно, очень важно определить факторы, оказывающие влияние на выделение тепла [12]. Плотность тока следует считать зависимой лишь от пространственных координат, а не от временных, так как электромагнитные процессы протекают намного быстрее процессов переноса теплоты.

Объёмное распределение мощности обеспечивается стабилизацией реакционной области и выражается характерным смещением части объёмной мощности в сторону электрода. Увеличивается также радиус реакционного тигля – г<sub>о</sub>.

Наращивание гарнисажного слоя на стенки ванны в расплаве позволяет уменьшить радиус реакционного тигля и обеспечивается распределением потенциала, способствующим значительному интенсивному выделению тепла на границе тигля. Оно препятствует дальнейшему сокращению реакционной зоны (рисунок).

Обнаружена экспоненциальная зависимость выделения тепловой энергии по глубине зоны реакции. Выделение теплоты локализовано в окрестности электрода. Этот факт дает основание предполагать, что электрическое поле электродов в расплаве трехэлектродных руднотермических печей мало взаимосвязаны между собой. Суммарное выделение тепловой энергии в трехэлектродной печи производится, с использованием свойства аддитивности.



Распределение выделения тепловой энергии в реакционной зоне печи

Степень интенсивности выделения теплоты сильно уменьшается по глубине ванны. Явно наблюдается локализация источников теплоты в зонах около электрода, а неоднородность в условиях различного заглубления электродов.

#### Заключение

Итак, основная доля тепловой энергии реакционных тиглей выделяется в области под электродом, и тепловыделяющий горизонт слоя почти не выходит за рамки коксовой зоны. Шлак имеет другое от коксовой области удельное электрическое сопротивление. Выявлено, что такие неоднородности мало оказывают влияние на распределение теплоэнергетических источников.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 18-29-24094 МК.

### Список литературы

1. Леонтьев Л.И., Григорович К.В., Костина М.В. Фундаментальные исследования как основа создания новых материалов и технологий в области металлургии. Часть 1 // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. 2018. Т. 61. № 1. С. 11–22.

2. Бобков В.И. Моделирование термически активируемых процессов обжига окомкованного сырья // Тепловые процессы в технике. 2016. № 1. С. 42–47.

3. Бобков В.И., Мищенко М.Н. Исследование теплофизических характеристик окомкованного фосфатного материала // Современные наукоемкие технологии. 2016. № 7–1. С. 26–29. 4. Бобков В.И. Энергосбережение в технологии сушки материала в плотном слое на основе интенсификации тепломассообмена // Современные наукоемкие технологии. 2015. № 12–4. С. 585–589.

5. Леонтьев Л.И. Физико-химические особенности комплексной переработки железо-содержащих руд и техногенных отходов // ХХ Менделеевский съезд по общей и прикладной химии: Тезисы докладов в 5 т. Уральское отделение Российской академии наук. Екатеринбург, 2016. С. 92.

6. Luis P., Van der Bruggen B. Exergy analysis of energyintensive production processes: advancing towardsa sustainable chemical industry. Journal of Chemical Technology and Biotechonology. 2014. Vol. 89. No. 9. P. 1288–1291.

7. Боковиков Б.А., Брагин В.В., Швыдкий В.С. О роли зоны тепловой инерции при термообработке окатышей на обжиговых конвейерных машинах // Сталь. 2014. № 8. С. 43–48.

8. Elgharbi S., Horchani-Naifer K., Férid M. Investigation of the structural and mineralogical changes of Tunisian phosphorite during calcinations. Journal of Thermal Analysis and Calorimetry, 2015. Vol. 119. No. 1. P. 265–269.

9. Тимофеева А.С., Никитченко Т.В., Федина В.В. Определение комкуемости железорудной шихты с целью прогнозирования прочностных свойств окатышей // Современные наукоемкие технологии. 2015. № 8. С. 53–57.

10. Буткарев А.А. Особенности практического использования методологии ВНИИМТ для оптимизации теплотехнических схем обжиговых конвейерных машин // Металлург. 2011. № 4. С. 38–43.

11. Панченко С.В., Широких Т.В. Теплофизические процессы в шихтовой зоне электротермических рудовосстановительных реакторов // Теоретические основы химической технологии. 2014. Т. 48. № 1. С. 83–89.

12. Бобков В.И. Оптимизация химико-технологического процесса сушки в стационарном режиме многослойной массы фосфоритовых окатышей по критерию энергоресурсоэффективности // Современные наукоёмкие технологии. 2018. № 5. С. 25–29.