УДК 004.052.2

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ПОСТРОЕНИЯ ТУРБОКОДОВ НА ОСНОВЕ МОДУЛЯРНЫХ КОДОВ

Калмыков И.А., Ефременков И.Д., Юрданов Д.В., Волошин Е.А., Проворнов И.А.

ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет», Ставрополь, e-mail: blood384@mail.ru

На современном этапе развития цифровых технологий, повсеместно в системах связи одним из ключевых моментов является помехоустойчивое кодирование. В системах спутниковой связи, цифрового телевидения, мобильной связи, беспроводного широкополосного доступа и других широкое распространение получили турбокоды. Данный вид кодов обладает хорошими корректирующими характеристиками. Они, способны корректировать пачки ошибок, которые вызваны помехами в канале связи. Однако данные коды не являются арифметическими, то есть они не способны исправлять ошибки, возникающие в процессе вычислений из-за отказа и сбоев оборудования. Для обнаружения и коррекции ошибок вычислений используются коды системы остаточных классов (СОК). Однако данные коды не рассматривались в качестве помехоустойчивых кодов. Чтобы устранить данный недостаток, в статье предлагается новый подход к использованию избыточных кодов СОК, позволяющий совместить принципы построения турбокодов с алгоритмами работы модулярных кодов (МК). Таким образом, разработка новых принципов построения турбокодов на основе модулярных кодов позволит использовать единые подходы к обеспечению отказоустойчивости спецпроцессоров цифровой обработки сигналов и помехоустойчивости при передаче информации. Целью статьи является повышение корректирующих способностей кодов СОК за счет применения алгоритмов построения турбокодов.

Ключевые слова: турбокод, модулярный код, система остаточных классов, корректирующая способность, вероятность верного декодирования

THE DEVELOPMENT OF NEW PRINCIPLES OF TURBO CODES ON THE BASIS OF MODULAR CODES

Kalmykov I.A., Efremenkov I.D., Yurdanov D.V., Voloshin E.A., Provornov I.A.

Federal State Autonomous Educational Institution Higher Professional Education «North-Caucasian Federal University», Stavropol, e-mail: blood384@mail.ru

At the present stage of development of digital technologies, everywhere in communication systems one of the key points is noise-resistant coding. In the systems of satellite communication, digital television, mobile communication, wireless broadband access and other widely used turbocodes. This type of code has good corrective characteristics. They are able to detect and correct packets of errors that are caused by interference in the communication channel. However, these codes are not arrhythmic, that is, they are not able to correct errors that occur in the process of calculations due to failure and hardware failures. As a rule, for detection and correction of errors of calculations codes of residue number systems (RNS) are used. These codes were not considered as noise-resistant codes. To eliminate this drawback, the article proposes a new approach to the use of redundant RNS codes, which allows to combine the principles of construction of turbocodes with the algorithms of modular codes. Thus, the development of new principles of construction of turbocodes based on modular codes will allow to use common approaches to ensuring fault tolerance of special processors of digital signal processing and noise immunity in the transmission of information. The purpose of the article is to increase the correcting abilities of the RNS codes through the use of algorithms for the construction of turbocodes.

Keywords: turbocode, modular code, residue number systems, correcting ability, probability of correct decoding

В современных системах связи широко используются турбокоды, среди которых можно выделить коды Хэмминга и Рида – Соломона [1–3]. Это связано с тем, что турбокоды обладают хорошими корректирующими характеристиками. Они способны исправлять пачки ошибок, вызванные помехами в канале связи. Однако эти коды не могут исправлять ошибки, возникающие в процессе вычислений из-за отказа и сбоев оборудования. При этом известные арифметические модулярные коды (МК) – коды системы остаточных классов (СОК), которые могут исправлять ошибки вычислений, не используются в качестве помехоустойчивых кодов. Это связано со значительными схемными затратами, необходимыми для борьбы с пачками ошибок. Устранить данный недостаток возможно за счет применения алгоритмов реализации турбокодов к кодам СОК. Поэтому разработка новых принципов построения турбокодов на основе МК является актуальной задачей.

Современные модулярные коды нашли широкое применение при построении отказоустойчивых спецпроцессоров (СП) цифровой обработки сигналов (ЦОС). Так, используя два контрольных основания, коды СОК способны корректировать однократные ошибки, возникающие из-за отказов и сбоев в процессе вычислений [4]. Однако такой избыточности недостаточно, чтобы обеспечить требуемую помехоустойчивость системы передачи данных. Это связано с тем, что ошибки в каналах связи группируются в пачки. Для обнаружения и коррекции пачек ошибок в коде СОК необходимо увеличивать количество избыточных оснований, что негативно сказывается на схемных затратах СП ЦОС. Устранить данный недостаток возможно за счет реализации кодов СОК в виде турбокодов [5]. Поэтому целью статьи является повышение корректирующих способностей кодов СОК за счет применения алгоритмов построения турбокодов.

Материалы и методы исследования

Код СОК $A=(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n)$ представляет собой набор остатков, которые получаются при делении целого числа А на взаимно простые основания $p_1, p_2,..., p_n$. Такой набор оснований кода СОК задает рабочий диапазон

$$P_{\text{раб}}=\prod_{i=1}^{n} p_n. \tag{1}$$

Так как каждый остаток несет информацию о числе А, то это позволяет осуществлять параллельную обработку кодовых комбинаций. Так как в коде СОК отсутствует обмен данными между остатками, то данное свойство используют для поиска и коррекции ошибок. Согласно [4] для коррекции однократной ошибки вводятся два контрольных основания, удовлетворяющие условию $p_{n-1}p_n < p_{n+1}p_{n+2}$. В результате получается полный диапазон

$$P_{\text{полн}}=\prod_{i=1}^{k=n+r} p_k = P_{\text{раб}}\prod_{k=n+1}^{r} p_k. \tag{2}$$

Заданной системе оснований $p_1, p_2,..., p_n$ соответствует система ортогональных базисов $B_1, B_2,..., B_n$, с помощью которых осуществляется перевод в позиционный код:

$$A=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i B_i \bmod P_{\text{раб}}. \tag{3}$$

Из [6, 7] известно, что комбинация $A=(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_{n+r})$ считается разрешенной, если

$$A=(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_{n+r})< P_{\text{раб}} < \prod_{i=1}^{n} p_i. \tag{4}$$

Если ошибка произошла по i-му основанию кода СОК, то комбинация равна

$$\tilde{A}=(\alpha_1,...,\alpha_{i-1},\tilde{\alpha}_i,\alpha_{i+1},...,\alpha_{k+r})=(\alpha_1,...,\alpha_{i-1},\alpha_i+\Delta\alpha_i,\alpha_{i+1},...,\alpha_{k+r}). \tag{5}$$

где $\tilde{\alpha}_i$ – искаженный остаток кода СОК, $\Delta\alpha_i$ – глубина ошибки по i-му основанию.

Для оценки эффективности разработанного алгоритма построения модулярных турбокодов, произведем сравнение классического подхода построения МК (рис. 1) с турбокодом, использующим в качестве компонентных кодов МК (рис. 2).

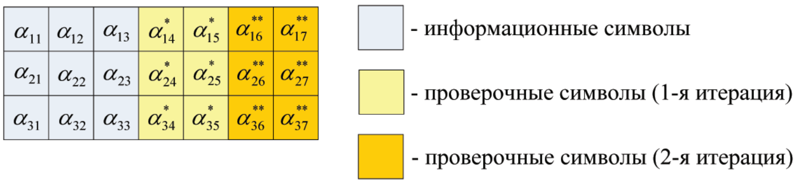

Рис. 1. Классический подход построения модулярных кодов

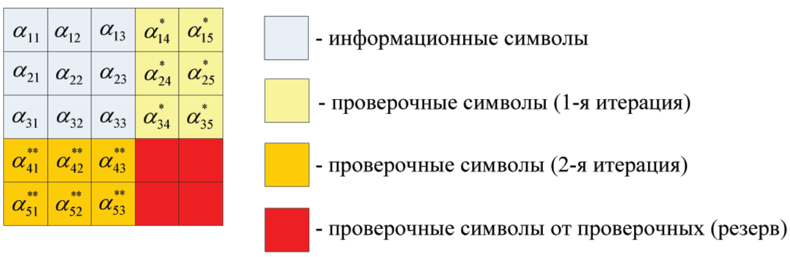

Рис. 2. Турбокод, построенный на базе модулярных кодов

В обоих случаях при кодировании вводится по $r=2$ контрольных основания ввиду того, что поток отказов является простейшим, поэтому для исправления однократной ошибки (в одном остатке) достаточно введения двух контрольных оснований [7, 8]. Поэтому комбинация при трех информационных основаниях имеет вид $A_1=(\alpha_{11},\alpha_{12},\alpha_{13},\alpha^*_{14},\alpha^*_{15})$, где $\alpha^*_i \equiv A \bmod p_i$, $i=n+1, n+2$. Тогда для других двух комбинаций справедливо

$$A_1=(\alpha_{11},\alpha_{12},\alpha_{13},\alpha^*_{14},\alpha^*_{15});\ A_2=(\alpha_{21},\alpha_{22},\alpha_{23},\alpha^*_{24},\alpha^*_{25});\ A_1=(\alpha_{31},\alpha_{32},\alpha_{33},\alpha^*_{34},\alpha^*_{35}). \tag{6}$$

Для повышения корректирующих способностей такого кода вводятся два избыточных основания удовлетворяющих условию $p_{n+1} < p_{n+2} < p_{n+3} < p_{n+4}$. Это приводит к получению полного диапазона $P_{\text{полн}} = \prod_{i=1}^{7} p_i = P_{\text{раб}} \prod_{i=k+1}^{k+4} p_i = P_{\text{раб}} \cdot P^*_{\text{конт}}$. В результате второй итерации имеем

$$
\begin{aligned}
\alpha^{**}_{16} &= \left|\alpha_{11} \cdot B_1 + \alpha_{12} \cdot B_2 + \alpha_{13} \cdot B_3\right|^+_{P_{\text{раб}}} \bmod p_6, \\
\alpha^{**}_{17} &= \left|\alpha_{11} \cdot B_1 + \alpha_{12} \cdot B_2 + \alpha_{13} \cdot B_3\right|^+_{P_{\text{раб}}} \bmod p_7, \\
\alpha^{**}_{26} &= \left|\alpha_{21} \cdot B_1 + \alpha_{22} \cdot B_2 + \alpha_{23} \cdot B_3\right|^+_{P_{\text{раб}}} \bmod p_6, \\
\alpha^{**}_{27} &= \left|\alpha_{21} \cdot B_1 + \alpha_{22} \cdot B_2 + \alpha_{23} \cdot B_3\right|^+_{P_{\text{раб}}} \bmod p_7, \\
\alpha^{**}_{36} &= \left|\alpha_{31} \cdot B_1 + \alpha_{32} \cdot B_2 + \alpha_{33} \cdot B_3\right|^+_{P_{\text{раб}}} \bmod p_6, \\
\alpha^{**}_{37} &= \left|\alpha_{31} \cdot B_1 + \alpha_{32} \cdot B_2 + \alpha_{33} \cdot B_3\right|^+_{P_{\text{раб}}} \bmod p_7.
\end{aligned} \tag{7}
$$

В этом случае $A_1 = (\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13}, \alpha^*_{14}, \alpha^*_{15}, \alpha^{**}_{16}, \alpha^{**}_{17})$; $A_2 = (\alpha_{21}, \alpha_{22}, \alpha_{23}, \alpha^*_{24}, \alpha^*_{25}, \alpha^{**}_{26}, \alpha^{**}_{27})$; $A_3 = (\alpha_{31}, \alpha_{32}, \alpha_{33}, \alpha^*_{34}, \alpha^*_{35}, \alpha^{**}_{36}, \alpha^{**}_{37})$. Эти комбинации МК способны исправлять двукратные ошибки. Пусть при передаче по каналу связи в первой комбинации A_1 исказились остатки $\tilde{\alpha}_{12}$ и $\tilde{\alpha}_{13}$, а глубина ошибок равна $\Delta\alpha_{12}$ и $\Delta\alpha_{13}$. Тогда справедливо

$$\tilde{A} = (a_{11}, \tilde{a}_{12}, \tilde{a}_{13}, a^*_{14}, a^*_{15}, a^{**}_{16}, a^{**}_{17}) = (a_{11}, a_{12} + \Delta a_{12}, a_{13} + \Delta a_{13}, a^*_{14}, a^*_{15}, a^{**}_{16}, a^{**}_{17}). \tag{8}$$

При переводе в позиционную систему счисления [5] получим

$$
\begin{aligned}
\tilde{A}_1 &= \left|a_{11}B_1^{**} + (a_{12} + \Delta a_{12})B_2^{**} + (a_{13} + \Delta a_{13})B_3^{**} + a^*_{14}B_4^{**} + a^*_{15}B_5^{**} + a^{**}_{16}B_6^{**} + a^{**}_{17}B_7^{**}\right|^+_{P_{\text{полн}}} = \\
&= \left|A + \Delta a_{12}B_2^{**} + \Delta a_{13}B_3^{**}\right|^+_{P_{\text{раб}}},
\end{aligned} \tag{9}
$$

где B_i^{**} – ортогональный базис полной системы оснований СОК; $i = 1,\ldots,7$.

Очевидно, что из-за ошибки A_1 находится вне рабочего диапазона. Для коррекции искаженных остатков воспользуемся позиционной характеристикой интервальным номером

$$S = \left[A / P_{\text{раб}}\right], \tag{10}$$

где $[\ ]$ – целая часть при делении числа A на рабочий диапазон.

Согласно [7], если МК не содержит ошибки, то $S = 0$. В противном случае по значению интервального номера можно определить искаженные ошибки и глубину ошибки.

В разработанном алгоритме построения турбокодов на базе МК используются только два контрольных основания. В результате получаем три комбинации следующего вида

$$
\begin{aligned}
A_1 &= (\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13}, \alpha^*_{14}, \alpha^*_{15}), \\
A_2 &= (\alpha_{21}, \alpha_{22}, \alpha_{23}, \alpha^*_{24}, \alpha^*_{25}), \\
A_1 &= (\alpha_{31}, \alpha_{32}, \alpha_{33}, \alpha^*_{34}, \alpha^*_{35}).
\end{aligned} \tag{11}
$$

Вычислим дополнительные проверочные символы согласно

$$
\begin{aligned}
\alpha^{**}_{41} &= \left|\alpha_{11}B_1 + \alpha_{32}B_2 + \alpha_{23}B_3\right|^+_{P_{\text{раб}}} \bmod p_4, \ \alpha^{**}_{51} = \left|\alpha_{11}B_1 + \alpha_{32}B_2 + \alpha_{23}B_3\right|^+_{P_{\text{раб}}} \bmod p_5, \\
\alpha^{**}_{42} &= \left|\alpha_{21}B_1 + \alpha_{12}B_2 + \alpha_{33}B_3\right|^+_{P_{\text{раб}}} \bmod p_4, \ \alpha^{**}_{52} = \left|\alpha_{21}B_1 + \alpha_{12}B_2 + \alpha_{33}B_3\right|^+_{P_{\text{раб}}} \bmod p_5, \\
\alpha^{**}_{43} &= \left|\alpha_{31}B_1 + \alpha_{22}B_2 + \alpha_{13}B_3\right|^+_{P_{\text{раб}}} \bmod p_4, \ \alpha^{**}_{53} = \left|\alpha_{31}B_1 + \alpha_{22}B_2 + \alpha_{13}B_3\right|^+_{P_{\text{раб}}} \bmod p_5.
\end{aligned} \tag{12}
$$

Анализ (12) показывает, что для получения проверочных остатков использовались информационные вычеты из разных комбинаций. Тогда модулярный турбокод имеет вид

$$
\begin{matrix}
\alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha^*_{14} & \alpha^*_{15} \\
\alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha^*_{24} & \alpha^*_{25} \\
\alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha^*_{34} & \alpha^*_{35}. \\
\alpha^{**}_{41} & \alpha^{**}_{42} & \alpha^{**}_{43} & \text{рез} & \text{рез} \\
\alpha^{**}_{51} & \alpha^{**}_{52} & \alpha^{**}_{53} & \text{рез} & \text{рез}
\end{matrix} \tag{13}
$$

Пусть из-за помехи исказились остатки α_{12} и α_{13}. Тогда турбокод СОК имеет вид

$$\begin{matrix} \alpha_{11} & \tilde{\alpha}_{12} & \tilde{\alpha}_{13} & \alpha^*_{14} & \alpha^*_{15} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha^*_{24} & \alpha^*_{25} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha^*_{34} & \alpha^*_{35} \\ \alpha^{**}_{41} & \alpha^{**}_{42} & \alpha^{**}_{43} & \text{рез} & \text{рез} \\ \alpha^{**}_{51} & \alpha^{**}_{52} & \alpha^{**}_{53} & \text{рез} & \text{рез} \end{matrix}. \tag{14}$$

В разработанном алгоритме сначала производится вычисление интервального номера построчно. В результате для первой комбинации получаем

$$S_1^{\text{стр}} = \left[\frac{\left| \alpha_{11}B_1^* + (\alpha_{12} + \alpha a_{12})B_2^* + (\alpha_{13} + \Delta\alpha_{13})B_3^* + \alpha^*_{14}B_4^* + \alpha^*_{15}B_5^* \right|^+_{P^*_{\text{полн}}}}{P_{\text{раб}}} \right] = \left| S^*_{12} + S^*_{13} \right|^*_{P^*_{\text{конт}}}, \tag{15}$$

где $P^*_{\text{полн}} = \prod_{i=1}^{5} p_i$; $P^*_{\text{конт}} = \prod_{i=4}^{5} p_i$; S^*_{12}, S^*_{13} – интервалы, в которые попадает МК при ошибках $\tilde{\alpha}_{12}$ и $\tilde{\alpha}_{13}$ с глубиной $\Delta\alpha_{12}$, $\Delta\alpha_{13}$ соответственно; B_i^* – ортогональный базис СОК; $i = 1,\ldots,5$.

При наличии двух контрольных оснований p_{n+1} и p_{n+2} код СОК не сможет однозначно определить ошибочные остатки $\tilde{\alpha}_{12}$ и $\tilde{\alpha}_{13}$ и глубину ошибок $\Delta\alpha_{12}$ и $\Delta\alpha_{13}$. Поэтому проводим вычисления других интервалов с использованием дополнительных остатков. Тогда

$$S_2^{\text{стл}} = \left[\frac{\left| \alpha_{21}B_1^* + (\alpha_{12} + \Delta\alpha_{12})B_2^* + \alpha_{33}B_3^* + \alpha^*_{42}B_4^* + \alpha^*_{52}B_5^* \right|^+_{P^*_{\text{полн}}}}{P_{\text{раб}}} \right] = \left| S^*_{12} \right|^*_{P^*_{\text{конт}}}, \tag{16}$$

$$S_3^{\text{стл}} = \left[\frac{\left| \alpha_{31}B_1^* + \alpha_{22}B_2^* + (\alpha_{13} + \Delta\alpha_{13})B_3^* + \alpha^*_{43}B_4^* + \alpha^*_{53}B_5^* \right|^+_{P^*_{\text{полн}}}}{P_{\text{раб}}} \right] = \left| S^*_{13} \right|^*_{P^*_{\text{конт}}}. \tag{17}$$

При выполнении (16) и (17) декодер модулярного турбокода однозначно определит ошибочные остатки $\tilde{\alpha}_{12}$ и $\tilde{\alpha}_{13}$, а также их глубину $\Delta\alpha_{12}$ и $\Delta\alpha_{13}$. Для проверки производится суммирование вычисленных интервальных номеров. В результате получаем

$$\left| S^*_{12} + S^*_{13} \right|^*_{P^*_{\text{конт}}} = S_1^{\text{стр}}. \tag{18}$$

Полученное равенство свидетельствует о том, что результаты, полученные при вертикальных проверках, обнаружили ошибочные остатки $\tilde{\alpha}_{12}$ и $\tilde{\alpha}_{13}$ и определили их глубину. Тогда исправленное значение комбинации определяется

$$A_1 = (\tilde{A}_1 - \Delta a_{12}B_2^* - \Delta a_{13}B_3^*) \bmod P^*_{\text{полн}}. \tag{19}$$

При этом для коррекции пачки ошибок декодеру модулярного турбокода достаточно запомнить интервальных номеров $N = \sum_{i=1}^{n+2}(p_i - 1)$. Благодаря этому модулярный турбокод может исправлять и трехкратные ошибки. Пусть из-за помехи исказились остатки $\tilde{\alpha}_{12}$, $\tilde{\alpha}_{13}$ и $\tilde{\alpha}^*_{14}$. В результате этого при построчной проверке будет получено значение

$$S_1^{\text{стр}} = \left[\frac{\left| \alpha_{11}B_1^* + \tilde{\alpha}_{12}B_2^* + \tilde{\alpha}_{13}B_3^* + \tilde{\alpha}^*_{14}B_4^* + a^*_{15}B_5^* \right|^+_{P^*_{\text{полн}}}}{P_{\text{раб}}} \right] = \left| S^*_{12} + S^*_{13} + S^*_{14} \right|^*_{P^*_{\text{конт}}}. \tag{20}$$

При проведении вертикальных проверок будут получены значения интервальных номеров согласно (16) и (17). Затем декодер турбокода вычисляет

$$\left| S_1^{\text{стр}} - S^*_{12} - S^*_{13} \right|^*_{P^*_{\text{конт}}} = Y. \tag{21}$$

Так как значение $Y = S^*_{14}$ совпадает с интервальным номером ошибочного основания $\tilde{\alpha}^*_{14}$, которое хранится в памяти декодера турбокода, то исправленный код имеет вид

$$A_1 = (\tilde{A}_1 - \Delta a_{12}B_2^* - \Delta a_{13}B_3^* - \Delta a_{14}B_4^*) \bmod P^*_{\text{полн}}. \tag{22}$$

Значит, используя два контрольных основания модулярный турбокод смог исправить пачки ошибок более высокой кратности.

Результаты исследования и их обсуждение

Для оценки эффективности предложенных решений по построению турбокодов СОК был разработан программный комплекс, имитирующий канал связи под воздействием импульсных помех различной длительности, который позволяет провести до 2^{32} независимых экспериментов [9]. С использованием данного программного комплекса, были проведены 10 000 экспериментов. Были заданы вероятности возникновения импульсных помех, искажающих биты комбинаций, затрагивающих одно, два, три основания. В качестве информационных оснований были выбраны модули вида $2^m - 1$, 2^m, $2^m + 1$. При $m = 5$ получаем $p_1 = 31$, $p_2 = 32$, $p_3 = 33$. Рабочий диапазон равен $P_{раб} = 32736$. В качестве избыточных оснований для турбокода были выбраны $p_4 = 37$, $p_5 = 41$. В результате полный диапазон турбокода составляет $P^*_{полн} = 49660512$. Для классического алгоритма исправления двукратных ошибок были выбраны еще два контрольных основания $p_6 = 43$, $p_7 = 41$. Тогда полный диапазон кода СОК с четырьмя контрольными модулями равен $P^*_{полн} = 100363894752$. Вероятность исправления ошибок P рассчитывалась как частное от количества ошибочных кодовых комбинаций $N_{испр}$, которые декодер может исправить, на общее количество ошибок $N_{ош}$, т.е. $P = N_{испр} / N_{ош}$. Результат проведенных исследований эффективности разработанного алгоритма построения модулярного турбокода приведен на рис. 3.

Проведенный анализ показывает, что при возникновении однократных и двукратных ошибок модулярные коды исправляют 100% ошибочных комбинаций. При увеличении кратности ошибок классический МК может исправить 75,2% трехкратных ошибок, а разработанный модулярный турбокод обеспечивает 100% коррекцию данных пачек ошибок. При этом при использовании разработанного модулярного турбокода сокращаются схемные затраты. Так для выбранных информационных и проверочных модулей разрядность обрабатываемых данных составляет 39 разрядов. А при использовании разработанного модулярного турбокода разрядность равна 27 разрядам, что в 1,44 раза меньше.

Заключение

В статье показана актуальность разработки турбокодов на основе кодов СОК. Представлен алгоритм построения модулярного турбокода с двумя контрольными основаниями. Рассмотрены процессы поиска и коррекции пачки ошибок в разработанном модулярном коде. Используя разработанный программный комплекс, были проведены исследования корректирующих способностей модулярного турбокода. Полученные результаты показали, что при возникновении однократных и двукратных ошибок модулярные коды исправляют 100% ошибочных комбинаций. При увеличении кратности ошибок классический МК может исправить 75,2% трехкратных ошибок, а разработанный модулярный турбокод обеспечивает 100% коррекцию данных пачек ошибок. Кроме того, при использовании разработанного модулярного турбокода также сокращаются схемные затраты. Так для выбранных информационных и четырех проверочных модулей разрядность обрабатываемых данных составляет 39 разрядов. А при использовании разработанного модулярного турбокода разрядность равна 27 разрядам, что в 1,44 раза меньше.

Рис. 3. Распределение вероятности верного декодирования МК

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-07-01020.

Список литературы

1. Douillard C., Jezequel M., Berrou C., Brengarth N., Tousch J., Pham N. The turbo code standard for DVB RCS. 11nd International Symposium on turbo codes. Brest, France, Sept. 2016. P. 271–278.

2. Berrou C., Jezequel M. Non binary convolutional codes for turbo coding. Electronics Letters. 1999. Vol. 35. № 1. P. 39–40.

3. Вдовин С.А. Алгоритмы прямой коррекции ошибок и особенности их применения. Турбо-код // Компоненты и технологии. 2016. № 11. С. 76–79.

4. Червяков Н.И., Коляда А.А., Ляхов П.А. Модулярная арифметика и ее приложения в инфокоммуникационных технологиях. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2017. 400 с.

5. Юрданов Д.В. Разработка алгоритма построения турбокодов в системе остаточных классов // Технические системы и технологические процессы: сборник статей по итогам Международной научно-практической конференции (г. Стерлитамак), Уфа: ООО «Агентство международных исследований», 2018. С. 33–36.

6. Ефременков И.Д. Разработка алгоритма контроля и коррекции ошибок в модулярном коде для помехозащищенной запросно-ответной системы распознавания спутника // Фундаментальные проблемы основных направлений научно-технических исследований: материалы Международной научно-практической конференции. Стерлитамак, 2018. С. 43–48.

7. Акушский И.Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. М.: «Советское радио», 1968. 440 с.

8. Шишмарев В.Ю. Надежность технических систем. 2-е изд., испр. и доп. Учебник. М.: Издательство Юрайт, 2019. 289 с.

9. Калмыков И.А., Калмыков М.И. Программа исследования вероятности верного декодирования кодов и турбокодов, построенных в системе остаточных классов, в условиях воздействия импульсных помех // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ от 9 апреля 2019 г. № 201961435.