

СТАТЬИ

УДК 004.8:519.86/.87

**ОБЩИЕ СВОЙСТВА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ
КОМПЛЕКСНЫХ ЭМОЦИЙ РОБОТА****Анисимова С.И.***ФГБОУ ВО «Пермский государственный национальный исследовательский университет»,
Пермь, e-mail: kolsve@mail.ru*

В статье приведена теория комплексных эмоций робота на основе линейных пространств. Сформулирована гипотеза о том, что в ответ на любой стимул-раздражитель у робота всегда возникает не отдельная эмоция, а комплексная эмоция. Сформулированы допущения позволяющие рассмотреть математические модели базовых эмоций робота, аналогичных базовым эмоциям человека, и комплексных эмоций робота. Предложено описание эмоций робота в виде функции. Сформулированы теоремы для комплексных эмоций роботов как элементов линейного пространства. На этой основе введены линейные пространства элементарных воспитаний и воспитаний роботов. Показан изоморфизм линейных пространств комплексных эмоций, комплексных элементарных воспитаний и комплексных воспитаний. Представлены эмоции в виде гармонических функций. Предложен базис линейных пространств гармонических комплексных эмоций и гармонических комплексных воспитаний робота. Сформулированы теоремы, описывающие свойства амбивалентных эмоций робота, как частного случая комплексных эмоций. Сформулированы и доказаны некоторые специфические теоремы для линейного пространства комплексных эмоций, не имеющие аналогов в традиционном представлении – умножение эмоции на элемент поля ограничено случаем, когда элемент поля константа. Введено понятие так называемой базовой эмоции стандартного уровня. Предложен конкретный вид базиса для гармонических эмоций, основанный на базовой эмоции стандартного уровня.

Ключевые слова: линейное пространство, базис, эмоция робота, элементарное воспитание, воспитание роботов**GENERAL PROPERTIES OF MATHEMATICAL MODELS
OF COMPLEX EMOTIONS OF A ROBOT****Anisimova S.I.***Perm State National Research University, Perm, e-mail: kolsve@mail.ru*

The article presents a theory of the complex emotions of a robot based on linear spaces. The hypothesis is formulated that in response to any stimulus-stimulus, a robot does not always have a separate emotion, but a complex emotion. Assumptions allowing to consider mathematical models of basic emotions of the robot, similar to basic emotions of the person, and complex emotions of the robot are formulated. A description of the emotions of the robot as a function is proposed. Theorems for the complex emotions of robots as elements of linear space are formulated. On this basis, linear spaces of elementary education and upbringing of robots are introduced. The isomorphism of linear spaces of complex emotions, complex elementary education and complex education is shown. Presents emotions in the form of harmonic functions. A basis for the linear spaces of harmonic complex emotions and harmonic complex education of the robot is proposed. Formulated theorems describing the properties of the ambivalent emotions of the robot, as a special case of complex emotions. Some specific theorems are formulated and proved for the linear space of complex emotions that have no analogues in the traditional representation – the multiplication of emotions by a field element is limited to the case when the field element is constant. A specific form of the basis for harmonic emotions, based on the basic emotion of the standard level, is proposed. This article presents an example of the physical interpretation of the model of a complex robot emotion similar to human emotions.

Keywords: linear space, basis, emotion of the robot, elementary education, education of robots.

В работе [1] рассматриваются математические модели одиночных эмоций робота, являющихся аналогами эмоций человека. Данная теория может быть использована, например, маркетологами в оценке эмоционального влияния продуктов масс-медиа, владельцами колл-центров для предотвращения соединения разозленного клиента с работниками. Также в работе [1] рассматривается теория комплексных эмоций роботов. В работе [2] рассматриваются математические модели амбивалентных эмоций робота, аналогичных эмоциям человека, которые описывают одновременное появление эмоций разного знака и могут использоваться, например, для моделиро-

вания реакций человека в определенных эмоциональных ситуациях. Эмоциональная амбивалентность – это внутренне противоречивое эмоциональное состояние или переживание, которое связано с двойственным отношением к человеку, предмету, явлению и которое человек одновременно и принимает, и отвергает [3]. Отметим, что амбивалентные эмоции являются вектором состоящим из двух эмоций:

$$A = (M^{[1]}; M^{[2]}),$$

где $M^{[1]} > 0, M^{[2]} < 0$. Недостаток публикаций [1, 2] состоит в том, что понятие комплексных эмоций не раскрывается в до-

статочной мере. Поэтому в [4] предложена математическая модель комплексных эмоций робота. Рассмотрим свойства комплексных эмоций, комплексных элементарных воспитаний и комплексных воспитаний робота.

*Комплексные эмоции
и комплексные воспитания робота*

Выдвинем гипотезу, говорящую о том, что в ответ на любой сюжет-стимул у робота всегда возникает комплексная эмоция. Настоящая статья посвящена изучению свойств комплексных эмоций робота на основе теории линейных пространств [5, 6].

Будем предполагать, что вектор комплексной эмоции представим в виде

$$\bar{M}_j^k(t) = (M_j^{[1]}(t), M_j^{[2]}(t), \dots, M_j^{[n]}(t)),$$

(где $M_j^{[k]}(t)$ – базовая эмоция робота, аналогичная базовой эмоции человека, $[k]$ – порядковый номер базовой эмоции, j – номер такта, $k = \overline{1, n}$) и удовлетворяют следующим допущениям:

1. Базовые эмоции можно измерять по одной и той же шкале.

2. Базовые эмоции можно складывать и умножать. Сложение и умножение базовых эмоций можно определить следующим образом: сложение и умножение эмоций определяет законы зависимости каждой базовой эмоции друг от друга, то есть выдвигаем гипотезу о том, что базовые эмоции зависят друг от друга.

3. Базовые эмоции можно умножать на число.

4. Существует безэмоциональное состояние робота, соответствующее всем нулевым базовым эмоциям $M_j^{[k]} \equiv 0$, $k = \overline{1, n}$.

5. Продолжительность каждой базовой эмоции одинакова, иными словами, величины тактов каждой базовой эмоции равны между собой.

Отметим то, что вещественные функции $f(t)$, определенные на отрезке $[t_{i-1}, t_i]$ и удовлетворяющие условию $f(t_{i-1}) = f(t_i) = 0$, где $t_i > t_{i-1}$ удовлетворяют этим допущениям. Сумма и произведение функций $g(t)$ и $x(t)$, удовлетворяющие свойствам $g(t_{i-1}) = g(t_i) = x(t_{i-1}) = x(t_i) = 0$, являются функциями такого же вида что и $f(t)$, $f(t_{i-1}) = f(t_i) = 0$. Значит, функции $f(t)$ образуют поле.

Так как по определению эмоции [1] удовлетворяют свойству $g(t_{i-1}) = g(t_i) = x(t_{i-1}) = x(t_i) = 0$, то мы можем говорить о линейном пространстве эмоций над полем функций изоморфном пространству вектор-строк размерности n .

Значит, для этого пространства комплексных эмоций можно сформулировать следующие теоремы:

1. В линейном пространстве M существует единственный нулевой элемент. То есть в пространстве M нулевому элементу соответствует безэмоциональное состояние робота.

2. Для каждого элемента существует единственный противоположный элемент. В нашем случае для каждой базовой эмоции $M_j^{[k]}(t)$ существует базовая эмоция $-M_j^{[k]}(t)$ которую можно назвать противоположной базовой эмоцией. Комплексную эмоцию, составленную из базовых эмоций, противоположных данным, будем называть противоположной комплексной эмоцией.

3. При сложении двух любых элементов линейного пространства M их координаты складываются; при умножении произвольного элемента на любое число λ все координаты этого элемента умножаются на λ [5].

4. Линейная комбинация комплексных эмоций является комплексной эмоцией. Доказательство очевидно следует из теоремы 3 и свойства функции:

$$f(t_i) + g(t_i) = f(t_{i-1}) + g(t_{i-1}) = 0.$$

Каждый элемент суммы является базовой эмоцией в смысле приведенном выше.

5. Совокупность линейно независимых элементов e_1, e_2, \dots, e_n пространства M назовем базисом этого пространства, если для каждого элемента $M_j(t)$ пространства M найдутся вещественные функции от параметра «время» $M_j^{[1]}(t), M_j^{[2]}(t), \dots, M_j^{[n]}(t)$, такие, что справедливо равенство

$$\bar{M}_j(t) = M_j^{[1]}(t)e_1 + M_j^{[2]}(t)e_2 + \dots + M_j^{[n]}(t)e_n.$$

Разложение по базису единственно.

6. Если M – линейное пространство размерности n , то любые n линейно независимых элементов этого пространства образуют его базис.

7. Если линейное пространство M имеет базис, состоящий из n элементов, то размерность M равна n .

Рассмотрим элементарное воспитание $r_i^{[k]}$ от базовой эмоции $M_i^{[k]}(t)$. Оно принимает вид $r_i^{[k]} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} M_i^{[k]}(t) dt$. Соответственно,

воспитание от базовой эмоции $M_i^{[k]}$ в виде $R_i^{[k]} = r_i^{[k]} + \Theta_i^{[k]} R_{i-1}^{[k]}$, где $\Theta_i^{[k]}$ коэффициент памяти робота, для базовой эмоции с номером $[k]$, $0 \leq \Theta_i^{[k]} \leq 1$ представленные в работе [1].

Предположим, что базовые эмоции одного типа порождают элементарные воспитания одного типа. Тогда мы можем рассмотреть вектора комплексных элементарных воспитаний $\underline{r}_i = (r_i^{[1]}, r_i^{[2]}, \dots, r_i^{[n]})$ и комплексных воспитаний $\underline{R}_i = (R_i^{[1]}, R_i^{[2]}, \dots, R_i^{[n]})$.

Пусть $z(t)$ и $y(t)$ базовые эмоции. И пусть $\varphi(t) = z(t) + y(t)$, тогда очевидно соотношение $\int_{t_{i-1}}^{t_i} \varphi(t) dt = \int_{t_{i-1}}^{t_i} z(t) dt + \int_{t_{i-1}}^{t_i} y(t) dt$ которое позволяет утверждать, что элементарное воспитание суммы равно сумме элементарных воспитаний от базовой эмоции. Предполагая, что $\lambda_i^{[k]} = \lambda = \text{const}$, можно сформулировать следующее утверждение. Если $z(t) = \lambda y(t)$, то элементарное воспитание произведение равно $\lambda r_i^{[1]} = r_i^{[2]}$.

Таким образом пространство комплексных элементарных воспитаний изоморфно [5] пространству эмоций. Отсюда следует, что теоремы 1–7 справедливы и для пространства комплексных элементарных воспитаний. Безэмоциональное состояние

формирует нулевое воспитание. Линейно независимая комбинация комплексных эмоций будет соответствовать линейно независимой комбинации элементарных воспитаний.

Гармонические эмоции и гармонические воспитания робота

В работе [1] описывается элементарная эмоция в виде гармонической функции.

$$M_i(t) = P_i \sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right),$$

где $t \in [t_{i-1}, t_i], P_i = \text{const}$.

Пусть $\lambda = \lambda(t)$.

Теорема 1

Для гармонических амбивалентных эмоций $\lambda(t) = \text{const}$.

Доказательство

Докажем теорему методом «от противного».

Предположим, что $\lambda(t) \neq \text{const}$, тогда выполняется равенство

$$\lambda(t) P_1 \sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right) = P_2 \sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right).$$

Поскольку P_1, P_2 и $\sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right)$ не равны тождественно нулю, то справедливо соотношение

$$\lambda(t) = \frac{P_2}{P_1} = \text{const}.$$

Последнее равенство, противоречащее исходному предположению, и доказывает теорему.

Предположим, что для всех базовых эмоций $t_i - t_{i-1} = \text{const}$. Тогда сумма двух базовых эмоций будет являться базовой эмоцией. Докажем это утверждение. Справедлива цепочка равенств

$$\begin{aligned} M_{[1]}(t) + M_{[2]}(t) &= P_{[1]} \sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right) + P_{[2]} \sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right) = \\ &= (P_{[1]} + P_{[2]}) \sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right) = P_{[3]} \sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right) = M_{[3]}(t). \end{aligned}$$

Если мы умножим базовую эмоцию на число, то получим базовую эмоцию. Докажем следующую теорему.

Теорема 2

Произведение базовой эмоции на число является базовой эмоцией.

Доказательство

Очевидна цепочка равенств:

$$M_{[1]}(t)\lambda = \lambda \left(P_{[1]} \sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right) \right) = (\lambda P_{[1]}) \sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right) = M_{[2]}(t).$$

Таким образом, теорема доказана.

Очевидно, что безэмоциональное состояние достигается в том случае, если $P = 0$.

Для каждой базовой эмоции

$$M_{[1]}(t) = P_{[1]} \sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right) \quad \text{базовая}$$

$$\text{эмоция} \quad M_{[2]}(t) = P_{[2]} \sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right)$$

будет противоположной, если $P_{[2]} = -P_{[1]}$. Вышеперечисленные свойства дают возможность представлять комплексную эмоцию в виде линейной комбинации других комплексных эмоций.

Естественным базисом будет набор комплексных эмоций

$$e_1 = \left(\sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right), 0, 0, \dots, 0 \right),$$

$$e_2 = \left(0, \sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right), 0, \dots, 0 \right),$$

...

$$e_n = \left(0, 0, 0, \dots, \sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right) \right).$$

Каждая комплексная эмоция этого базиса соответствует воздействию одной базовой эмоции «стандартного уровня», т.е. при $P = 1$.

Одним из базисов в пространстве комплексных элементарных воспитаний, порожденных гармоническими эмоциями, будут элементарные воспитания, сформированные базовыми гармоническими эмоциями:

$$e_1 = \left(2 \frac{t_i - t_{i-1}}{\pi}, 0, 0, \dots, 0 \right),$$

$$e_2 = \left(0, 2 \frac{t_i - t_{i-1}}{\pi}, 0, \dots, 0 \right),$$

...

$$e_n = \left(0, 0, 0, \dots, 2 \frac{t_i - t_{i-1}}{\pi} \right).$$

Предположим, что коэффициент памяти робота является постоянным для всех воспитаний, порожденных одним типом элементарных воспитаний, т.е. $\Theta_i^{[k]} = \Theta^{[k]}$. Поскольку формула воспитания $R_i^{[k]} = r_i^{[k]} + \Theta_i^{[k]} R_{i-1}^{[k]}$ задает однозначное соответствие между элементарными воспи-

таниями и воспитаниями (притом $r_i^{[1]} + r_i^{[2]}$ соответствует $R_i^{[1]} + R_i^{[2]}$), то пространство воспитаний изоморфно пространству элементарных воспитаний. Это дает нам возможность применять теоремы 1–7 для описания свойств воспитаний.

Таким образом, можно перечислить следующие общие свойства математических моделей комплексных эмоций робота:

1. Комплексные эмоции удовлетворяют свойствам изоморфизма линейных пространств.

2. Любую комплексную эмоцию можно представить как линейную комбинацию базиса, описывающего базовые эмоции.

3. Гармоническую комплексную эмоцию можно представить как линейную комбинацию базисных гармонических эмоций, имеющих вид

$$e_1 = \left(\sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right), 0, 0, \dots, 0 \right),$$

$$e_2 = \left(0, \sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right), 0, \dots, 0 \right),$$

...

$$e_n = \left(0, 0, 0, \dots, \sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right) \right).$$

Аналогично можно перечислить общие свойства математических моделей воспитаний и элементарных воспитаний:

1. Воспитания и элементарные воспитания удовлетворяют свойствам изоморфизма линейных пространств.

2. Воспитания можно представить как линейную комбинацию базиса воспитаний.

3. Элементарные воспитания можно представить как линейную комбинацию базиса элементарных воспитаний.

Заключение

Таким образом, в статье адаптированы теоремы о базисе линейных пространств к представлению комплексных эмоций и комплексных воспитаний робота, предложен вид базиса линейных пространств гармонических комплексных эмоций и гармонических комплексных воспитаний робота, приведены примеры представления гармонических комплексных эмоций и воспитаний через эти базисы.

Согласно гипотезе, сформулированной в настоящей статье и говорящей о том, что на любой стимул-раздражитель в ответ возникает не одна базовая эмоция, а комплекс-

ная эмоция, возможно более адекватное описание поведения робота при встрече с неизвестным объектом. При этом эмоциональные роботы с комплексными эмоциями могут быть использованы в системах принятия решений.

Предлагаемая адаптация теорем имеет широкую область практического применения. Эмоции показывают окружающим внутреннее состояние человека и его реакцию на определенные ситуации. На одни и те же ситуации люди реагируют по-разному, а эмоции помогают определить реакцию. Роботы с комплексными эмоциями, на наш взгляд, смогут более реалистично представлять реакцию на разные ситуации.

Отметим то, что адаптированные теоремы линейных пространств к описанию комплексных эмоций позволяют описывать более частный случай реакции на внешние стимулы – амбивалентные эмоции робота.

В качестве одного из аналогов психологии поведения живых существ можно использовать робота с гармоническими комплексными эмоциями, описанными в настоящей статье. Согласно предложенным теоремам, адаптированным к такого

типа эмоциям, и предложенному базису пространства комплексных гармонических эмоций можно описать любую комплексную гармоническую и амбивалентную гармоническую эмоцию робота как линейную комбинацию базовых гармонических эмоций. Это позволит, на наш взгляд, без большого труда компьютеризировать эмоциональное поведение робота, являющегося аналогом живого существа.

Список литературы

1. Пенский О.Г., Шарапов Ю.А., Ощепкова Н.В. Математические модели роботов с неабсолютной памятью и приложения моделей. Пермь: Перм. гос. нац. исслед. ун-т, 2018. 310 с.
2. Шафер А.Е. Математические модели гармонических амбивалентных псевдоэмоций робота // Современные наукоемкие технологии. 2017. № 4. С. 56–59.
3. Блейлер Э. Руководство по психиатрии. М.: Независимая психиатрическая ассоциация, 1993. 576 с.
4. Пенский О.Г., Анисимова С.И. Математические модели комплексных эмоций и комплексных воспитаний робота // Современные наукоемкие технологии. 2018. № 12. С. 343–346.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. 280 с.
6. Хватцев А.А. Линейные операторы: учебное пособие. Псков: Псковский государственный университет, 2017. 76 с.