

УДК 004.94

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО АДМИНИСТРИРОВАНИЯ ШИРОКОПОЛОСНЫХ БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ

Ку Дык Тоан, Нуриев Н.К., Печень Е.А., До Шон Ха, Нгуен Нгок Куинь
ФГБОУ ВО «Казанский национальный исследовательский технологический университет»,
Казань, e-mail: toancdit@gmail.com

В данной статье приведены результаты исследования, моделирующего систему подключения к сети Wi-Fi на основе аналитической работы, исследования моделей циклической системы поллинга с двумя или более очередями и услугами очередей выше порогового значения. Был представлен анализ модели циклической (опросной) системы, адекватно описывающей широкополосные беспроводные сети WiFi и WiMax. Очереди обслуживаются в соответствии со всеобъемлющей пороговой дисциплиной, что означает, что очередь обслуживается, если ее длина превышает предварительно определенный порог. Если длины всех очередей недостаточно для начала обслуживания, сервер прекратит голосование, пока некоторые из них не наберут необходимое количество клиентов. Опираясь на стационарное распределение вероятностей состояний системы опроса, были установлены основные характеристики производительности, такие как средняя длина очереди, вероятность отказа. В статье построены имитационные моделирования системы подключения к сети Wi-Fi на основе имитационных систем массового обслуживания с двумя очередями. На графиках представлены результаты моделирования, демонстрирующие зависимость длин очередей от числа пользователей. Достоверность результатов представлена в статье на основе использования методов математического имитационного моделирования, что соответствует поставленным в работе целям и задачам.

Ключевые слова: беспроводные сети, системы поллинга, заявки, очереди, сервер, математическая модель

MATHEMATICAL AND IMITATION MODELING OF EFFECTIVE ADMINISTRATION BROADBAND WIRELESS NETWORKS

Cu Duc Toan, Nuriev N.K., Pecheny E.A., Do Son Ha, Nguyen Ngoc Quynh
Federal State Budget Educational Institution of Higher Education
«Kazan National Research Technological University», Kazan, e-mail: toancdit@gmail.com

This article presents the results of a study that simulates a Wi-Fi connection system based on analytical work, a study of models for a cycling polling system with two or more queues and queuing services above the threshold value. The analysis of the model for a cyclical (polling) system that adequately describes the broadband wireless networks WiFi and WiMax was presented. Queues are serviced according to a comprehensive threshold discipline, which means that a queue is serviced if its length exceeds a predefined threshold. If the length of all the queues is not enough to start the service, the server will stop voting until some for them receive the required number of clients. Based on the stationary probability distribution of the states for the polling system, the main performance characteristics were established, such as the average queue length, the probability of failure. The article contains simulation simulations for a Wi-Fi network connection system based on two-queue simulation queuing systems. The graphs show simulation results that demonstrate the dependence of queue lengths on the number of users. The reliability of the results is presented in the article based on the use for the methods of mathematical simulation, which correspond to the goals and objectives set in the work.

Keywords: wireless networks, polling system, applications, queues, server, mathematical model

Рост сотовых технологий во всем мире последние годы происходит высокими темпами. В настоящее время около 5 млрд человек получают услуги беспроводной связи. Развитие сетевых технологий обычно делится на несколько поколений. Основной причиной этого роста является недорогая вычислительная мощность, которая приводит к доступным адаптерам беспроводной локальной сети WLAN (Wireless Local Area Network) и точкам доступа. Технологии и алгоритмы, используемые в различных поколениях сетей WLAN, также способствовали постепенному улучшению их производительности. Беспроводная локальная сеть (WLAN) в настоящее время является одной из наиболее востребованных технологий для беспроводного широкополосного доступа. Значительное повышение интереса к моделям систем поллинга обусловлено быстрым развитием широкополосных беспроводных сетей переда-

чи данных. Был представлен анализ модели циклической (опросной) системы, адекватно описывающей широкополосные беспроводные сети WiFi и WiMax [1]. Более интересным с точки зрения приложений является случай, когда сервер не опрашивает непрерывно очереди, а уходит на отдых, когда очереди имеют недостаточное для обслуживания число заявок, и рассмотрим основную систему поллинга с исчерпывающим обслуживанием, но в предположении, что время обслуживания в очередях распределено экспоненциально. Данная статья посвящена разработке математической модели и исследования эффективного управления широкополосными беспроводными сетями [2]. Пример отработки модели имитационной модели системы подключения к сети Wi-Fi при экспоненциальном законе распределения обеих очередей и равномерном законе распределения заявок в законе распределения появления

абонентов представлены экспериментами на основе аналитической работы.

Описание математической модели

Модель – циклическая система поллинга [3, 4], которая имеет один сервер и N очередей ($N \geq 2$), неограниченное место ожидания. В этом с параметром λ_i , $i = \overline{1, N}$ – поток заявок в i -ю очередь является простейшим потоком, интенсивность поступления заявок очередей должна быть выше порогового значения (k_i для i -й очереди), $k_i \geq 0$, $i = \overline{1, N}$, очередь будет обслуживаться. До обслуживания i -й очереди для сервера является необходимым экспоненциально распределенное (параметр s_i), случайное время на разогрев. Когда в i -й очереди, время обслуживания заявок [5, 6] (параметр μ_i , $i = \overline{1, N}$) подчиняется экспоненциальному распределению. Пусть система функционирует в стационарном режиме и исследуем

ее поведение в произвольный момент времени [1]. Вообще говоря, случайный процесс $\xi(t) = (m(t), i(t), n(t))$, $t \geq 0$, и $m(t) = 0$ в момент t , простое сервера и все еще в момент t , что: $m(t) = 1$ при сервер подключается, $m(t) = 2$ при сервер занимается обслуживанием, $t \geq 0$; $i(t)$ – является номером очереди, которые сервер может обработать за это время t , $i(t) = 0$ с текущим сервером не работает; $n(t) = (n_1(t), n_2(t), \dots, n_N(t))$, $n_j(t)$ – является количеством заявок в j -й очереди в момент времени t , $t \geq 0$, $j = \overline{1, N}$. Случайный процесс $\xi(t)$, $t \geq 0$ относится к марковским. При условии $\rho = \sum_{i=1}^N \rho_i < 1$ является загрузкой системы поллинга, где $\rho_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i}$, $i = \overline{1, N}$ является загрузкой i -й очереди, и $\rho < 1$ является выполненным, вероятности процесса $\xi(t)$, $t \geq 0$:

$$\begin{aligned} a(r) &= \lim_{t \rightarrow \infty} P \{m(t) = 0, i(t) = 0, n(t) = r\}, 0 \leq r_m \leq k_m, m = \overline{1, N}, \\ p_i(r) &= \lim_{t \rightarrow \infty} P \{m(t) = 1, i(t) = i, n(t) = r\}, r_m \geq 0, m = \overline{1, N}, m \neq i, r_i \geq k_i, \\ q_i(r) &= \lim_{t \rightarrow \infty} P \{m(t) = 2, i(t) = i, n(t) = r\}, r_m \geq 0, m = \overline{1, N}, m \neq i, r_i \geq 0, \\ & r = (r_1, r_2, \dots, r_N), i = \overline{1, N}. \end{aligned}$$

Тогда систему уравнений равновесия для стационарных вероятностей можно записать в соответствии со следующими формулами:

$$\lambda a(r) = \sum_{j=1}^N \lambda_j a(r - e_j) I_{\{r_j > 0\}} + \sum_{j=1}^N \mu_j q_j(r + e_j) I_{\{r_j = 0\}}, r_1 < k_1, \dots, r_N < k_N, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} (\lambda + \mu_i) q_i(r) &= \sum_{j=1}^N \lambda_j q_i(r - e_j) I_{\{r_j > \delta_{ij}\}} + \mu_i q_i(r + e_i) + s_i p_i(r) I_{\{r_i \geq k_i\}}, \\ & r_1 \geq 0, \dots, r_N \geq 0, r_i > 0, i = \overline{1, N}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} (\lambda + s_i) p_i(r) &= \sum_{j=1}^N \lambda_j p_i(r - e_j) I_{\{r_j > k_j \delta_{ij}\}} + \mu_{i-1} q_{i-1}(r + e_{i-1}) I_{\{r_{i-1} = 0\}} + \\ & + \lambda_i a(r_1, \dots, r_{i-1}, k_i - 1, r_{i+1}, \dots, r_N) I_{\{r_1 < k_1, \dots, r_{i-1} < k_{i-1}, r_i = k_i, r_{i+1} < k_{i+1}, \dots, r_N < k_N\}} + \sum_{j=1}^{i-2} \mu_j q_j(r + e_j) I_{\{r_j = 0, r_{j+1} < k_{j+1}, \dots, r_{i-1} < k_{i-1}\}} + \\ & + \sum_{j=i+1}^N \mu_j q_j(r + e_j) I_{\{r_j = 0, r_{j+1} < k_{j+1}, \dots, r_N < k_N, r_i < k_i, \dots, r_{i-1} < k_{i-1}\}}, \\ & r_1 \geq 0, \dots, r_N \geq 0, r_i \geq k_i, i = \overline{1, N}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\lambda = \sum_{i=1}^N \lambda_i$, e_j является вектором строкой, элементы которой принимают значение «ноль» кроме j -го, принимающего значение «единица», $j = \overline{1, N}$; $I_{\{A\}}$ равен 1 в случае выполнения условия A , иначе $I_{\{A\}} = 0$, δ_{ij} является символом Кронекера, $\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases}$. Тогда получите

$$\sum_{r_1=0}^{k_1-1} \dots \sum_{r_N=0}^{k_N-1} a(r) + \sum_{i=1}^N \sum_{r_1=\delta_{i1}}^{\infty} \dots \sum_{r_N=\delta_{iN}}^{\infty} q_i(r) + \sum_{i=1}^N \sum_{r_1=k_1\delta_{i1}}^{\infty} \dots \sum_{r_N=k_N\delta_{iN}}^{\infty} p_i(r) = 1.$$

Необходимо ввести производящие функции:

$$A(z) = \sum_{r_1=0}^{k_1-1} \dots \sum_{r_N=0}^{k_N-1} a(r) z_1^{r_1} \dots z_N^{r_N}, \quad Q_i(z) = \sum_{r_1=\delta_{i1}}^{\infty} \dots \sum_{r_N=\delta_{iN}}^{\infty} q_i(r) z_1^{r_1} \dots z_N^{r_N},$$

$$P_i(z) = \sum_{r_1=k_1\delta_{i1}}^{\infty} \dots \sum_{r_N=k_N\delta_{iN}}^{\infty} p_i(r) z_1^{r_1} \dots z_N^{r_N}, \quad i = \overline{1, N},$$

$$z = (z_1, \dots, z_N), |z_1| \leq 1, \dots, |z_N| \leq 1,$$

Выполнив умножение выражений и расчеты, отсюда получите

$$A(z) \sum_{m=1}^N \lambda_m a(1-z_m) + \sum_{j=1}^N P_j(z) \left[\sum_{m=1}^N \lambda_m (1-z_m) + s_j \right] = \sum_{j=1}^N \mu_j Q_j(z_j^0), \quad (4)$$

$$Q_i(z) = \frac{-\mu_i Q_i(z_i^0) + s_i z_i P_i(z)}{\sum_{m=1}^N \lambda_m (1-z_m) z_i + \mu_i (z_i - 1)}, \quad i = \overline{1, N}, \quad (5)$$

где $z_i^0 = (z_1, \dots, z_{i-1}, 0, z_{i+1}, \dots, z_N)$.

Так как производящая функция $Q_i(z)$ в области $\{(z_1, \dots, z_N) : |z_1| < 1, \dots, |z_N| < 1\}$ является аналитичной. Отсюда

$$\sum_{m=1}^N \lambda_m (1-z_m) z_i + \mu_i (z_i - 1) = 0 \text{ при } z_i = v_i(z_i^-),$$

где

$$v(z_i^-) = \frac{1}{2\lambda_i} \left(b_i(z_i^-) - \sqrt{b_i(z_i^-)^2 - 4\lambda_i \mu_i} \right),$$

$$z_i^- = (z_1, \dots, z_{i-1}, z_{i+1}, \dots, z_N),$$

$$b_i(z_i^-) = \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^N \lambda_m (1-z_m) + \lambda_i + \mu_i, \quad i = \overline{1, N}.$$

При этом $|v_i(z_i^-)| < 1$.

Числитель правой части (5) также должен принимать нулевое значение в точке $z_i = v_i(z_i^-)$ и

$$Q_i(z_i^0) = \frac{s_i}{\mu_i} v_i(z_i^-) P_i(z_1, \dots, z_{i-1}, v_i(z_i^-), z_{i+1}, \dots, z_N).$$

Если принять за R_i количество мест для ожидания в i -й очереди, $i = \overline{1, N}$, то систему уравнений (1), (2), (3) для стационарных вероятностей состояний системы можно записать следующим образом:

$$\lambda a(r) = \sum_{j=1}^N \lambda_j a(r - e_j) I_{\{r_j > 0\}} + \sum_{j=1}^N \mu_j q_j(r + e_j) I_{\{r_j = 0\}},$$

$$r_1 < k_1, \dots, r_N < k_N, \quad (6)$$

$$\left(\sum_{m=1}^N \lambda_m I_{\{r_m < R_m\}} + \mu_i \right) q_i(r) = \sum_{j=1}^N \lambda_j q_i(r - e_j) I_{\{r_j > \delta_{ij}\}} + \mu_i q_i(r + e_i) I_{\{r_i < R_i\}} + s_i p_i(r) I_{\{r_i \geq k_i\}}, 0 \leq r_m \leq R_m, m = \overline{1, N}, m \neq i, 1 \leq r_i \leq R_i, i = \overline{1, N}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \left(\sum_{m=1}^N \lambda_m I_{\{r_m < R_m\}} + s_i \right) p_i(r) &= \sum_{j=1}^N \lambda_j p_i(r - e_j) I_{\{r_j > k_i \delta_{ij}\}} + \\ &+ \lambda_i a(r_1, \dots, r_{i-1}, k_i - 1, r_{i+1}, \dots, r_N) I_{\{r_1 < k_1, \dots, r_{i-1} < k_{i-1}, r_i = k_i, r_{i+1} < k_{i+1}, \dots, r_N < k_N\}} + \\ &+ \mu_{i-1} q_{i-1}(r + e_{i-1}) I_{\{r_{i-1} = 0\}} + \sum_{j=1}^{i-2} \mu_j q_j(r + e_j) I_{\{r_j = 0, r_{j+1} < k_{j+1}, \dots, r_{i-1} < k_{i-1}\}} + \\ &+ \sum_{j=i+1}^N \mu_j q_j(r + e_j) I_{\{r_j = 0, r_{j+1} < k_{j+1}, \dots, r_N < k_N, r_i < k_i, \dots, r_{i-1} < k_{i-1}\}}, \\ &0 \leq r_m \leq R_m, m = \overline{1, N}, m \neq i, 1 \leq r_i \leq R_i, i = \overline{1, N}. \end{aligned} \quad (8)$$

Выполнив замену одного из уравнений системы (6)–(8) на условие нормировки для стационарных вероятностей:

$$\sum_{r \in \Lambda} a(r) + \sum_{i=1}^N \sum_{r \in \Pi_i} q_i(r) + \sum_{i=1}^N \sum_{r \in X_i} p_i(r) = 1,$$

где $\Lambda = \{(r_1, \dots, r_N) : r_m < k_m, m = \overline{1, N}\}$,

$$\Pi_i = \{(r_1, \dots, r_N) : 0 < r_i \leq R_i, 0 < r_m \leq R_m, m = \overline{1, N}, m \neq i\},$$

$$X_i = \{(r_1, \dots, r_N) : k_i \leq r_i \leq R_i, 0 < r_m \leq R_m, m = \overline{1, N}, m \neq i\}, i = \overline{1, N},$$

можно получить систему уравнений относительно $\sum_{i=1}^N (2R_i - k_i + 1) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N (R_j + 1) + \prod_{j=1}^N k_j$ неизвестных. После этого:

$$L_i^j = \sum_{r \in \Pi_i} (r_j - \delta_{ij}) q_i(r), i, j = \overline{1, N}; S_i^j = \sum_{r \in X_i} r_j p_i(r), i, j = \overline{1, N};$$

$$U^j = \sum_{r \in \Lambda} r_j a(r), j = \overline{1, N}; \bar{a} = \sum_{r \in \Lambda} a(r).$$

В котором: L_i^j , S_i^j , U^j по порядку, средняя длина j -й очереди в момент: обслуживания i -й очереди, подключения к i -й очереди, когда сервер простаивает и \bar{a} – средней доли простаивающего сервера в единицу времени сервера.

Вероятность P_{lost}^j потери заявки, которая поступает в j -ю очередь, представляет из себя вероятность отсутствия в j -й очереди мест для ожидания в произвольный момент времени (количество заявок в ней составляет R_j):

$$P_{lost}^j = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \sum_{r \in \Pi_i} q_i(r) I_{\{r_j = R_j\}} + \sum_{i=1}^N \sum_{r \in X_i} p_i(r) I_{\{r_j = R_j\}}, j = \overline{1, N}.$$

Исследование имитационного моделирования системы подключения к сети Wi-Fi

На основании вышеизложенной математической модели была разработана имитационная модель системы подключения к сети Wi-Fi в среде Microsoft Visual Studio 2015 на языке C# [7]. Входными данными для модели являются:

1. Закон распределения появления абонентов (равномерный или экспоненциальный).

2. Интенсивность появления абонентов (случайная величина).
3. Время, необходимое для подключения абонента (случайная величина).
4. Число каналов (буферов).
5. Пороговое значение очереди.
6. Максимальное значение очереди.
7. Количество пользователей.

Результаты моделирования

При запуске программы на экране появляется главное окно программы, выбор пункта «Настройки моделирования», и пример настроек модели представлен на рис. 1. Минимальное значение равно единице и соответствует режиму реального времени [7]. Необходимо установить: максимальное значение составляет 1000. Введенные значения будут определять количество секунд

для моделирования модели, каждое входное значение будет соответствовать количеству секунд реального времени.

Ввода входных параметров в настройки моделирования, затем нажмите кнопку «Сохранить и закрыть» и попросите нажать кнопку «СТАРТ», после чего запускается процесс моделирования. Результаты и графики работы модели приведены на рис. 2.

Пример отработки модели имитационной модели системы подключения к сети Wi-Fi при экспоненциальном законе распределения обеих очередей и равномерном законе распределения заявок в законе распределения появления абонентов представлены экспериментами. Предположим, что входные параметры не меняются, меняется только «Интенсивность поступления заявок», его результаты в таблице.

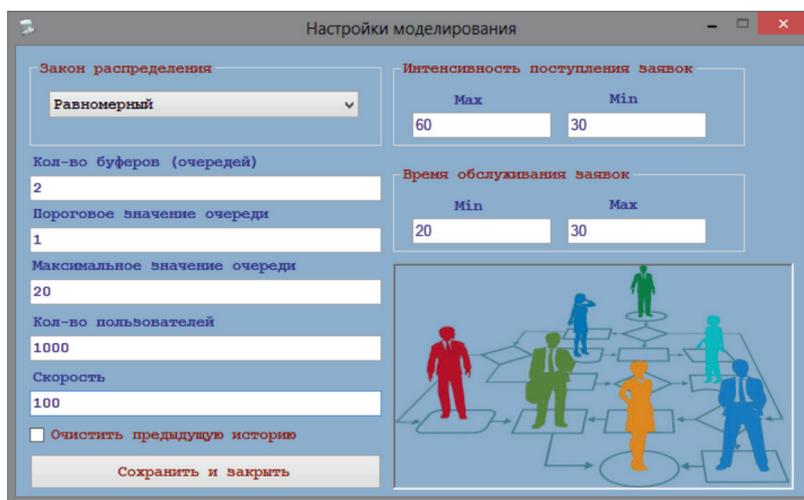


Рис. 1. Настройки моделирования

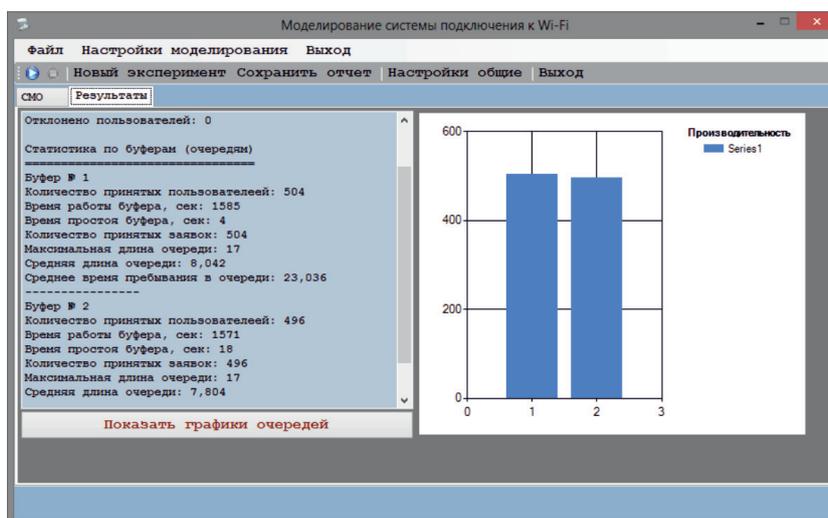


Рис. 2. Результаты моделирования, на графике показано количество принятых заявок

Результаты имитационного моделирования системы подключения к сети Wi-Fi

Выходной параметр (Результаты моделирования)	ЭКСПЕРИМЕНТЫ							
	1		2		3		4	
	$\lambda_{\max}=60$	$\lambda_{\min}=10$	$\lambda_{\max}=55$	$\lambda_{\min}=20$	$\lambda_{\max}=50$	$\lambda_{\min}=30$	$\lambda_{\max}=40$	$\lambda_{\min}=15$
	Количество буферов (очереди)							
	1	2	1	2	1	2	1	2
Количество принятых пользователей	574	426	511	490	508	492	541	459
Время работы буфера, с	4147	4002	2172	2120	1616	1575	2832	2762
Время простоя буфера, с	119	264	19	71	8	49	65	135
Количество принятых заявок	574	426	511	490	508	492	541	459
Максимальная длина очереди	5	4	8	7	10	9	7	6
Средняя длина очереди	2,343	2,014	3,691	3,429	4,628	4,407	2,943	2,717
Среднее время пребывания в очереди	12,343	11,371	13,282	11,753	13,154	11,665	12,305	11,416

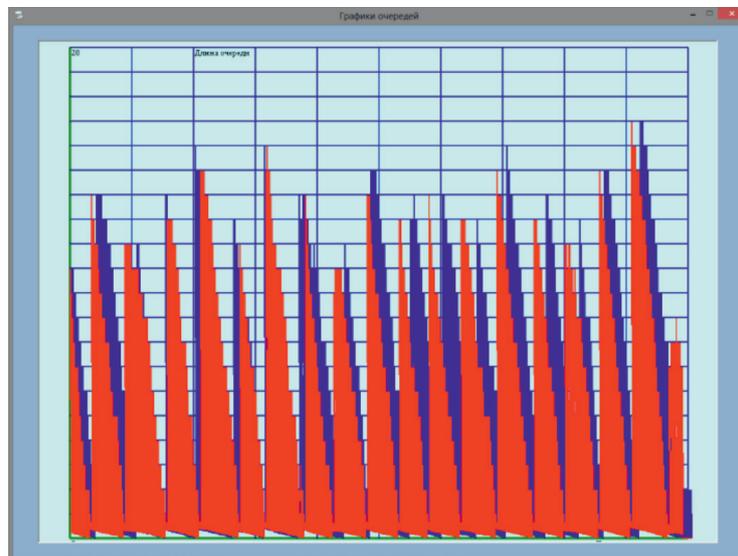


Рис. 3. На графике показана длина двух очередей

Численные эксперименты показывают, что графические результаты моделирования (а именно длин очередей в соответствии с появлением пользователей) приведены на рис. 3 (синим цветом показано изменение очереди первого буфера, красным – второго).

Выводы

Построены имитационные моделирование системы подключения к сети Wi-Fi на основе имитационных систем массового обслуживания с двумя очередями. Графические результаты моделирования, а именно длин очередей в соответствии с появлением пользователей.

Данная работа посвящена разработке математических моделей для исследования эффективного администрирования широкополосных беспроводных сетей.

Список литературы

1. Вишневецкий В.М., Семенова О.В. Системы поллинга: теория и применение в широкополосных беспроводных сетях. М.: Техносфера, 2007. 312 с.
2. Вишневецкий В.М., Лаконцев Д.В., Семенова О.В., Шпилев С.А. Модель системы поллинга для исследования широкополосных беспроводных сетей // Автоматика и телемеханика. 2006. № 12. С. 123–135.
3. Boon M.A., Van Der Mei R.D., Winands E.M. Applications of polling systems. Surveys in Operations Research and management Science. 2011. Vol. 16. № 2. P. 67–82.
4. Dorsman J.-P.L., Borst S.C., Boxma O.J., Vlasiou M. Markovian polling systems with an application to wireless random-access networks. Performance Evaluation. 2015. Vol. 85. P. 33–51.
5. Печеный Е.А., Муршед Ф.А., Нуриев Н.К. Моделирование эффективного администрирования поллинговых систем с ограниченным временем жизни заявок // Современные наукоемкие технологии. 2018. № 7. С. 77–83.
6. Муршед Ф.А., Обади А.А., Аль-Хашеми А.А. Использование имитационного моделирования для администрирования систем массового обслуживания // Вестник Казанского технологического университета. 2017. Т. 20. № 1. С. 125–127.
7. Ку Дык Тоан, Нгуен Нгюк Куинь. Разработка математической модели и программного модуля для организации беспроводного доступа в интернет // Вестник Казанского технологического университета. 2018. Т. 21. № 1. С. 127–132.