

УДК 004.052.2

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МНОГОКАНАЛЬНОЙ СИСТОЛИЧЕСКОЙ МАТРИЦЫ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ТЕОРЕТИКО-ЧИСЛОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ СИГНАЛОВ В ПОЛИНОМИАЛЬНОМ МОДУЛЯРНОМ КОДЕ

<sup>1</sup>Калмыков М.И., <sup>1</sup>Топоркова Е.В., <sup>1</sup>Степанова Е.П.,  
<sup>1</sup>Волошин Е.А., <sup>1</sup>Проворнов И.А., <sup>2</sup>Тынчеров К.Т.

<sup>1</sup>ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет», Ставрополь, e-mail: kia762@yandex.ru;

<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Уфимский государственный нефтяной технический университет», Октябрьский

Методы и алгоритмы цифровой обработки сигналов (ЦОС) постоянно расширяют сферу своего применения. Особенно наглядно это проявляется в стандартах IEEE 802.11, на основе которых построено большинство беспроводных систем передачи информации. В основе технологии OFDM лежит ортогональное дискретное преобразование Фурье (ДПФ) и также его быстрые алгоритмы вычисления. Однако ДПФ имеет ряд недостатков, которые снижают эффективность технологии OFDM. К ним можно отнести использование комплексных чисел в качестве поворачивающих коэффициентов ДПФ. Во-первых, это приводит к увеличению схемных затрат на реализацию ортогональных преобразований сигналов. Во-вторых, использование синусов и косинусов для выполнения ДПФ приводит к аддитивным и мультипликативным погрешностям. Для устранения отмеченных недостатков в статье предлагается использовать теоретико-числовые преобразования (ТЧП), которые реализуются в полиномиальном модулярном коде (ПМК). Повысить скорость выполнения ТЧП в ПМК возможно за счет применения систолических принципов вычислений. Поэтому разработка математической модели многоканальной систолической матрицы для выполнения теоретико-числовых преобразований сигналов в полиномиальном модулярном коде является актуальной задачей. Целью статьи является повышение скорости вычисления ТЧП за счет разработки математической модели многоканальной систолической матрицы, функционирующей в полиномиальном модулярном коде.

**Ключевые слова:** ортогональные преобразования сигналов, дискретное преобразование Фурье, систолические алгоритмы, теоретико-числовое преобразование, полиномиальный модулярный код

## DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL OF THE MULTICHANNEL SYSTOLIC MATRIX TO PERFORM THE NUMBER-THEORETIC TRANSFORMATIONS OF SIGNALS IN POLYNOMIAL MODULAR CODE

<sup>1</sup>Kalmykov M.I., <sup>1</sup>Toporkova E.V., <sup>1</sup>Stepanova E.P.,  
<sup>1</sup>Voloshin E.A., <sup>1</sup>Provornov I.A., <sup>2</sup>Tyncherov K.T.

<sup>1</sup>Federal State Autonomous Educational Institution Higher Professional Education  
«North-Caucasian Federal University», Stavropol, e-mail: kia762@yandex.ru;

<sup>2</sup>Branch of Ufa State Petroleum Technological University, Oktyabrsky

Methods and algorithms of digital signal processing (DSP) are constantly expanding their scope. This is especially evident in the standards of IEEE 802.11, on the basis of which the majority of wireless information transmission systems are built. The OFDM technology is based on the orthogonal discrete Fourier transform (DFT) and its fast calculation algorithms. However, DFT has a number of drawbacks that reduce the efficiency of the OFDM technology. These include the use of complex numbers as the turning coefficients of DFT. First, this leads to an increase in circuit costs for the implementation of orthogonal signal transformations. Second, the use of sine and cosines to perform DFT results in additive and multiplicative errors. To eliminate these shortcomings, the article proposes to use the theoretical – numerical transformations (TNT), which are implemented in the polynomial modular code (PMC). It is possible to increase the speed of TNT in PMC due to the application of systolic calculation principles. Therefore, the development of a mathematical model of a multichannel systolic matrix to perform the theoretical and numerical transformations of signals in the polynomial modular code is an urgent task. The aim of the article is to increase the speed of TNT calculation by developing a mathematical model of a multichannel systolic matrix functioning in a polynomial modular code.

**Keywords:** orthogonal signal transformations, discrete Fourier transform, systolic algorithms, number-theoretic transformation, polynomial modular code

Характерной чертой современных достижений в сфере инфотелекоммуникаций является широкое применение алгоритмов и методов цифровой обработки сигналов (ЦОС). Так, в работах [1, 2] показана реализация методов ЦОС в системах космической связи. Применение данных методов позволяет повысить помехоустойчивость в условиях мелких неоднородностей. В ра-

ботах [3, 4] рассматривается использование методов ЦОС при выполнении цифровой фильтрации. В работах [5, 6] показана перспективность использования ортогональных преобразований сигналов в системах OFDM. Применение дискретного преобразования Фурье (ДПФ) и его быстрых алгоритмов в системах передачи информации, использующих стандарты IEEE 802.11, по-

зволяет повысить скорость передачи данных при наиболее эффективном использовании радиочастотного ресурса. Однако быстрое преобразование Фурье (БПФ) характеризуется рядом недостатков, которые приводят к повышению схемных затрат и снижению точности выполнения ортогональных преобразований сигналов. Устранить такие недостатки возможно за счет использования теоретико-числовых преобразований (ТЧП), которые реализуются в полиномиальном модулярном коде (ПМК). Использование целочисленных вычислений в ПМК позволяет устранить ошибки округления и обеспечить преобразование сигнала при меньших схемных затратах. Повысить скорость выполнения ТЧП в ПМК возможно за счет применения систолических принципов вычислений. Поэтому разработка математической модели многоканальной систолической матрицы для выполнения теоретико-числовых преобразований сигналов в полиномиальном модулярном коде является актуальной задачей.

Известно, что использование целочисленных ортогональных преобразований

сигналов, в частности теоретико-числовых преобразований, позволяет устранить ошибки округления, которые вызваны тригонометрическими поворачивающими коэффициентами ДПФ и БПФ. Кроме того, использование полиномиального модулярного кода приводит к повышению скорости выполнения ТЧП за счет распараллеливания вычислений на уровне арифметических модульных операций и использования табличной реализации [7]. Дальнейшее повышение скорости выполнения ТЧП возможно за счет применения параллельно-конвейерных вычислений, использующих систолические принципы построения. Поэтому целью статьи является повышение скорости вычисления ТЧП за счет разработки математической модели многоканальной систолической матрицы, функционирующей в ПМК.

### Материалы и методы исследования

В настоящее время при выполнении ортогональных преобразований сигналов широко используются быстрые преобразования Фурье, которые задаются выражением

$$X(s) = \sum_{n=0}^{N/2-1} x_{v-1,0}(n)W_N^{2nk} + \sum_{n=0}^{N/2-1} x_{v-1,1}(n)W_N^{2(n+1)k}, \quad (1)$$

где  $x_{v-1,0}(n) = x(2nT)$  и  $x_{v-1,1}(n) = x((2n+1)T)$  – отсчеты входного вектора, имеющие четные и нечетные номера соответственно;  $W_N^2 = e^{-\frac{2\pi}{N/2}}$  – поворачивающие коэффициенты БПФ.

Анализ выражения (1) показывает, что использование косинусов и синусов в качестве поворачивающих коэффициентов  $W_N$  приводит к значительным погрешностям округления. Устранить данный недостаток позволяет целочисленное ортогональное преобразование ТЧП. В этом случае снимаемый на выходе АЦП входной вектор  $x(n)$  представляет собой множество элементов поля  $GF(M)$ . Тогда спектральные коэффициенты ТЧП определяются как

$$X(s) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)\beta^{sn} \bmod M, \quad (2)$$

где  $s = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ;  $\beta = \sqrt[N]{1}$  – порождающий элемент поля Галуа с характеристикой  $M$ . Ортогональные преобразования сигналов также можно выполнить в полях  $GF(p^v)$

$$X^s(z) = \sum_{n=0}^{d-1} x^n(z)\beta^{ns}(z) \bmod p(z), \quad (3)$$

где  $X^s(z)$  –  $s$ -я спектральная составляющая сигнала;  $x^n(z)$  –  $n$ -й входной отсчет;  $d = 2^v - 1$ .  $s = 0, \dots, d-1$ .

Повысить скорость выполнения ТЧП возможно за счет применения ПМК. В данном коде в качестве оснований используются неприводимые полиномы  $p_i(z)$ , где  $i = 1, \dots, k$ . В коде ПМК число  $X$  сначала представляется в полиномиальной форме  $\hat{X}(z)$ , а затем в виде остатков  $X(z) = (x_1(z), x_2(z), \dots, x_k(z))$ , где  $x_i(z) \equiv X(z) \bmod p_i(z)$  [7]. Тогда справедливо выражение

$$X(z) * Y(z) = ((x_1(z) * y_1(z)) \bmod p_1(z), \dots, (x_k(z) * y_k(z)) \bmod p_k(z)), \quad (4)$$

где  $Y(z) \equiv y_i(z) \bmod p_i(z)$ ; \* – операция сложения, вычисления и умножения по модулю  $p_i(z)$ .

Применяя полиномиальный модулярный код, получаем следующее ТЧП сигнала

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1^j(z) = \sum_{s=0}^{d-1} x_1^j(z) \beta_1^{js} \bmod p_1(z) \\ \vdots \\ X_k^j(z) = \sum_{s=0}^{d-1} x_k^j(z) \beta_k^{js} \bmod p_k(z) \end{array} \right. , \quad (5)$$

где  $X_i^s(z) \equiv X^s(z) \bmod p_i(z)$ ;  $x_i^j(z) \equiv x^j(z) \bmod p_i(z)$ ;  $i = 1, \dots, k$ ;  $j = 0, \dots, d-1$ .

Однако выполнение ТЧП сигнала в ПМК требует временных затрат, соизмеримых с  $O(d^2)$  операций модульных умножений. Дальнейшее снижение временных затрат на выполнение ТЧП возможно за счет применения систолических принципов вычислений [8]. При использовании систолических матриц преобразования (4) можно выполнить на основе рекуррентной схемы Горнера

$$X_i^j(z) = ((x_i^{d-1}(z)\beta^j + x_i^{d-2}(z))\beta^j + \dots + x_i^1(z))\beta^j + x_i^0(z) \bmod p_i(z), \quad (6)$$

где  $x_i^j(z) \equiv x^j(z) \bmod p_i(z)$ ;  $j = 0, 1, \dots, d-1$ ;  $i = 1, \dots, k$ .

Тогда математическая модель систолического массива ТЧП в модулярном коде имеет вид

$$\begin{array}{l} X_1^j(z) = (((x_1^{d-1}(z)\beta^j + x_1^{d-2}(z))\beta^j + \dots + x_1^1(z))\beta^j + x_1^0(z)) \bmod p_1(z) \\ X_2^j(z) = (((x_2^{d-1}(z)\beta^j + x_2^{d-2}(z))\beta^j + \dots + x_2^1(z))\beta^j + x_2^0(z)) \bmod p_2(z) \\ \vdots \\ X_k^j(z) = (((x_k^{d-1}(z)\beta^j + x_k^{d-2}(z))\beta^j + \dots + x_k^1(z))\beta^j + x_k^0(z)) \bmod p_k(z). \end{array} \quad (7)$$

Проведя обобщение равенства (7), получаем математическую модель ТЧП сигналов в модулярном коде с использованием многоканальной систолической матрицы (МСМ)

$$\begin{aligned} X_i^j(z) &= x_i^0(z) + x_i^1(z)(\beta^1)^j + x_i^2(z)(\beta^2)^j + \dots + x_i^{d-2}(z)(\beta^{d-2})^j + \\ &+ x_i^{d-1}(z)(\beta^{d-1})^j \bmod p_i(z) = \sum_{s=0}^{d-1} x_i^s(z)(\beta^s)^j \bmod p_i(z). \end{aligned} \quad (8)$$

Так как МСМ состоит из однотипных процессорных элементов (ПЭ), то каждый из ПЭ ( $s = 1, 2, \dots, d$ ), выполняет следующую базовую операцию

$$X_i^{(L,j)}(z) = X_i^{(L,(j-1))}(z) + x_i^{(L,(j-1))}(z)\beta^{(L-j)(j-1)} \bmod p_i(z), \quad (9)$$

где  $j = 0, \dots, d-1$ ;  $L$  – текущий такт вычислений в  $j$ -й ячейке;  $j < L < d + j - 1$ ,  $X^{(L,j)}(z)$  – записанное в регистр  $\text{Prg}\Sigma$  на  $L$ -м такте значение суммы;  $X_i^{(L,j)}(z) \equiv X^{(L,j)}(z) \bmod p_i(z)$ ;  $X^{(L,(j-1))}(z)$  – записанное в регистр  $\text{Prg}\Sigma$  на  $(L-1)$ -м такте вычисленное значение суммы;  $X_i^{(L,(j-1))}(z) \equiv X^{(L,(j-1))}(z) \bmod p_i(z)$ ;  $\beta^{(L-j)(j-1)}$  – поворачивающий коэффициент на входе  $j$ -й ячейки МСМ в  $L$ -й такт работы.

### Результаты исследования и их обсуждение

Пусть задан ПМК, имеющий основания  $p_1(z) = z^3 + z + 1$  и  $p_2(z) = z^3 + z^2 + 1$ . Данные полиномы имеют мультипликативные группы порядка  $d = 7$ . Значит, такой ПМК способен выполнить 7-точечную реализацию ТЧП сигнала. Тогда получаем

$$\begin{aligned}
X_i^0(z) &= (x_i^0(z) + x_i^1(z) + x_i^2(z) + x_i^3(z) + x_i^4(z) + x_i^5(z) + x_i^6(z)) \bmod p_i(z), \\
X_i^1(z) &= (x_i^0(z) + x_i^1(z)\beta^1 + x_i^2(z)\beta^2 + x_i^3(z)\beta^3 + x_i^4(z)\beta^4 + x_i^5(z)\beta^5 + x_i^6(z)\beta^6) \bmod p_i(z), \\
X_i^2(z) &= (x_i^0(z) + x_i^1(z)\beta^2 + x_i^2(z)\beta^4 + x_i^3(z)\beta^6 + x_i^4(z)\beta^1 + x_i^5(z)\beta^3 + x_i^6(z)\beta^5) \bmod p_i(z), \\
X_i^3(z) &= (x_i^0(z) + x_i^1(z)\beta^3 + x_i^2(z)\beta^6 + x_i^3(z)\beta^2 + x_i^4(z)\beta^5 + x_i^5(z)\beta^1 + x_i^6(z)\beta^4) \bmod p_i(z), \\
X_i^4(z) &= (x_i^0(z) + x_i^1(z)\beta^4 + x_i^2(z)\beta^1 + x_i^3(z)\beta^5 + x_i^4(z)\beta^2 + x_i^5(z)\beta^6 + x_i^6(z)\beta^3) \bmod p_i(z), \\
X_i^5(z) &= (x_i^0(z) + x_i^1(z)\beta^5 + x_i^2(z)\beta^3 + x_i^3(z)\beta^1 + x_i^4(z)\beta^6 + x_i^5(z)\beta^4 + x_i^6(z)\beta^2) \bmod p_i(z), \\
X_i^6(z) &= (x_i^0(z) + x_i^1(z)\beta^6 + x_i^2(z)\beta^5 + x_i^3(z)\beta^4 + x_i^4(z)\beta^3 + x_i^5(z)\beta^2 + x_i^6(z)\beta^1) \bmod p_i(z).
\end{aligned}$$

Для разработки структуры МСМ, реализующей ТЧП в ПМК, составим таблицу, в которой показан процесс получения спектральных отсчетов для  $x^{(1)}(z)$  и  $x^{(2)}(z)$ .

#### Получение спектральных составляющих ТЧП в МПК

Спектр $X(j)$	Входной отсчет $x^{(1)}(z)$		Входной отсчет $x^{(2)}(z)$	
	$X^{(1)}(z)$	$\beta(z)$	$\beta(z)$	$\beta^2(z)$
$X^{(2)}(z)$	$\beta^2(z)$	$\beta\beta \bmod p_i(z)$	$\beta^4(z)$	$\beta^2\beta^2 \bmod p_i(z)$
$X^{(3)}(z)$	$\beta^3(z)$	$\beta\beta\beta \bmod p_i(z)$	$\beta^6(z)$	$\beta^2\beta^2\beta^2 \bmod p_i(z)$
$X^{(4)}(z)$	$\beta^4(z)$	$\beta\beta\beta\beta \bmod p_i(z)$	$\beta^1(z)$	$\beta^2\beta^2\beta^2\beta^2 \bmod p_i(z)$
$X^{(5)}(z)$	$\beta^5(z)$	$\beta\beta\beta\beta\beta \bmod p_i(z)$	$\beta^3(z)$	$\beta^2\beta^2\beta^2\beta^2\beta^2 \bmod p_i(z)$
$X^{(6)}(z)$	$\beta^6(z)$	$\beta\beta\beta\beta\beta\beta \bmod p_i(z)$	$\beta^5(z)$	$\beta^2\beta^2\beta^2\beta^2\beta^2\beta^2 \bmod p_i(z)$

Обобщая результаты, представленные в таблице, получаем следующее выражение

$$\begin{aligned}
X_i^0(z) &= (x_i^0(z) + x_i^1(z) + x_i^2(z) + x_i^3(z) + x_i^4(z) + x_i^5(z) + x_i^6(z)) \bmod p_i(z), \\
X_i^1(z) &= \left| x_i^0(z) + x_i^1(z)(\beta^1)^1 + x_i^2(z)(\beta^2)^1 + x_i^3(z)(\beta^3)^1 + x_i^4(z)(\beta^4)^1 + x_i^5(z)(\beta^5)^1 + x_i^6(z)(\beta^6)^1 \right|_{p_i(z)}, \\
X_i^2(z) &= \left| x_i^0(z) + x_i^1(z)(\beta^1)^2 + x_i^2(z)(\beta^2)^2 + x_i^3(z)(\beta^3)^2 + x_i^4(z)(\beta^4)^2 + x_i^5(z)(\beta^5)^2 + x_i^6(z)(\beta^6)^2 \right|_{p_i(z)}, \\
X_i^3(z) &= \left| x_i^0(z) + x_i^1(z)(\beta^1)^3 + x_i^2(z)(\beta^2)^3 + x_i^3(z)(\beta^3)^3 + x_i^4(z)(\beta^4)^3 + x_i^5(z)(\beta^5)^3 + x_i^6(z)(\beta^6)^3 \right|_{p_i(z)}, \\
X_i^4(z) &= \left| x_i^0(z) + x_i^1(z)(\beta^1)^4 + x_i^2(z)(\beta^2)^4 + x_i^3(z)(\beta^3)^4 + x_i^4(z)(\beta^4)^4 + x_i^5(z)(\beta^5)^4 + x_i^6(z)(\beta^6)^4 \right|_{p_i(z)}, \\
X_i^5(z) &= \left| x_i^0(z) + x_i^1(z)(\beta^1)^5 + x_i^2(z)(\beta^2)^5 + x_i^3(z)(\beta^3)^5 + x_i^4(z)(\beta^4)^5 + x_i^5(z)(\beta^5)^5 + x_i^6(z)(\beta^6)^5 \right|_{p_i(z)}, \\
X_i^6(z) &= \left| x_i^0(z) + x_i^1(z)(\beta^1)^6 + x_i^2(z)(\beta^2)^6 + x_i^3(z)(\beta^3)^6 + x_i^4(z)(\beta^4)^6 + x_i^5(z)(\beta^5)^6 + x_i^6(z)(\beta^6)^6 \right|_{p_i(z)}.
\end{aligned}$$

Схемная реализация разработанной математической модели МСМ, реализующей ТЧП сигналов в ПМК с основаниями  $p_1(z) = z^3 + z + 1$  и  $p_2(z) = z^3 + z^2 + 1$ , показана на рис. 1. Каждый из ПЭ состоит из двух регистров (Рг), которые предназначены для записи отсчетов входного вектора  $x_i^j(z) \bmod p_i(z)$  и поворачивающего вектора  $\beta^{js}(z) \bmod p_i(z)$ . Для реализации выражения (7) используются умножитель (Ум) по модулю  $p_i(z)$ , где  $i = 1, 2$ , и сумматор (Сум) по модулю два. Для хранения промежуточного результата используется регистр (РгΣ). На рис. 2 приведена временная диаграмма вычисления ТЧП сигнала в МСМ.

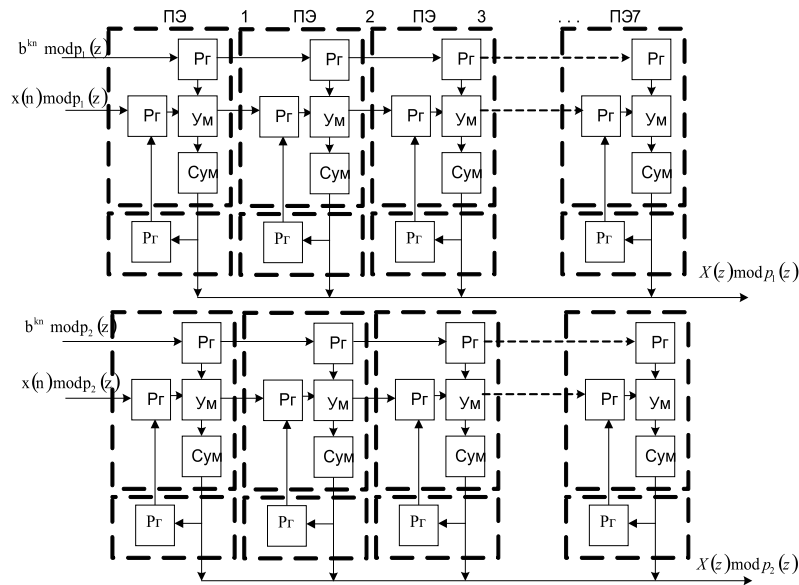


Рис. 1. Схемная реализация математической модели МСМ ТЧП, функционирующей в ПМК

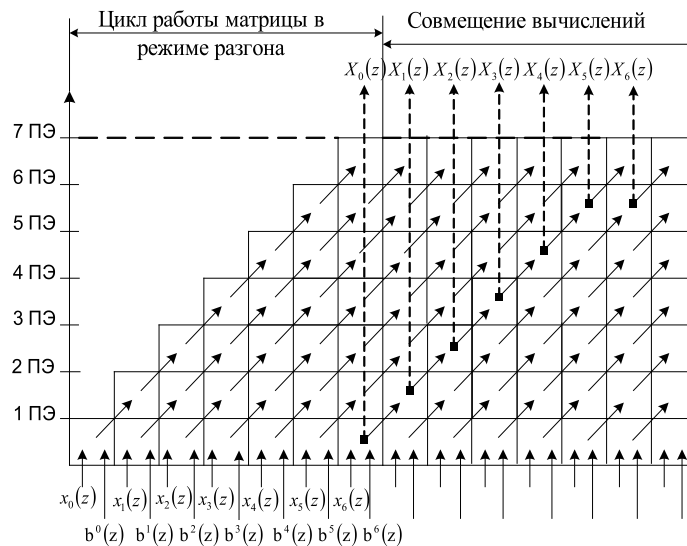


Рис. 2. Временная диаграмма вычисления ТЧП в МСМ

Анализ разработанной математической модели ТЧП сигнала в МСМ показал, что начальная загрузка матрицы составляет  $d = 7$  тактов. При этом количество тактов, составляющих один цикл вычислений, равно  $2d - 1 = 15$ . Из рис. 2 наглядно видно, что коэффициент эффективности применения оборудования в разработанной математической модели МСМ вычислений ТЧП составляет  $Q = 1$ . Очевидно, что время реализации базовой операции ПЭ определяется

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4, \quad (10)$$

где  $\tau_1$  – время реализации процедуры приема-передачи данных в ПЭ;  $\tau_2$  – время модульного

умножения;  $\tau_3$  – время выполнения операции суммирования по модулю два;  $\tau_4$  – время необходимое на выполнение процедуры записи и считывания результата вычислений.

Время реализации ТЧП сигнала в ПМК на основе разработанной модели МСМ составит

$$T_{МСМ} = 2(d - 1) \tau. \quad (11)$$

Рассмотрим работу разработанной МСМ по основанию  $p_1(z)$ . Перед началом работы регистры  $Pr\Sigma$  МСМ обнуляются. На первом такте работы значения  $|x_1^0(z)|_{p_1(z)}^+$ ,  $|\beta_1^0(z)|_{p_1(z)}^+$  поступают в ПЭ<sub>1</sub>. Спустя время  $\tau_1 + \tau_2$  выполняется суммирование по



модулю два  $|x_1^0(z)|_{p_1(z)}^+$  с содержимым  $\text{Pг}\Sigma$ . Промежуточный результат суммирования на микротакте  $\tau_4$  заносится в регистр  $\text{Pг}\Sigma$ . Во время второго такта работы значения  $|x_1^0(z)|_{p_1(z)}^+$  и  $|\beta_1^0(z)|_{p_1(z)}^+$  с выхода ПЭ<sub>1</sub> подаются в ПЭ<sub>2</sub>. Одновременно в ПЭ<sub>1</sub> поступают  $|x_1^1(z)|_{p_1(z)}^+$  и  $|\beta_1^1(z)|_{p_1(z)}^+$ . На микротакте  $\tau_2$  второго такта  $|x_1^1(z)|_{p_1(z)}^+$  задерживается в элементе задержки и одновременно в ПЭ<sub>2</sub> вычисляется  $|x_1^0(z)\beta_1^0(z)|_{p_1(z)}^+$ . Затем в ПЭ<sub>1</sub> и ПЭ<sub>2</sub> на микротакте  $\tau_3$  происходит суммирование по модулю два, а на микротакте  $\tau_4$  полученные суммы записываются в регистры  $\text{Pг}\Sigma_1$  и  $\text{Pг}\Sigma_2$ . В дальнейшем все ПЭ работают синхронно. На третьем такте выполняются переводы:  $|x_1^0(z)|_{p_1(z)}^+$  и  $|\beta_1^0(z)|_{p_1(z)}^+$  – в ПЭ<sub>3</sub>;  $|x_1^1(z)|_{p_1(z)}^+$  и  $|\beta_1^1(z)|_{p_1(z)}^+$  – в ПЭ<sub>2</sub>;  $|x_1^2(z)|_{p_1(z)}^+$  и  $|\beta_1^2(z)|_{p_1(z)}^+$  – в ПЭ<sub>1</sub>. Теперь три ПЭ ( $L = 1, 2, 3$ ) работают синхронно. На четвертом такте работу начинает ПЭ<sub>4</sub>, куда поступают  $|x_1^0(z)|_{p_1(z)}^+$  и  $|\beta_1^0(z)|_{p_1(z)}^+$ . На пятом такте в работу включается ПЭ<sub>5</sub>, на шестом такте – ПЭ<sub>6</sub>, на седьмом такте – ПЭ<sub>7</sub>. При этом все ПЭ работают синхронно.

Как видно из рис. 2, на  $d = 7$  такте МСМ закончила процедуру загрузки и разгонки. В конце данного такта результат  $|X_1^0(z)|_{p_1(z)}^+$ , полученный в ПЭ<sub>1</sub>, поступает на выход МСМ. На следующем такте спектральной составляющей  $|X_1^1(z)|_{p_1(z)}^+$  будет получено в ПЭ<sub>2</sub>. На  $(d + 2) = 9$  такте результат  $|X_1^2(z)|_{p_1(z)}^+$  будет получен в ПЭ<sub>3</sub> и т.д. Значит, время выдачи результатов будет составлять период равный  $T_{\text{рез}} = d\tau = 7\tau$ . Чтобы не тормозить работу конвейера на  $(d + 1) = 8$  такте, на вход ПЭ<sub>1</sub> МСМ поступают данные  $|x_1^0(z)|_{p_1(z)}^+$  и  $|\beta_1^0(z)|_{p_1(z)}^+$ .

Переход к МПК позволяет повысить скорость базовой операции ТЧП (9). В этом случае  $T_{\text{ПЭ}}^{\text{ПСС}} = T_{\text{умн}}^{\text{ПСС}} + T_{\text{сум}}^{\text{ПСС}}$ , где  $T_{\text{умн}}^{\text{ПСС}}$  и  $T_{\text{сум}}^{\text{ПСС}}$  – временные затраты на реализацию операции умножения и сложения. Пусть разрядность модуля  $d = \deg P(z) = 30$ . Если в МСМ использовать множитель матричного типа, то  $T_{\text{умн}}^{\text{ПСС}} = (d - 1)T_{\Sigma}$ , где  $T_{\Sigma}$  – время суммирования в одноразрядном сумматоре. Пусть значение  $T_{\Sigma} = 15$  нс. При обработке 30-разрядных данных на базовую операцию ТЧП потребуется  $T_{\text{ПЭ}}^{\text{ПСС}} = T_{\text{умн}}^{\text{ПСС}} + T_{\text{сум}}^{\text{ПСС}} = (30 - 1) \cdot 15 + 6 \cdot 10 = 495$  нс.

Вычислим временные затраты на базовую операцию ТЧП в МПК. Для  $d = \deg P(z) = 30$  возможно использовать шесть модулей разрядности  $d_i = \deg p_i(z) = 5$ , где  $i = 1, 2, \dots, 6$ . Для выполнения операций сложения и умножения по модулю  $p_i(z)$  можно использовать LUT-таблицы (ПЗУ 1636PP1У), время выборки которых составляет  $T_{\text{выб}} = 65$  нс. Тогда время выполнения базовой операции ТЧП равно  $T_{\text{ПЭ}}^{\text{ПМК}} = T_{\text{умн}}^{\text{ПМК}} + T_{\text{сум}}^{\text{ПМК}} = 2T_{\text{выб}} = 130$  нс. Значит, применение ПМК повышает скорость выполнения базовой операции ТЧП в 3,8 раза. Кроме того, использование разработанной математической модели МСМ позволило повысить скорость выполнения ТЧП на 10% по сравнению с чисто-систолической моделью вычислений ТЧП и 14,9 раза по сравнению с классическим выполнением ТЧП в  $GF(2^5)$ .

### Заключение

Применение ТЧП в задачах ЦОС минимизирует ошибки округления, которые получаются при использовании БПФ. Использование разработанной математической модели МСМ, функционирующей в ПМК позволяет повысить скорость вычисления базовой операции ТЧП в 3,8 раза при обработке 30-разрядных данных. А применение алгоритма МСМ позволило повысить скорость выполнения ТЧП на 10% по сравнению с чисто-систолической моделью вычислений ТЧП и 14,9 раза по сравнению с классическим выполнением ТЧП в  $GF(2^5)$ .

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-37-00009.*

### Список литературы

1. Катков К.А., Пашинцев В.П., Катков Е.К. Влияние параметров возмущенной ионосферы на ошибку слежения за фазой навигационного радиосигнала // Современная наука и инновации. 2016. № 2 (14). С. 52–64.
2. Катков К.А., Пашинцев В.П., Катков Е.К. Информационная система мониторинга ионосферы // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2016. Т. 18. № 2–3. С. 907–912.
3. Джиган В.И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. М.: Техносфера, 2013. 528 с.
4. Meyer-Baese U.H., Meyer-Baese A., Gonzalez D., Botella G. Code obfuscation using very long identifiers for FFT motion estimation models in embedded processors. Journal of Real-Time Image Processing. 2016. P. 817–827.
5. Пролетарский А.В., Баскаков И.В., Федотов Р.А. Беспроводные сети Wi-Fi (2-е изд.). М.: НОУ «ИНТУИТ», 2016. 284 с.
6. Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Шлюма А.М., Шумов А.П. Технология OFDM: учебное пособие для вузов. М.: Горячая линия-Телеком, 2017. 352 с.
7. Калмыков И.А., Емарлукова Я.В., Гиш Т.А., Дунин А.В., Макарова А.В. Математические модели и схемные решения отказоустойчивых позиционных вычислительных систем: коллективная монография. Ставрополь: Изд-во СКФУ, 2016. 216 с.
8. Юрданов Д.В., Калмыков М.И., Журавлев К.М., Калмыков И.А. Использование теоретико-числовых преобразований для систем связи с OFDM // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2017. № 3–2. С. 178–182.