

УДК 665.765:621.771.014.2

ОПТИМИЗАЦИЯ СЕТЕЙ ТЕХНИЧЕСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ ПРИ ЗАДАННЫХ УСЛОВИЯХ СОБЛЮДЕНИЯ УРОВНЯ СТРУКТУРНОЙ НАДЕЖНОСТИ

Дулесов А.С., Карандеев Д.Ю., Калугин Д.А.

ФГБОУ ВО «Хакасский государственный университет им. Н.Ф. Катанова», Абакан,
e-mail: den_dr_house_1991@mail.ru

В работе рассматривается задача сетевой оптимизации. Для её решения предложена математическая модель построения оптимальной структуры технической системы сетевого типа (трубопроводы, каналы связи, электрические и тепловые сети). В качестве критериев поиска решения приняты: экономичность и надежность структуры сети. Особое внимание уделено критерию надежности, учет которого предложено вы-полнить посредством применения меры неопределенности информации (информационной энтропии). Дано краткое обоснование роли неопределенности информации в задаче построения структуры системы. В основу построения математической модели положена модель Шеннона определения количества информации/энтропии. Задача оптимизации включает в себя целевую функцию в упрощенной математической постановке и ограничения нелинейного вида, которые обладают важной ролью в поиске решения. Ограничения предложено строить по принципу полного перебора состояний элементов структуры. При построении ограничений при полном переборе состояний, энтропия, подлежащая расчету, может быть определена для двух противоположных состояний: энтропия работоспособного и неработоспособного состояний сети. Такое разделение энтропии на две составляющие является полезным для построения уравнений ограничения задачи по каждому из состояний. Решение задачи оптимизации, с наличием ограничений в виде алгебраических неравенств определения энтропии, позволяет строить сетевые структуры замкнутого и разомкнутого вида.

Ключевые слова: структурная оптимизация, структура технической системы, структурная надежность, мера неопределенности информации

OPTIMIZATION OF TECHNICAL SYSTEMS UNDER SPECIFIED CONDITIONS OF COMPLIANCE WITH THE STRUCTURAL RELIABILITY LEVEL

Dulesov A.S., Karandeev D.Yu., Kalugin D.A.

Katanov Khakass State University, Abakan, e-mail: den_dr_house_1991@mail.ru

The paper deals with the problem of network optimization. To solve this problem, a mathematical model for constructing an optimal structure of a technical system of network type (pipelines, communication channels, electrical and thermal networks) is offered. The following criteria were adopted as the search criteria: cost-effectiveness and reliability of the network structure. Special attention is paid to the reliability criterion, which is proposed to be taken into account through the use of the measure of information uncertainty (information entropy). A brief justification of the role of information uncertainty in the problem of building the system structure is given. The construction of a mathematical model is based on the Shannon's model for determining the amount of information / entropy. The optimization problem includes an objective function in a simplified mathematical formulation and constraints of a nonlinear form, which have an important role in finding a solution. Constraints are proposed to build on the principle of «brute force» of the states of the structure elements. When constructing constraints for «brute force» of the states, the entropy to be calculated can be determined for two opposite states: the entropy of operable and non-operable states of the network. This division of entropy into two components is useful for constructing the equations of constraints of the problem for each of the states. The solution of the optimization problem, with the presence of restrictions in the form of algebraic inequalities of entropy definition, allows to build closed and open type network structures.

Keywords: structural optimization, structure of a technical system, structural reliability, measure of information uncertainty

Решая задачу проектирования технических систем сетевого типа (электрические и транспортные сети, системы городского тепло- и водоснабжения и аналогичные им), необходимо применение подходящей математической модели, которая удовлетворяла бы требованиям соблюдения критериев экономичности и надежности. Если вести речь о начальном этапе проектирования сети, то структура будет иметь обобщенный вид без существенной детализации. В этом отношении критерии, нашедшие свое отражение в модели, будут учтены в обобщенном виде. Тем не менее такая модель послужит отправной точкой в построении оптимальной

структуры системы, то есть основой для последующего детального проектирования.

Рассматривая задачу построения оптимальной структуры на ранних этапах проектирования, сделаем акцент не на минимизации затрат, а на соблюдении граничных условий структурной надежности. В основе построения условий лежит теория надежности, которая для решения данной задачи предлагает искать решение с использованием теории вероятностей и статистических данных, подчиняющихся известным законам случайного распределения. Предварительная проработанность вопросов выбора оптимальной структуры по критерию надежно-

сти рассматривалась в работах [1, 2], а в [3] анализировались возможные методы оценки показателей надежности. Фактически в данных работах рассматривались возможности построения оптимальной структуры с помощью математических моделей, реализация которых позволяла бы выразить критерий надежности не в качественной, а в количественной форме. Поскольку структурная надежность системы тесно связана с вероятностной природой появления нежелательных событий, то процесс формализации задачи оптимизации более сложных структур становится затруднительным. В подтверждение сказанного, в работе [4] показана сложность процедуры определения вероятности связи «источник – потребитель» в структуре. Следовательно, при построении математической модели, в которой величины вероятностей были бы преобразованы в формат меры неопределенности информации, это облегчило бы поиск оптимального решения.

Далее предложим экономико-математическую модель описания задачи поиска оптимальной структуры исходя из поиска минимума затрат при соблюдении граничных условий структурной надежности, характеризующихся применением меры неопределенности информации.

Роль неопределенности информации в задаче построения структуры системы

Любая система подвержена разнообразным воздействиям случайного характера, поэтому трудно предположить, в каком она состоянии будет находиться в тот или иной момент времени, что свидетельствует о наличии неопределенности. Под воздействием нежелательных факторов меняются структура и состояние системы, что и отражается на уровне её надежности. Накопление, обработка и систематизация информации о состоянии системы пополняет знания и позволяет вырабатывать более эффективные решения при её проектировании и эксплуатации.

Из теории информации [5, 6] известно, что неопределенность характеризуется количеством информационной энтропии, применимость которой, в частности, представлена в работах [7, 8]. Она также может быть выражена в количественной и качественной форме. Качественная составляющая энтропии отражает работоспособное и неработоспособное состояния системы, а количественную составляющую можно определить опираясь на классическую модель К. Шеннона об информации и энтропии [9]: $p \log_2 p$ где p – вероятность проявления события или вероятность нахождения объекта в том или ином состоянии. Ключевую роль данная формула играет

в задачах выбора из множества альтернатив. В работах [10, 11] предложены методы определения количества информации в сложных инженерных системах и в условиях эпистемической неопределенности, а в [4, 12–14] отражены возможности её применения в задачах оценки состояния структуры системы. В данных работах не исключается важность и возможности применения модели Клода Шеннона, которая необходима для построения оптимальной структуры сети. Модель не исключает возможностей построения математической модели и расчета количества информационной энтропии, присущей связи «источник – потребитель» рассматриваемой структуры. Тем самым, мера неопределенности информации играет существенную роль в измерении уровня структурной надежности через количество информационной энтропии.

Экономико-математическая модель построения структуры

Предварительным этапом решения задачи является подготовка исходных данных: определение совокупности показателей, характеризующих состояния элементов системы. Структуру можно представить в виде графа, в котором: $u_l \in U_l$ ($l = 1, 2, \dots, m$) – множество вершин (вершины имитируют наличие единственного источника u_0 и множество потребителей в количестве m); $x_i \in X$ – множество дуг (имитирующие связанные между собой элементы структуры). Каждой дуге i (элемент сети) приписаны: c_i – стоимость i -го элемента; p_i – вероятность появления события (меняющего состояние элемента). Структура системы рассматривается в виде направленного графа, отображающего связи источника энергии со многими потребителями. Поскольку оптимальная структура на предварительном этапе обработки исходных данных не может быть построена, то речь будет идти о рассмотрении избыточной структуры, изображаемой графом, близким по свойствам с полностью связанным графом.

В обобщенном виде экономико-математическая модель имеет следующий вид:

$$\sum_{i=1} c_i x_i \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$\begin{cases} H(P_{01}) \geq H^0(P_{01}); \\ H(P_{02}) \geq H^0(P_{02}); \\ \dots \\ H(P_{0l}) \geq H^0(P_{0l}); \end{cases} \quad (2)$$

$$x_i = [0; 1], \quad (3)$$

где c_i – стоимость элемента i , выраженная в валюте; l – номер потребителя энергии;

0 – номер источника питания; $H(P_{0l})$ – энтропия работоспособного состояния связи 0- l , по которой протекает энергия от источника к потребителю; $H^0(P_{0l})$ – заданная граничная величина энтропии как меры обеспечения бесперебойного снабжения энергией по связи 0- l потребителя l ; P_{0l} – вероятность работоспособного состояния связи 0- l .

Для построения левых частей системы (2) воспользуемся моделью Шеннона и методами построения путей, представленными в работах [4, 13]. В качестве примера возьмем «мостиковую схему». В этой схеме, имеющей вид неориентированного графа, имеется один источник и три потребителя (на рис. 1 – вершины 1, 2 и 3), которые снабжаются энергией от единственного источника (вершина 0).

Каждой ветви графа приписываются вероятности работоспособного состояния

элементов (p) и прогнозируемые затраты на строительство каждого элемента (c).

Для определения энтропии работоспособного состояния $H(P_{0l})$ связей «источник – потребитель» предложим способ, включающий в себя учет всех совместных состояний элементов, присущих каждому из путей в структуре от источника к рассматриваемому потребителю.

Определение энтропии на основе теорем сложения и умножения вероятностей

Воспользуемся теоремами сложения и умножения вероятностей пересекающихся событий A для определения полной вероятности работоспособного состояния связи 0- l (при известной вероятности минимального пути, $\sum_i P(A_i)$):

$$P_{0l} = \sum_i P(A_i) - \sum_{i < j} P(A_i \cap A_j) + \sum_{i < j < h} P(A_i \cap A_j \cap A_h) - \dots + (-1)^{w-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_w). \tag{4}$$

Используя (4), выражения для расчета вероятности связей (с учетом перебора всех возможных состояний элементов) будут иметь вид

$$P_{01} = p_1 + p_2 p_3 + p_2 p_4 p_5 - p_1 p_2 p_3 - p_1 p_2 p_4 p_5 - p_2 p_3 p_4 p_5 + p_1 p_2 p_3 p_4 p_5;$$

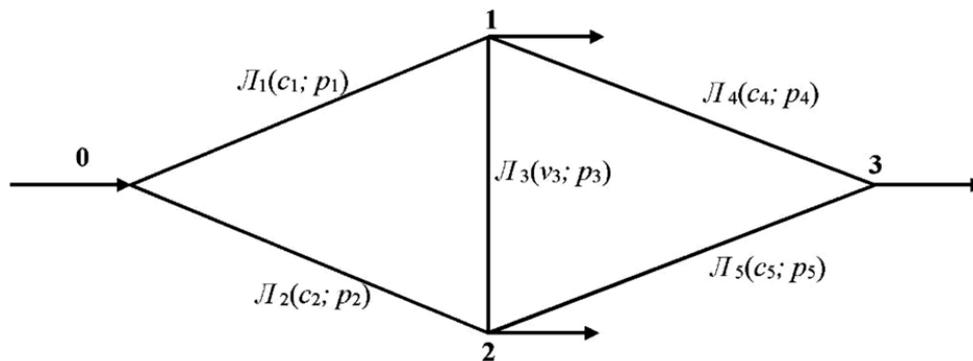
$$P_{02} = p_2 + p_1 p_3 + p_1 p_4 p_5 - p_1 p_2 p_3 - p_1 p_2 p_4 p_5 - p_1 p_3 p_4 p_5 + p_1 p_2 p_3 p_4 p_5;$$

$$P_{03} = p_1 p_4 + p_2 p_5 + p_1 p_3 p_5 + p_2 p_3 p_4 - p_1 p_2 p_4 p_5 - p_1 p_3 p_4 p_5 - p_1 p_2 p_3 p_4 - p_1 p_2 p_3 p_5 - p_2 p_3 p_4 p_5 - p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 + p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 + p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 + p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 - p_1 p_2 p_3 p_4 p_5.$$

Если в качестве примера рассмотреть порядок пересечения и сложения событий для определения P_{03} , то он будет иметь вид

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 - A_1 \cap A_2 - A_1 \cap A_3 - A_1 \cap A_4 - A_2 \cap A_3 - A_2 \cap A_4 - A_3 \cap A_4 + A_1 \cap A_2 \cap A_3 + A_1 \cap A_2 \cap A_4 + A_1 \cap A_3 \cap A_4 + A_2 \cap A_3 \cap A_4 - A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4,$$

где $A_1 = p_1 p_4$, $A_2 = p_2 p_5$, $A_3 = p_1 p_3 p_5$, $A_4 = p_2 p_3 p_4$.



Мостиковая схема

Первые слагаемые в данных выражениях позволяют рассчитывать вероятности минимальных путей на графе.

Полученные выражения расчета P_{0l} применимы для определения энтропии H_{0l} работоспособного состояния связи 0- l . Воспользуемся формулой Шеннона, согласно которой величина энтропии работоспособного состояния элемента i структуры определяется по выражению

$$H(p_i) = -p_i \log_2 p_i. \quad (5)$$

Тогда по аналогии с (4) и на основе (5), энтропия работоспособного состояния связей в структуре (рисунок) определится по выражениям

$$H_{01} = -p_1 \log_2 p_1 - p_2 p_3 \log_2 (p_2 p_3) - p_2 p_4 p_5 \log_2 (p_2 p_4 p_5) + \\ + p_1 p_2 p_3 \log_2 (p_1 p_2 p_3) + p_1 p_2 p_4 p_5 \log_2 (p_1 p_2 p_4 p_5) + p_2 p_3 p_4 p_5 \log_2 (p_2 p_3 p_4 p_5) - \\ - p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 \log_2 (p_1 p_2 p_3 p_4 p_5);$$

$$H_{02} = -p_2 \log_2 p_2 - p_1 p_3 \log_2 (p_1 p_3) - p_1 p_4 p_5 \log_2 (p_1 p_4 p_5) + \\ + p_1 p_2 p_3 \log_2 (p_1 p_2 p_3) + p_1 p_2 p_4 p_5 \log_2 (p_1 p_2 p_4 p_5) + p_1 p_3 p_4 p_5 \log_2 (p_1 p_3 p_4 p_5) - \\ - p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 \log_2 (p_1 p_2 p_3 p_4 p_5);$$

$$H_{03} = -p_1 p_4 \log_2 (p_1 p_4) - p_2 p_5 \log_2 (p_2 p_5) - p_1 p_3 p_5 \log_2 (p_1 p_3 p_5) - \\ - p_2 p_3 p_4 \log_2 (p_2 p_3 p_4) + p_1 p_2 p_4 p_5 \log_2 (p_1 p_2 p_4 p_5) + p_1 p_3 p_4 p_5 \log_2 (p_1 p_3 p_4 p_5) + \\ + p_1 p_2 p_3 p_4 \log_2 (p_1 p_2 p_3 p_4) + p_1 p_2 p_3 p_5 \log_2 (p_1 p_2 p_3 p_5) + \\ + p_2 p_3 p_4 p_5 \log_2 (p_2 p_3 p_4 p_5) + p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 \log_2 (p_1 p_2 p_3 p_4 p_5) - \\ - p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 \log_2 (p_1 p_2 p_3 p_4 p_5) - p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 \log_2 (p_1 p_2 p_3 p_4 p_5) - \\ - p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 \log_2 (p_1 p_2 p_3 p_4 p_5) - p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 \log_2 (p_1 p_2 p_3 p_4 p_5) + \\ + p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 \log_2 (p_1 p_2 p_3 p_4 p_5).$$

Эти математические выражения формируют левые части ограничений в задаче (1)–(3). При определении величин H_{0l} не исключен учет отдельных свойств, присущих энтропии Шеннона: 1) при $p = 1$, $p \log_2 p = 0$; 2) при $p = 0$, $p \log_2 p = 0$.

С точки зрения необходимости соблюдения уровня структурной надежности сети, граничные величины $H^0(P_{0l})$ определяются из условия о допущении проектировщиком или эксплуатационником возможного перерыва в энергообеспечении группы или отдельных потребителей по выражению (учитывая обоснования в [14]):

$$H^0(P_{0l}) = -p_l^0 \log_2 p_l^0, \quad (6)$$

где $p_l^0 = 1 - q_l^0$ – вероятность допустимого бесперебойного энергоснабжения потребителя l по связи 0- l ; $q_l^0 = M_{ql} / T$ – вероятность допустимого перерыва в энергоснабжении потребителя l ; M_{ql} – среднее время (в часах), в течение которого допускается перерыв в энергоснабжении потребителя; T – число часов в году.

Представим пример решения (6). Пусть в узле l сети требуется обеспечить надежность при соблюдении условия: среднее

время, в течение которого допустимый перерыв в энергоснабжении потребителя, не должен быть более $M_{ql} = 80$ часов в год. Число часов в году – $T = 8760$. Вероятность допустимого перерыва в энергоснабжении потребителя l – $q_l^0 = 0,009$. Тогда по (6), $H^0(P_{0l}) = -0,009 \log_2 0,009 = 0,06$ бит.

Решение задачи оптимизации (1)–(3) возможно, например, методом ветвей и границ, представленным в [15]. Однако отметим следующее: большинство ограничений в (2), их левые части, имеют большое количество слагаемых, являясь громоздкими, так как учитывают все варианты состояний элементов связи. Тем самым (особенно для сложных структур) затягивается по времени поиск решения.

Система ограничений (2) в задаче оптимизации может быть представлена в виде неравенства:

$$H(Q_{0l}) \leq H^0(Q_{0l}), \quad (7)$$

где $H(Q_{0l})$ – энтропия неработоспособного состояния связи 0- l , $H^0(Q_{0l}) = -q_l^0 \log_2 q_l^0$ – граничная величина энтропии как меры перерыва в снабжении энергией потребителя l по связи 0- l , Q_{0l} – вероятность неработо-

способного состояния связи $0-l$, q_l^0 – вероятность допустимого перерыва энергоснабжения потребителя l .

Неравенства строятся аналогично способу учета всех возможных состояний, представленному выше.

Заключение

Рассматриваемая задача касается вопросов построения оптимальной сетевой структуры технической системы в общем виде, то есть без учета факторов, детализирующих её функциональные возможности. Построение структуры связано с соблюдением критериев экономичности и надежности. Отличительной особенностью предлагаемой математической модели построения оптимальной структуры является учет критерия надежности через применение меры неопределенности информации. В качестве неё взята информационная энтропия. Для её определения используются математические выражения, а в качестве исходных данных взяты показатели структурной надежности сети. Каждое из неравенств системы нелинейных ограничений задачи отражает сопоставление расчетной величины энтропии связи «источник – потребитель» с граничной величиной энтропии, определяемой на основе требования к соблюдению необходимого уровня надежности данной связи. Сопоставление в ходе вычислений расчетной и граничной величин энтропии позволяет сделать вывод о возможности сети обеспечить заданный уровень надежности в обеспечении энергией потребителей. Предлагаемая математическая модель является нелинейной, направлена на поиск целочисленного решения и тем самым позволяет строить структуры как разомкнутого, так и замкнутого типа.

Работа выполнена при поддержке Фонда содействия инновациям по программе «УМНИК» в рамках договора № 13138ГУ/2018 от 23.05.2018.

Список литературы

1. Конесев С.Г., Хазиева Р.Т. Методы оценки показателей надежности сложных компонентов и систем // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 1–1 [Электронный ресурс]. URL: <https://www.science-education.ru/ru/article/view?id=17558> (дата обращения: 18.11.2018).
2. Reda Farag, Haldar Achintya. A novel reliability evaluation method for large engineering systems. Ain Shams Engineering Journal. 2016. P. 1–13. DOI: 10.1109/ICRESH.2010.5779619.
3. Sankaraiah G., Raghunatha R.Y. Design and optimization of an Integrated Reliability redundancy system with multiple constraints. 2nd International Conference on Reliability, Safety and Hazard (ICRESH). Mumbai. 2010. P. 118–122. DOI: 10.1109/ICRESH.2010.5779527.
4. Дулесов А.С., Дулесова Н.В., Карандеев Д.Ю. Показатель разграничения уровня надежности технической системы по качественному признаку: энтропийный подход // Фундаментальные исследования. 2016. № 2–3. С. 477–481.
5. Колмогоров А.Н. Три подхода к определению понятия «количество информации» // Проблемы передачи информации. 1965. Т. 1. № 1 С. 3–11.
6. Урсул А.Д. Природа информации: философский очерк. Челябин. гос. акад. культуры и искусств; Науч.-образоват. центр «Информационное общество»; Рос. гос. торгово-эконом. ун-т; Центр исслед. глоб. процессов и устойчивого развития. 2-е изд. Челябинск, 2010. 231 с.
7. Melia U., Claria F., Vallverdu M., Caminal P. Measuring Instantaneous and Spectral Information Entropies by Shannon Entropy of Choi-Williams Distribution in the Context of Electroencephalography. Entropy. 2014. № 16. P. 2530–2548.
8. Baez J.C., Fritz T., Leinster T. A Characterization of Entropy in Terms of Information Loss. Entropy. 2011. № 13. P. 1945–1957.
9. Shannon C.E. Mathematical Theory of Communication. Bell System Tech. J. 1948. vol. 27. P. 379–423.
10. Вильчинская О.О., Гагауллин И.Н., Головинов С.О. и др. Определение количества информации в структуре технической системы // Информационные технологии: приоритетные направления развития: монография. Новосибирск: ЦРНС Изд-во «Сибпринт», 2010. 261 с.
11. Mi Jinhua, Yan-Feng Li, Yuan-Jian Yang, Weiwen Peng, Hong-Zhong Huang. Reliability assessment of complex electromechanical systems under epistemic uncertainty. Reliability Engineering & System Safety. August 2016. Vol. 152. P. 1–15.
12. Dulesov A.S., Karandeev D.J., Dulesova N.V. «Determination of the amount of entropy of non-recoverable elements of the technical system» IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 450 (2018), MISTAerospace. P. 1–6. DOI: 10.1088/1757-899X/450/7/072004.
13. Дулесов А.С., Карандеев Д.Ю., Кондрат Н.Н. Определение количества информационной энтропии в структуре технической системы методом минимальных путей // Современные наукоемкие технологии. 2016. № 2–3. С. 425–429.
14. Dulesov A.S., Karandeev D.Y., Dulesova N.V. Reliability analysis of distribution network of mining enterprises electrical power supply based on measure of information uncertainty. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science (EES). 2017. vol. 87. P. 1–6. DOI: 10.1088/1755-1315/87/3/032008.
15. Дулесов А.С., Карандеев Д.Ю. Построение оптимальной структуры технической системы методом «ветвей и границ» с учетом критериев экономичности и надежности // Надежность и безопасность энергетики. 2016. № 2 (33). С. 56–59.