УДК 519.6

ОПЕРАТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК ЛУЧЕВЫХ ПОЛЕЙ В СТОХАСТИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

[1]Агеева Е.Т., [2]Афанасьев Н.Т., [1]Ким Д.Б., [2]Чудаев С.О.

[1]ФГБОУ ВО «Братский государственный университет», Братск;

[2]ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет», Иркутск, e-mail: spacemaklay@gmail.com

Для оптимизации расчетов траекторных характеристик электромагнитного поля в средах с флуктуирующими параметрами предложена схема алгоритмизации с использованием численных и аналитических методов. В качестве примера рассмотрена возможная алгоритмизация численно-аналитических расчетов флуктуаций фазы и направления распространения лучей в стохастической неоднородной среде. В основу оперативных алгоритмов положены приближенные аналитические решения, полученные для флуктуаций траекторных характеристик поля в краевой задаче для отдельной реализации случайной функции диэлектрической проницаемости среды. Это позволяет решить проблему пристрелки случайных лучевых траекторий в пункт наблюдения. Использование корреляционной функции неоднородностей стохастической среды дает возможность отказаться от метода статистических испытаний. Сделан вывод приближенных соотношений между статистическими траекторными характеристиками поля и параметрами корреляционной функции диэлектрической проницаемости среды. Полученные интегральные выражения для статистических моментов траекторных характеристик поля преобразованы в системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с начальными условиями. Получена замкнутая система дифференциальных уравнений для расчета траекторных моментов при заданной модели пространственной корреляционной функции неоднородностей среды. Замкнутая система уравнений с заданными начальными условиями позволяет одновременно рассчитать средние и флуктуационные траекторные характеристики поля. Решение системы можно найти путем ее численного интегрирования каким-либо из хорошо апробированных численных методов. Предложенная схема численно-аналитической алгоритмизации краевой стохастической задачи электродинамики позволяет значительно снизить затраты времени компьютера и допускает в совокупности получить оперативные данные о ряде характеристик лучевого поля в стохастической среде.

Ключевые слова: алгоритмы, стохастические дифференциальные уравнения, аналитические и численные методы, краевые задачи, системы

FAST ALGORITHMS FOR COMPUTING RAY TRAJECTORY CHARACTERISTICS IN STOCHASTIC MEDIA

[1]Ageeva E.T., [2]Afanasev N.T., [1]Kim D.B., [2]Chudaev S.O.

[1]Bratsk State University, Bratsk;

[2]Irkutsk State University, Irkutsk, e-mail: spacemaklay@gmail.com

A computational scheme that uses numerical and analytical methods is suggested to speed up computations of trajectory characteristics of electromagnetic field in media with fluctuating parameters. Specifically, fluctuations in the phase and in the ray direction in a stochastically irregular medium are addressed. The developed algorithms are based on approximate analytical solutions obtained for fluctuations of trajectory characteristics in a boundary-value problem formulated for a single realization of a random dielectric permeability function of the medium. The scheme allows us to solve the problem of random ray-tracing to the observation point. The usage of the correlation function of stochastic irregularities of the medium provides an opportunity to omit applying the method of statistical trials. Approximate relations between the statistical trajectory characteristics of the field and the parameters of the correlation function of dielectric permittivity of the medium are derived. Integral expressions for the moments of trajectory characteristics are then transformed to sets of first-order ordinary differential equations with initial conditions. A closed set of differential equations is obtained to calculate the trajectory moments for a given model of the spatial correlation function of irregularities in the medium. The obtained set of equations appended with a set of initial conditions allows us to calculate simultaneously the mean and fluctuation trajectory characteristics of the field. The equations can be integrated numerically by means of one of the well-known methods. The suggested scheme allows us to reduce substantially the computational time as well as to obtain run-time information on some characteristics of the ray field in a stochastic medium.

Keywords: algorithms, stochastic differential equations, analytical and numerical methods, boundary-value problems, systems

Анализ характеристик электромагнитных полей, распространяющихся в стохастических неоднородных средах, можно проводить на основе прямого компьютерного моделирования с использованием методов классической теории вероятностей, имеющей дело с последовательностями независимых случайных величин. Наиболее распространенными в вероятностных расчетах являются числительные алгоритмы, основанные на методе Монте-Карло [1]. Значительные результаты в вероятностных исследованиях полей были получены благодаря использованию лучевых представлений [2]. Это стало возможным благодаря относительно простой математической конструкции и наглядности лучевого приближения. В основе геометрооптического решения волнового уравнения для поля лежит предположение о медленности изменения параметров среды и характеристик поля в масштабе длины волны в среде. В схеме Монте-Карло для каждой реализации пространственного распределения неоднородностей стохастической среды рассчитываются траекторные характеристики поля. Набирая ансамбль реализаций траекторных характеристик и проводя усреднение по всем реализациям среды, можно получить статистические моменты траекторных характеристик. Однако при таком подходе имеется большая проблема, связанная с тем, что при решении краевой задачи для каждой реализации среды необходимо проводить пристрелку случайных траекторий в пункт наблюдений. Этот способ требует значительных затрат времени компьютера и для высокой точности пристрелки трудно реализуем. Если необходимо определить зависимости статистических траекторных характеристик поля от дистанции, то задача существенно усложняется и указанную процедуру необходимо выполнить для набора координат приемного пункта. Кроме того, метод статистических испытаний не позволяет установить функциональные связи между флуктуирующими характеристиками электромагнитного поля и параметрами среды.

Кроме метода Монте-Карло для решения траекторной задачи в стохастических неоднородных средах успешно используют асимптотические разложения [3]. Использование корреляционной функции неоднородностей среды, в целом описывающей случайное поле неоднородностей, позволяет отказаться от метода статистических испытаний и непосредственно рассчитать статистические характеристики электромагнитного поля. Наряду с известными достоинствами асимптотических методов, такими как относительная простота при получении решения стохастических задач, а также отсутствие трудностей численных методов, связанных с большим количеством вычислений и плохой предсказуемостью результатов, они обладают и недостатками. Прежде всего, это медленная сходимость решений в отдельных случаях и ограниченная область применимости. Кроме того, результатом использования асимптотических методов, как правило, являются сложные интегральные выражения, которые удается привести к аналитическому виду только в некоторых частных случаях.

Цель работы заключается в создании оперативной схемы численно-аналитической алгоритмизации лучевого приближения для электромагнитного поля в стохастических неоднородных средах с использованием численного интегрирования и асимптотических разложений.

Результаты исследования и их обсуждение

Рассмотрим одну из возможных схем оперативной алгоритмизации расчетов характеристик лучевого поля с использованием численных и аналитических методов на примере вычислений флуктуаций фазы и направления распространения лучей в стохастической неоднородной среде.

Согласно лучевому приближению для фазы поля, распространяющегося в стохастической среде, имеем [3]:

$$\varphi = \frac{2\pi f}{c}\int\limits_S \sqrt{\varepsilon(z,x)}\,dS = \frac{2\pi f}{c}\int\limits_0^{x_k}\frac{\sqrt{\varepsilon(z,x)}}{\sin\beta}\,dx, \quad (1)$$

где ε – случайная функция диэлектрической проницаемости среды, c – скорость света в вакууме, f – рабочая частота, β – угол рефракции луча, dS – элемент дуги, x_k – дистанция.

Определим флуктуацию фазы поля в первом приближении метода возмущений. Полагая

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1, \quad (2)$$

$$z = z_0 + z_1, \quad (3)$$

$$\beta = \beta_0 + \beta_1 \quad (4)$$

и считая $\varepsilon_1 << \varepsilon_0$, решение (1) будем искать в виде: $\varphi = \varphi_0 + \varphi_1$. Подставляя разложения (2)–(4) в формулу (1), в первом приближении для флуктуаций фазы получаем

$$\varphi_1 = \frac{2\pi f}{c}\int\limits_0^{x_k}\left(-\frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{\sin\beta_0}\beta_1\frac{\cos\beta_0}{\sin\beta_0} + \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{\sin\beta_0}\frac{z_1}{2\varepsilon_0}\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial z_0} + \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{\sin\beta_0}\frac{\varepsilon_1}{2\varepsilon_0}\right)dx. \quad (5)$$

В подынтегральную функцию формулы (5) входят флуктуации траекторных характеристик β_1, z_1 которые можно определить, решая методом возмущений систему лучевых уравнений. Запишем лучевые уравнения в виде [2]:

$$\frac{dz}{dx} = \mathrm{ctg}\beta, \quad (6)$$

$$\frac{d\beta}{dx} = \frac{1}{2}\left(\mathrm{ctg}\beta\cdot\frac{\partial\ln\varepsilon}{\partial x} - \frac{\partial\ln\varepsilon}{\partial z}\right). \quad (7)$$

Подставляя (2)–(4) в уравнения (6), (7) и проводя линеаризацию, получаем систему уравнений для флуктуаций траектории:

$$\frac{dz_1}{dx} = -\frac{\beta_1}{\sin^2\beta_0}, \tag{8}$$

$$\frac{d\beta_1}{dx} = -\frac{z_1}{2}\frac{\partial^2 \ln\varepsilon_0}{\partial z_0{}^2} + \frac{1}{2}\left[\mathrm{ctg}\beta_0 \frac{\partial}{\partial x_0}\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}\right) - \frac{\partial}{\partial z_0}\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}\right)\right]. \tag{9}$$

Выражая β_1 из уравнения (8) и подставляя его в (5), имеем

$$\varphi_1 = \frac{2\pi f}{c}\int_0^{x_k}\left[\sqrt{\varepsilon_0}\cdot\cos\beta_0\cdot\frac{dz_1}{dx} - \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{\sin\beta_0}\cdot z_1\frac{d\beta_0}{dx} + \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{\sin\beta_0}\cdot\frac{\varepsilon_1}{2\varepsilon_0}\right]\cdot dx. \tag{10}$$

Интегрируя (10) и учитывая граничные условия задачи, получаем

$$\varphi_1 = \frac{\pi f}{c}\int_0^{x_k}\frac{\varepsilon_1}{\sqrt{\varepsilon_0}\sin\beta_0}\cdot dx, \tag{11}$$

где интегрирование проводится по невозмущенной траектории, а в подынтегральной функции отсутствуют флуктуации траекторных характеристик. Заметим, что для расчета флуктуаций фазы при малых углах падения волны на среду использование системы (6),(7) не корректно, поскольку в правых частях уравнений возникает особенность. В связи с этим в дальнейших аналитических преобразованиях целесообразно перейти к новой независимой переменной в виде элемента группового запаздывания волны $dt = \dfrac{dx}{c\sqrt{\varepsilon}\sin\beta}$. Переходя в (11) к переменной dt, получаем

$$\varphi_1 = \pi f\int_0^{t_k}\varepsilon_1 dt. \tag{12}$$

Для расчета флуктуаций направления распространения поля сделаем замену независимой переменной в системе (6), (7). В результате преобразований имеем

$$\frac{dx}{dt} = c\sqrt{\varepsilon}\cdot\sin\beta, \tag{13}$$

$$\frac{dz}{dt} = c\sqrt{\varepsilon}\cdot\cos\beta, \tag{14}$$

$$\frac{d\beta}{dt} = c\frac{\partial\sqrt{\varepsilon}}{\partial x}\cdot\cos\beta - c\frac{\partial\sqrt{\varepsilon}}{\partial z}\cdot\sin\beta. \tag{15}$$

Следует заметить, что все проводимые здесь аналитические преобразования относятся к электромагнитным полям. Вместе с тем эти преобразования применимы и к случаю распространения звуковых полей в стохастических диэлектрических средах, например, звукового поля в атмосфере и океане. В этом случае в системе уравнений (13)–(15) вместо функции $c\sqrt{\varepsilon(x,z)}$ следует рассматривать локальную скорость звука $V(x, z)$, а в качестве градиентов $c\dfrac{\partial\sqrt{\varepsilon}}{\partial x}$ и $c\dfrac{\partial\sqrt{\varepsilon}}{\partial z}$ использовать градиенты $\dfrac{\partial V(x,z)}{\partial x}$ и $\dfrac{\partial V(x,z)}{\partial z}$. Подставляя разложения (2)–(4) в систему (13)–(15) и проводя линеаризацию, для флуктуаций траекторных характеристик получаем

$$\frac{dx_1}{dt} = a_{31}z_1 + a_{32}\beta_1 + D_2, \tag{16}$$

$$\frac{dz_1}{dt} = a_{11}z_1 + a_{12}\beta_1 + D, \tag{17}$$

$$\frac{d\beta_1}{dt} = a_{21} z_1 + a_{22}\beta_1 + D_1, \tag{18}$$

где $a_{11} = -a_{22} = c\cos\beta_0 \dfrac{1}{2\sqrt{\varepsilon_0}} \dfrac{\partial\varepsilon_0}{\partial z_0}$, $a_{12} = -c\sqrt{\varepsilon_0}\sin\beta_0 = -c\sin\beta_{\text{н}}$, $a_{31} = c\sin\beta_0 \dfrac{1}{2\sqrt{\varepsilon_0}} \dfrac{\partial\varepsilon_0}{\partial z_0}$,

$$a_{32} = c\sqrt{\varepsilon_0}\cos\beta_0,\ a_{21} = -c\sin\beta_0 \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon_0}} \frac{\partial\varepsilon_0}{\partial z_0}\right),\ D = c\cos\beta_0 \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_1}{\sqrt{\varepsilon_0}}, \tag{19}$$

$$D_1 = c\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_1}{\sqrt{\varepsilon_0}}\right)\cos\beta_0 - c\sin\beta_0 \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_1}{\sqrt{\varepsilon_0}}\right),\ D_2 = c\sin\beta_0 \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_1}{\sqrt{\varepsilon_0}}$$

(здесь $\beta_{\text{н}}$ начальный угол падения луча на среду и учтен закон преломления: $\sqrt{\varepsilon_0}\sin\beta_0 = \sin\beta_{\text{н}}$ [2]). Нетрудно заметить, что уравнения (17), (18) образуют систему, которую можно решать независимо от уравнения (16). Используя теорему о существовании производных по свободным параметрам от решения порождающей системы дифференциальных уравнений (14), (15) (при $\varepsilon_1 = 0$) [4], можно решить систему (17), (18). Как известно [4], такие производные в совокупности образуют фундаментальные решения линейной однородной системы уравнений для флуктуаций (17), (18).

Решая (17), (18), имеем

$$z_1(t) = R_1(t)\cdot\int_{t_{\text{к}}}^{t} \frac{R_2(t)\cdot B_1}{c\cdot\sin\beta_{\text{н}}\cdot R_1(t_{\text{к}})}dt - R_2(t)\cdot\int_0^t \frac{R_1(t)\cdot B_1}{c\cdot\sin\beta_{\text{н}}\cdot R_1(t_{\text{к}})}dt, \tag{20}$$

$$\beta_1 = \frac{1}{R_1(t_{\text{к}})}\left[\left(\frac{1}{a_{12}}\frac{dR_1}{dt} - \frac{a_{11}}{a_{12}}R_1\right)\int_{t_{\text{к}}}^{t}\frac{B_1 R_2(t)}{c\cdot\sin\beta_{\text{н}}}dt - \left(\frac{1}{a_{12}}\frac{dR_2}{dt} - \frac{a_{11}}{a_{12}}R_2\right)\int_0^t \frac{B_1 R_1(t)}{c\cdot\sin\beta_{\text{н}}}dt\right] - \frac{D}{a_{12}}, \tag{21}$$

где $B_1 = \dfrac{c^2}{2}\left(\dfrac{\partial\varepsilon_1}{\partial z_0} - \sin\beta_0\cos\beta_0 \dfrac{\partial\varepsilon_1}{\partial x_0}\right)$, $R_1(t)$, $R_2(t)$ – фундаментальные решения.

Для решения краевой задачи в качестве фундаментальных решений возьмем

$$R_1(t) = \frac{\partial z_0}{\partial\beta_{\text{н}}}(t),\ R_2(t_{\text{к}} - t) = \frac{\partial z_0}{\partial\beta_{\text{н}}}(t_k - t). \tag{22}$$

При этом $R_1(t = 0) = 0$, $R_2(t = t_{\text{к}}) = 0$. Формула (21) позволяет рассчитать флуктуации направления распространения лучевого поля вдоль всей невозмущенной траектории. В частности, в пункте приема (когда $t = t_{\text{к}}$) имеем

$$\beta_t = \left[\frac{1}{a_{12}}\cdot\frac{dR_1}{dt} - \frac{a_{11}}{a_{12}}\cdot R_1(t_{\text{к}})\right]\cdot\frac{1}{R_1(t_{\text{к}})}\cdot\int_{t_{\text{к}}}^{t_{\text{к}}}\frac{B_1\cdot R_2(t)}{c\cdot\sin\beta_{\text{н}}}dt -$$

$$-\frac{1}{R_1(t_{\text{к}})}\cdot\left[\frac{1}{a_{12}}\cdot\frac{dR_2}{dt} - \frac{a_{11}}{a_{12}}\cdot 0\right]\cdot\int_0^{t_{\text{к}}}\frac{B_1 R_1(t)}{c\cdot\sin\beta_{\text{н}}}dt - \frac{D}{a_{12}}.$$

Учитывая равенство нулю первого интеграла, получаем:

$$\beta_t = -\frac{c\cdot\sin\beta_{\text{н}}}{R_1(t_{\text{к}})\cdot a_{12}}\cdot\int_0^{t_{\text{к}}}\frac{B_1\cdot R_1(t)}{c\cdot\sin\beta_{\text{н}}}dt - \frac{D}{a_{12}}(t_{\text{к}}).$$

Подставляя значения коэффициентов (19) при $t = t_{\text{к}}$, окончательно имеем

$$\beta_t = \frac{1}{R_1(t_{\text{к}})}\cdot\int_0^{t_{\text{к}}}\frac{B_1\cdot R_1(t)}{c\cdot\sin\beta_{\text{н}}}dt. \tag{23}$$

В случае, когда $\sin\beta_0 \cos\beta_0 \dfrac{\partial\varepsilon_1}{\partial x_0} << \dfrac{\partial\varepsilon_1}{\partial z_0}$ (пологие наклонные траектории лучей или присутствие в среде слоистых неоднородностей, вытянутых вдоль оси x), для флуктуации направления распространения лучей получаем

$$\beta_t = \frac{c}{2\cdot\dfrac{\partial z_0}{\partial\beta_н}(t_к)}\cdot\int_0^{t_к}\frac{\dfrac{\partial z_0}{\partial\beta_н}(t)}{\sin\beta_н}\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial z_0}dt. \qquad (24)$$

Используя формулы (12), (24) для флуктуаций фазы и направления прихода лучевого поля, составим выражения для дисперсий этих характеристик. В частности, для дисперсии фазы в пункте приема имеем

$$\sigma_\varphi^2 =< \pi^2 f^2 \int_0^{t_к}\varepsilon_1(z_1(t_1),x_1(t_1))\,dt_1\cdot\int_0^{t_к}\varepsilon_1(z_2(t_2),x_2(t_2))dt_2 > =$$

$$= \pi^2 f^2 \int_0^{t_к}\int_0^{t_к} < \varepsilon_1(z_1(t_1),x_1(t_1))\;\varepsilon_1(z_2(t_2),x_2(t_2)) > dt_1dt_2 = \pi^2 f^2\int_0^{t_к}\int_0^{t_к} N(t_1,t_2)\,dt_1dt_2. \qquad (25)$$

Соответственно для дисперсии направления прихода поля:

$$\sigma_\beta^2 =< \frac{c}{2R_1(t_к)}\int_0^{t_к}\frac{\dfrac{\partial z_0}{\partial\beta_н}(t_1)}{\sin\beta_н}\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial z_1}dt_1\cdot\frac{c}{2R_1(t_к)}\int_0^{t_к}\frac{\dfrac{\partial z_0}{\partial\beta_н}(t_2)}{\sin\beta_н}\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial z_2}dt_2 > =$$

$$= \frac{c^2}{4R_1^2(t_к)}\int_0^{t_к}\int_0^{t_к}\frac{\dfrac{\partial z_0}{\partial\beta_н}(t_1)\cdot\dfrac{\partial z_0}{\partial\beta_н}(t_2)}{\sin_н^2\beta} < \frac{\partial\varepsilon_1(z_1)}{\partial z_1}\cdot\frac{\partial\varepsilon_1(z_2)}{\partial z_2} > dt_1dt_2 =$$

$$= \frac{c^2}{4R_1^2(t_к)}\int_0^{t_к}\int_0^{t_к}\frac{\dfrac{\partial z_0}{\partial\beta_н}(t_1)\cdot\dfrac{\partial z_0}{\partial\beta_н}(t_2)}{\sin_н^2\beta}\frac{\partial^2 N}{\partial z_1\cdot\partial z_2}dt_1dt_2, \qquad (26)$$

где знак < > – означает усреднение по ансамблю неоднородностей среды, $N(z_1,x_1,z_2,x_2) = N_1\left(\dfrac{z_1+z_2}{2},\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)N_0(z_1-z_2,x_1-x_2)$ – функция корреляции неоднородностей диэлектрической проницаемости среды. Выражения (25), (26) представляют собой сложные интегралы, поскольку для их вычисления требуется априорная информация о невозмущенной траектории лучевого поля и знание фундаментального решения $\dfrac{\partial z_0}{\partial\beta_н}(t)$ в среде. Однако эти выражения можно эффективно алгоритмизировать. Используя в (25), (26) суммарно-разностное интегрирование [3] и полагая предел $t_к$ переменной величиной, интегралы (25), (26) могут быть сведены к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Объединяя эту систему с системой невозмущенных лучевых уравнений (13)–(15) (при $\varepsilon_1 = 0$), продифференцированной по свободному параметру $\beta_н$, а также с самой системой (13)–(15) (при $\varepsilon_1 = 0$), получаем полную систему дифференциальных уравнений для одновременного расчета средних и среднеквадратичных характеристик фазы и направления прихода лучевого поля в пункте наблюдения:

$$\frac{d\sigma_\varphi^2}{dt} = \frac{\pi^2\sqrt{\pi}f^2 a\cdot N_1}{c\sqrt{\varepsilon_0}},$$

$$\frac{dD_\beta}{dt} = \frac{N_1}{a\cdot\sqrt{\varepsilon_0^3}}\left(\frac{\partial z_0}{\partial\beta_н}(t)\right)^2,\; \frac{d\varphi_0}{dt} = 2\pi f\varepsilon_0,$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial z_0}{\partial\beta_н}\right) = \frac{\partial}{\partial\beta_н}\left(c\sqrt{\varepsilon_0}\cos\beta_0\right),$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\beta_0}{\partial\beta_н}\right) = \frac{\partial}{\partial\beta_н}\left(-\frac{c\cdot\sin\beta_0}{2\sqrt{\varepsilon_0(z_0)}}\frac{\partial\varepsilon_0(z_0)}{\partial z_0}\right), \qquad (27)$$

$$\frac{d\beta_0}{dt} = -\frac{c\cdot\sin\beta_0}{2\sqrt{\varepsilon_0(z_0)}}\frac{\partial\varepsilon_0(z_0)}{\partial z_0},$$

$$\frac{dx_0}{dt} = c\sqrt{\varepsilon_0}\sin\beta_0,\quad \frac{dz_0}{dt} = c\sqrt{\varepsilon_0}\cos\beta_0,$$

где $D_\beta = \dfrac{2\cdot\sigma_\beta^2}{\sqrt{\pi}\cdot c}\left(\dfrac{\partial z_0}{\partial\beta_н}(t_к)\right)^2$, a – характерный масштаб функции корреляции неоднородностей диэлектрической проницаемости среды.

Заключение

Предложена схема алгоритмизации решения краевой стохастической задачи электродинамики с использованием численных и аналитических методов. Основу схемы составляет аналитическое решение краевой траекторной задачи для отдельной реализации случайной функции диэлектрической проницаемости среды. Это позволяет исключить проблему пристрелки случайных лучевых траекторий в пункт наблюдения. Получены приближенные соотношения между статистическими траекторными характеристиками поля и параметрами корреляционной функции диэлектрической проницаемости среды. Интегральные выражения для статистических моментов траекторных характеристик преобразованы в системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с начальными условиями. Получена замкнутая система дифференциальных уравнений для расчета траекторных моментов поля в случае квазиоднородного поля неоднородностей среды. Решение системы уравнений допускает численное интегрирование с помощью хорошо апробированных численных методов, таких как, например, Рунге – Кутта, Кутты – Мерсона и др. [1]. Предложенная схема численно-аналитической алгоритмизации решения краевой стохастической задачи позволяет значительно снизить затраты компьютерного времени и допускает включение дифференциальных уравнений для расчета статистических траекторных характеристик лучевых полей, распространяющихся в нестационарных средах, в том числе искусственно возмущенных [5].

Список литературы

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. 632 с.

2. Kravtsov Yu.A., Orlov Yu.I. Geometrical Optics of Inhomogeneous Medium. Berlin: Springer-Verlag, 1990. 312 p.

3. Кляцкин В.И. Стохастические уравнения: теория и ее приложения к акустике, гидродинамике и радиофизике. М.: Физматлит, 2008. Т. 1. 317 с.

4. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения. М.: УРСС, 2008. 320 с.

5. Агеева Е.Т., Афанасьев Н.Т., Ким Д.Б., Михайлов Н.И. Математическое моделирование девиаций частоты декаметрового радиосигнала в искусственно-возмущенной ионосфере // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2015. № 8–9. С. 670–675.