

УДК 62-1:519.654:519.657

**АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ДЕГРАДАЦИОННОГО ИЗМЕНЕНИЯ
ТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ****Лисов А.А., Чернова Т.А., Горбунов М.С.***Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) (МАИ),
Москва, e-mail: 3141220@mail.ru*

Продemonстрированы проблемы и методы выполнения прогнозов эксплуатационной безопасности технических объектов, определения моментов аварийных отказов, предупреждения катастрофических ситуаций. Предложен подход качественного прогнозирования, показаны методы формирования моделей деградационного изменения объекта, исследования и уточнения их в динамике эксперимента. Обоснован выбор моделей, наиболее адекватно отражающих исследуемые явления. Приведены критерии выбора моделей, обеспечивающих наилучшие точность, надёжность и достоверность. В результате установления законов функционирования объекта исследования определяют характеристические показатели, отражающие его деградационное изменение. Фиксируя количественные значения характеристических показателей конкретного объекта в индивидуальной истории эксплуатации, формируют временные ряды. Аппроксимируя временные ряды по методу наименьших квадратов различными функциями, устанавливают аналитические виды закономерностей изменения характеристических показателей объекта, уточняют и корректируют их в динамике наблюдения эксплуатационного изменения объекта. Для формирования прогноза выделяют зависимости, удовлетворяющие приведенным обоснованным критериям. Путем экстраполяции выполняют индивидуальный прогноз объекта в индивидуальных условиях эксплуатации, определяют остаточный ресурс объекта и устанавливают моменты отказа. Для анализа деградационного изменения объекта использован регрессионный метод наименьших квадратов формирования математической модели с имитационным отражением всей последовательности режимов его работы и рекуррентным учетом всех предыдущих режимов.

Ключевые слова: моделирование деградационного изменения технических устройств, метод наименьших квадратов приближения экспериментальных данных, критерии выбора надёжных и достоверных моделей, прогнозирование остаточного ресурса

MODELS OF TECHNICAL DEVICES DEGRADATION CHANGES ANALYSIS**Lisov A.A., Chernova T.A., Gorbunov M.S.***Moscow Aviation Institute (National Research University) (MAI), Moscow, e-mail: 3141220@mail.ru*

The problems and methods of performing forecasts of technical objects operational safety, determining the moments of emergency failures, preventing catastrophic situations are demonstrated. A qualitative forecasting approach is proposed, methods of forming models of an object degradation change, research and refinement of them in experiment dynamics are shown. The choice of models that most adequately reflect the phenomena under study is substantiated. Criteria for selecting models providing the best accuracy and reliability are given. As a result of establishing the laws of the research object functioning, characteristic indicators reflecting its degradation change are determined. Fixing the quantitative values of a particular object characteristic indicators under the individual operation history, time series are formed. Approximating time series by the least squares method with various functions, the analytical types of patterns changes in the characteristic parameters of an object are established, refined and corrected in the dynamics of observing the operational changes of an object. To make a forecast, dependencies that satisfy the given justified criteria are selected. By extrapolation, an individual forecast of the object in individual operating conditions is performed, the residual resource of the object is determined, and the moments of failure are detected. To analyze the degradation change of the object, the regression least squares method was used to form a mathematical model with a simulation of the modes of operation entire sequence and with all previous modes recursive consideration.

Keywords: modeling of degradation changes in technical devices, least squares approximation of experimental data, selection criteria for reliable models, prediction of residual life

При разработке прогнозов эксплуатационной безопасности технических объектов, особенно прогнозов, обеспечивающих предупреждение аварийных отказов, отказов с катастрофическими исходами, необходима надёжная и точная модель прогноза, учитывающая индивидуальные данные объекта, работающего в индивидуальных условиях эксплуатации.

Цель исследования: обеспечение надёжности и повышение точности прогнозов эксплуатационной безопасности технических систем, определение остаточного ресурса и момента отказов.

Задача настоящей работы – при формировании прогнозов конкретного объекта с ростом продолжительности наблюдения за ним обратить внимание на динамику изменения параметров устанавливаемых закономерностей деградации, на изменение вида закономерностей и даже на исключение одних видов и переход на другие модели, наиболее точно отражающие исследуемые явления непосредственно в процессе эксперимента. Таким образом, обеспечиваются более качественные и достоверные показатели прогноза.

Материалы и методы исследования

Объектом исследования является деградационное изменение технических устройств в процессе эксплуатации. Предмет исследования – прогноз эксплуатационной безопасности технических устройств.

Фиксируя количественные значения характеристических показателей конкретного объекта, отражающие его деградационное изменение в индивидуальной истории эксплуатации, формируют временные ряды. Аппроксимируя временные ряды по методу наименьших квадратов различными функциями, устанавливают аналитические виды закономерностей изменения характеристических показателей. Формируют модели. В динамике наблюдения эксплуатационного изменения объекта с увеличением объемов совокупностей экспериментальных данных уточняют и корректируют параметры моделей. Для сравнительного анализа моделей и выделения моделей с лучшими показателями качества прогнозов предложены статистические критерии. Путем экстраполяции выполняют индивидуальный прогноз изменения объекта в конкретных условиях его эксплуатации, определяют остаточный ресурс и устанавливают моменты отказа.

Результаты исследования и их обсуждение

Для каждого технического объекта можно определить параметры, называемые характеристическими, по изменению которых можно судить о деградационном состоянии объекта. Формируя математическую модель деградационного изменения характеристического параметра объекта, можно установить его закономерность, оценить остаточный ресурс и определить таким образом момент отказа [1, 2].

Абсолютно разные модели для ограниченного множества экспериментальных данных деградационного изменения характеристического параметра могут обеспечить одинаковые математические критерии прогноза, однако результаты прогнозов у них могут быть совершенно различны.

Пусть экспериментально получены данные для 10 первых точек изменения характеристического параметра (табл. 1).

При аппроксимации таблицы экспериментальных точек y_3 по методу наименьших квадратов (МНК) наибольшую точность обеспечили экспоненциальная функция y_1 и полином третьей степени y_2 [3–5]:

$$y_1 = 99,6 - 96e^{-0,07x}$$

и

$$y_2 = 3,58 + 6,64x - 0,21x^2 + 0,003x^3.$$

В области задания обе функции имеют средние квадратические отклонения одного порядка, равные: $\sigma_1 = 0,055$, $\sigma_2 = 0,039$.

Анализ динамики изменения значений экспериментальных данных показывает, что они имеют характер насыщения. Функцию насыщения отражает экспоненциальная зависимость y_1 . Кубическая парабола y_2 в области задания обеспечивает меньшее среднее квадратическое отклонение $\sigma_2 < \sigma_1$, однако, при $x = 50$ она показывает физически противоречивый результат.

Для оценки точности моделей и качества прогноза целесообразно использовать следующие три критерия.

1. Среднее квадратическое отклонение между экспериментальными значениями и значениями, полученными по аппроксимирующей функции, называемое погрешностью аппроксимации:

$$\sigma_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2},$$

где $\varepsilon_i = y_{pi} - y_{zi}$, y_{pi} , y_{zi} – значения исследуемой функции расчетное и экспериментальное в i -й точке.

2. Коэффициент детерминации D :

$$D = 1 - \sum_{i=1}^n (y_{pi} - y_{zi})^2 / \sum_{i=1}^n (y_{zi} - \bar{y}_3)^2, \quad (1)$$

где $\bar{y}_3$ – среднее значение экспериментальной функции.

Коэффициент детерминации D показывает, насколько точно аппроксимированы исходные данные функцией, выражающей закономерность процесса, функцией прогнозирования. Из анализа расчетной формулы (1) следует, что при абсолютном совпадении расчетной аппроксимирующей функции y_p с экспериментальной y_3 во всех точках для любого i $y_{pi} = y_{zi}$ числитель дроби равен нулю, а значение $D = 1$. Если коэффициент детерминации D имеет значение, близкое к 1, то считают, что функция прогноза достаточно точно описывает (приближает) экспериментальную функцию «в прошлом», а потому вычисленные значения y_p для будущих моментов времени, также будут соответствовать реальным величинам. Для табл. 1 и аппроксимирующих функций y_1 и y_2 значения коэффициентов детерминации соответственно равны:

$$D_1 = 0,999993691, D_2 = 0,999996814.$$

Таблица 1

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x , ед.	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
y_3	3,6	16,1	27,0	36,5	44,8	52,0	58,2	63,6	68,3	72,4

Оба коэффициента детерминации практически равны единице, оба «свидетельствуют» о точном прогнозе в будущем. Однако это не так. Нужно исследовать третий критерий – доверительный интервал L .

3. *Доверительным интервалом L* для прогнозного значения называется случайный интервал, который с заданной вероятностью α содержит неизвестное точное значение функции $y(x)$. Вероятность α называется доверительным уровнем или надёжностью. Для оценки доверительных интервалов нужно вычислить:

а) расчетные значения прогнозируемых величин в заданные моменты времени. Пусть задан момент $x_0 = 50$; расчетные значения исследуемых функций в этой точке абсолютно разные: $y_{1p}(50) = 96,7$ $y_{2p}(50) = 185,58$.

б) среднее арифметическое аргумента и сумму квадратов его отклонений от среднего:

$$\bar{x} = \frac{1}{10}(0 + 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18) = 9$$

$$S_x = \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = (9^2 + 7^2 + 5^2 + 3^2 + 1^2 + 1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + 9^2) = 2 \cdot 165 = 330.$$

в) стандартные ошибки прогноза

$$S_{01} = \sigma_1 \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_x}} = 0,055 * \sqrt{1 + 0,1 + \frac{(50 - 9)^2}{330}} = 0,14,$$

$$S_{02} = \sigma_2 \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_x}} = 0,039 * \sqrt{1 + 0,1 + \frac{(50 - 9)^2}{330}} = 0,10.$$

г) границы доверительного интервала можно оценить с использованием распределения Стьюдента, но в практических оценках рекомендуют ширину Δ интервала выбирать равной $\Delta = 3S_0$ при $\alpha = 0,95$ (согласно эмпирическому правилу «три сигма»). Таким образом, для аппроксимирующих функций y_1 и y_2 получим

$$L_1 = y_1(x_0) \pm \Delta_1 = 96,7 \pm 0,42;$$

$$L_2 = y_2(x_0) \pm \Delta_2 = 185,6 \pm 0,30.$$

Очевидно, что расчетные значения третьего критерия тоже близки.

В рассмотренном примере при значениях средних квадратических отклонений и стандартных ошибок прогноза одного порядка, при практически одинаковых значениях коэффициентов детерминации и при близких доверительных интервалах, тем не менее значения прогнозных величин существенно различны. То есть при верных вычислительных алгоритмах показана опасность применения математических методов прогнозирования без пошагового анализа их промежуточных результатов в последовательности всех режимов испытаний, показана возможность грубейших ошибок долгосрочного прогноза.

При реализации прогнозирования для исключения указанной выше опасности необходимо выполнить следующее.

1. Разработать план эксперимента с оптимальной дискретностью контрольных испытаний.

2. Выбрать аппроксимирующую функцию (или функции) с наилучшими показателями по всем трем вышеуказанным критериям.

3. Мощным средством для анализа, сравнения, коррекции и уточнения моделей прогноза является *рекурсивное прогнозирование*. В соответствии с его рекомендациями из получаемых данных выделяют последние значения, определяют по ним прогнозы, сравнивают с реальностью.

Такой прием «пристрелочного прогноза» позволяет оценить точность будущего прогноза на реальных данных. В случае расхождений следует выполнять анализ причин их возникновения. «Пристрелочный прогноз» нужно выполнять в процессе всего эксперимента. Добавляя в исходные данные результаты нового последнего контрольного испытания, уточняют параметры аппроксимирующих моделей. Здесь также целесообразен анализ и контроль динамики изменения параметров моделей (коэффициентов аппроксимирующих функций). Если при последовательном пересчете параметров модели они остаются достаточно стабильными или монотонно стремятся к определённому значению предела $a = \lim_{i \rightarrow \infty} a_i$, то можно считать, что модель верно отражает закономерность процесса.

Таблица 2

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x , ед.	0	5	10	15	20	25	30	35	38	40
y_3	0,0	0,67	1,56	2,78	4,54	7,35	12,5	25,0	47,5	100,0

Результаты вычислительного эксперимента по определению влияния количества экспериментальных точек на параметры аппроксимирующих функций показаны на примере короткого замыкания витков индуктивных элементов. Зависимость выходного тока y_3 во времени (ось x) представлена в табличной форме (табл. 2) [6].

Если использовать начальный участок для пяти точек, то в результате полиномиальной аппроксимации получены следующие полиномы первой очереди:

$$y_{p1} = ax = 0,2019x;$$

$$y_{p2} = b_1x + b_2x^2 = 0,0856x + 0,0069x^2;$$

$$y_{p3} = c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 = \\ = -0,00143 + 0,1262x + 0,00077x^2 + 0,000213x^3.$$

Для сравнительного анализа точности аппроксимации поточно вычислены значения y_{p1} , ε_1 , y_{p2} , ε_2 , y_{p3} , ε_3 и построены графики (рис. 1).

Анализ графиков (рис. 1) показывает, что наилучшие результаты в совпадении экспериментальной и расчётных зависимостей обеспечивает в области $x \leq 20$ полином 3-й степени. Однако для всех полиномов ошибка сильно растёт в точках прогноза (в 6-й и в 7-й). Наименьшую погрешность в этих точках также обеспечивает кубическая парабола.

Если увеличить начальный участок до восьми точек, то в результате полиномиальной аппроксимации получают следующие полиномы второй очереди:

$$y_{p1} = ax = 0,45x;$$

$$y_{p2} = b_1x + b_2x^2 = -0,284x + 0,026x^2;$$

$$y_{p3} = c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 = \\ = -0,408 + 0,535x - 0,044x^2 + 0,0014x^3.$$

Для сравнения точности аппроксимации полиномов 2-й очереди поточно вычислены значения y_{p1} , ε_1 , y_{p2} , ε_2 , y_{p3} , ε_3 и построены графики (рис. 2).

Сравнительный анализ аппроксимирующих функций 1-й и 2-й очереди показывает существенное изменение параметров. Оно обусловлено существенным изменением характера экспериментальной зависимости, появлением участка с крутым фронтом роста.

Погрешности кубической параболы во 2-й очереди существенно возросли, но эта функция остаётся наилучшей среди всех исследуемых многочленов.

Анализ графиков показывает также, что погрешности многочленов y_{p1} и y_{p2} настолько велики, что их использование для дальнейших расчетов нецелесообразно. Появление крутого фронта роста в экспериментальной функции может свидетельствовать о лавинном характере развития процесса. Если аппроксимировать экспериментальную функцию y_3 для $n = 5$ точек дробно-рациональной функцией, то будет получена функция:

$$y_p = \frac{ax - b}{x - c} = \frac{5x}{42,1 - x}.$$

Для неё поточно вычислены значения y_p и ε , и дальнейший анализ показал, что дробно-рациональная функция наилучшим образом аппроксимирует экспериментальную функцию во всем диапазоне исследования. Полученная на основе пяти начальных экспериментальных точек при табулировании, она показала практическое совпадение для всех точек полного ресурса. В сравнении с этой функцией точность аппроксимирующего полинома y_{p3} существенно ниже.

Таким образом, продемонстрированы проблемы и методы обеспечения реальных прогнозов изменения характеристических показателей, получаемых в эксперименте. Особенно следует подчеркнуть, что для качественного прогнозирования целесообразно сформировать несколько моделей исходных данных, постоянно анализировать их точность и достоверность в процессе эксперимента, при необходимости изменять дискретность контрольных испытаний, корректировать и обоснованно выбрать модели, отражающие реальную динамику процессов с наибольшей достоверностью.

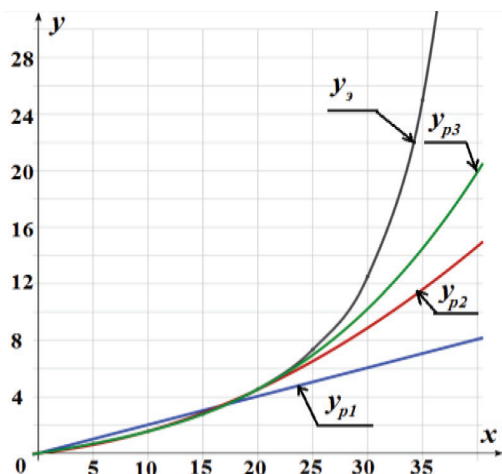


Рис. 1. Сравнительный анализ аппроксимирующих и экспериментальной функций при ограниченном начальном участке. $y_э$ — график экспериментальной функции; y_{p1} — линейная аппроксимация; y_{p2} — квадратичная аппроксимация; y_{p3} — аппроксимация кубической параболой

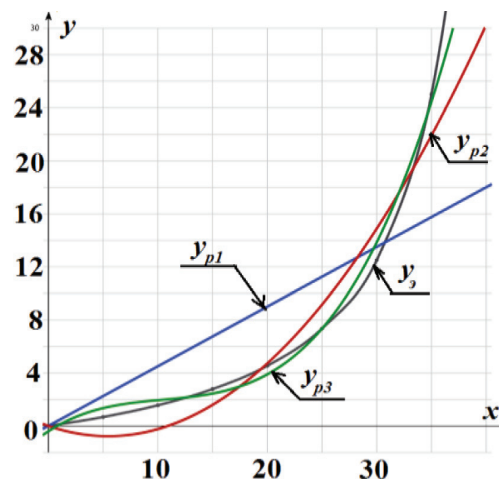


Рис. 2. Сравнительный анализ аппроксимирующих и экспериментальной функций при пролонгированном начальном участке. $y_э$ — график экспериментальной функции; y_{p1} — линейная аппроксимация; y_{p2} — квадратичная аппроксимация; y_{p3} — аппроксимация кубической параболой

Выводы

1. Для решения задач прогноза деградационных изменений характеристических параметров технических объектов эффективен регрессионный МНК к формированию математической модели, с отражением всей последовательности режимов работы объекта и рекуррентным учетом всех предыдущих режимов в каждой последующей точке.

2. Установлена целесообразность формирования нескольких моделей, отражающих закономерности исследуемых процессов. При реализации эксперимента необходим анализ стабильности параметров моделей или учет их изменения, коррекции и даже исключения или замены некоторых моделей в целом.

3. Проведён сравнительный анализ моделей прогноза — аппроксимирующих функций, построенных по МНК. Показано, что параметры этих функций существенно зависят от числа точек наблюдения. Добавление текущей точки может существенно изменить параметры моделирующей

функции. С учётом последующих участков наблюдения может измениться вид моделирующей функции. Приведены критерии качества моделей прогноза.

Список литературы

1. Лисов А.А., Чернова Т.А., Горбунов М.С. Моделирование предельных состояний в эксплуатации электро-механических преобразователей // Труды МАИ. 2017. № 95. [Электронный ресурс]. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=84624> (дата обращения: 20.11.2019).
2. Костиков Ю.А., Чернова Т.А. О методологии научного исследования эффективности оценки деградационного изменения технических устройств // Инновации и инвестиции. 2018. № 6. С. 237–243.
3. Самарский А.А. Математическое моделирование: методы, описания, исследования: учебное пособие для вузов. М.: Наука, 2003. 614 с.
4. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики: учебное пособие. 8-е изд. М.: Лань, 2011. 664 с.
5. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов. 9-е изд., стер. М.: Высшая школа, 2003. 479 с.
6. Кириллов В.Ю., Клыков А.В., Томилини М.М. Моделирование переходных процессов усилителя тока двигателя рулевого привода самолёта // Вестник Московского авиационного института. 2016. Т. 23. № 2. С. 175–184.