

УДК 622:519.63

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПОПУЛЯЦИИ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ НА АРЕАЛЕ ПРОМЫШЛЕННЫХ РАБОТ**Васильев М.Д., Васильева Н.В., Матвеева О.И., Трофимцев Ю.И.***Институт математики и информатики, Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, e-mail: 1767700@mail.ru*

В работе рассматривается влияние на охраняемые популяции отвода земель ресурсных резерватов под разработку месторождений полезных ископаемых. Основным методом оценки этого влияния является метод математического моделирования. Результаты исследования получены с помощью модели, основанной на двух параболических дифференциальных уравнениях в частных производных (уравнения диффузии). Уравнения описывают динамику популяции на биллокальном ареале, когда граница охраняемой территории разбивает ареал на две части – охраняемую и неохраняемую. При этом существует свободный переход особей из одной части ареала в другую. Учитывается также диффузионное перемещение особей по ареалу и перекрестная диффузия, означающая как конкуренцию особей за имеющиеся ресурсы, так и их возможное совместное существование. Численные расчеты показали, что при правильной оценке воздействия на природный потенциал резервата можно сохранить стабильные плотности охраняемых популяций в обеих частях ареала, но на несколько более низком уровне. Рассмотрен также случай высоких техногенных нагрузок на охраняемые популяции, приводящих к их вырождению. Показано, что наличие достаточного пищевого ресурса благотворно влияет на плотности охраняемой и неохраняемой частей популяции.

Ключевые слова: математическое моделирование, динамика популяции, биллокальный ареал, охраняемые территории, ресурсные резерваты, техногенное воздействие, численные методы

MATHEMATICAL MODELING OF POPULATION DYNAMICS DURING TECHNOGENIC IMPACT ON THE HABITAT**Vasilev M.D., Vasileva N.V., Matveeva O.I., Trofimtsev Yu.I.***Institute of Mathematics and Informatics, M.K. Ammosov North-Eastern Federal University, Yakutsk, e-mail: 1767700@mail.ru*

The article considers a model of impact on protected populations habitat during of the development of mineral deposits. The main research method of this problem is mathematical modeling. As a model, we consider a system of parabolic partial differential equations. The habitat of the population is bilocal, that is, divided into two parts. One part of the range is protected, and on the other part of the range, the population is experiencing anthropogenic impact. Between parts of the range there is free migration of individuals. The movement of individuals in habitat is considered as a diffusion process. Also, by introducing cross-diffusion parameters in the system takes into account directional migration. Numerical solutions showed that with a correct assessment of the impact on the natural reserve potential, it is possible to maintain stable densities of protected populations in various parts of the field, but at a lower level. The case of high technogenic loads on protected populations leading to their degeneration is also considered. It is shown that the presence of a sufficient food resource has a beneficial effect on the density of the protected and unprotected parts of the population.

Keywords: mathematical modeling, dynamic of population, bilocal areal, protected areas, resource reserves, anthropogenic impact, numerical solution

Добыча алмазов – одна из основных отраслей промышленности Республики Саха (Якутия). После аварии на руднике «Мир», восстанавливать который начнут только в 2024 г., объем добычи упал на 10–11%. Поэтому все более привлекательными для промышленной разработки становятся россыпные месторождения. Среди россыпных месторождений наиболее часто встречается аллювиальный тип, развитый в малых и средних реках. Протяженность россыпей изменяется от километров до нескольких десятков километров, ширина – от десятков до сотен метров [1].

Территория Якутии составляет более трех миллионов квадратных километров, из них 28,5% относятся к охраняемым территориям. Этому способствует низкая плотность населения – около 0,3 человека на квадратный километр. В Якутии раз-

работана стройная система особо охраняемых природных территорий (ООПТ), включающая в себя природные парки, заповедники, заказники, ресурсные резерваты, охраняемые ландшафты и памятники природы, а также зеленые зоны селитебных мест [2]. Введена принципиально новая форма ООПТ – ресурсный резерват, содержащий в себе элементы четвертой-седьмой категорий охраняемых территорий Международного союза охраны природы. Введение резерватов продиктовано обширностью сети ООПТ, что затрагивает уклад жизни коренных народов. К ресурсным резерватам относятся зоны абсолютного покоя, священные места, зоны лицензионного изъятия ресурсов, зоны сезонного изъятия природных ресурсов, зоны традиционного природопользования, охраняемые ландшафты и памятники природы.

Структура ареалов играет важную роль в динамике численности и распространении популяций. Последствия хозяйственной деятельности человека могут привести к изменению размеров среды обитания биологических видов. В случае изменения размеров охраняемой части биологического ареала, остается важным вопрос сохранения численности популяции.

Существенной проблемой является рекультивация территорий и восстановление биоценозов на них после окончания промышленных разработок. В северных условиях эти процессы длятся десятилетиями, до сих пор слабо разработаны методы восстановления нарушенных земель. На них развиваются биоценозы, отличные от существовавших природных, что приводит к уменьшению ареалов охраняемых популяций и замене видов, как правило, на менее ценные и менее прихотливые к условиям обитания. В республике возникают новые крупные промышленные объекты, такие как международный газопровод «Сила Сибири», при создании которого на месторождении «Чаянда» построен большой газовый комплекс, и задачи сохранения и восстановления видов, подвергшихся техногенному воздействию, становятся все более актуальными и требующими новых подходов их решения. Использование математического моделирования может быть полезным в этой ситуации.

В 1950-х гг. была освоена промышленная разработка россыпи алмазов на трубках «Мир», «Айхал», «Удачная», что было вызвано природными и технологическими особенностями проведения работ в условиях вечной мерзлоты. В результате выработ-

ки имеющихся месторождений россыпная алмазодобыча в Якутии продвигается все дальше на север, за Полярный круг, при этом отчуждая территории ресурсных резерватов. Примером такого продвижения является Верхне-Мунское месторождение алмазов, которое находится на западе Якутии в 170 км от г. Удачный на территории ресурсного резервата «Муна». На данный момент разведаны четыре кимберлитовые трубки: «Заполярная», «Деймос», «Новинка», «Комсомольская-Магнитная». Верхне-Мунское месторождение будет приносить порядка 1,8 млн карат алмазов в год в течение более 20 лет. Продолжительные техногенные работы могут существенно повлиять на сохранение биологического разнообразия на местности. Уменьшение территории ресурсного резервата влияет на охраняемые популяции животных, к числу которых относятся популяции лося, дикого оленя, соболя и колонка.

Целью работы является оценка влияния горной добычи на плотности охраняемых популяций с помощью математического моделирования их динамики.

Материалы и методы исследования

Промышленное освоение территорий приводит к разбиению мест обитания популяций на части. Рассматривается случай образования биологического ареала. Обозначим через u и v плотности популяции на охраняемой в естественном виде территории и на промышленно осваиваемой территории. Исследование проводится с помощью классических уравнений диффузии, понимаемой как распространение популяции по двумерному ареалу [3]. Правые части уравнений дополнены членами, описывающими кросс-диффузию [4] и обобщенный ресурс. Система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla(\epsilon_1(u, v)\nabla u - p_1 u \nabla v - q_1 u \nabla r) + m_1 u + d_1(v - u) - c_1 u^2 - b_1, \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \nabla(\epsilon_2(u, v)\nabla v - p_1 v \nabla u - q_2 v \nabla r) + m_2 v + d_2(u - v) - c_2 v^2. \end{cases}$$

Расселение популяции по территории описывается диффузионными параметрами $\epsilon_1(u, v)$, $\epsilon_2(u, v)$ и p_1, p_2 . Учет неоднородности среды обитания достигается функцией $r(x, y)$. Скорости изменения плотностей популяции пропорциональны самим плотностям с коэффициентами пропорциональности m_1, m_2 , члены d_1, d_2 описывают переходы особей из одной зоны ареала в другую, конкуренция за ресурс учитывается с помощью членов c_1, c_2 . Внешнее техногенное воздействие интерпретируется коэффициентом b_1 [4–6].

Рассматривается ареал $\Omega = [0, l_1] \times [0, l_2]$, на границах которого ставились условия, предполагающие, что особи популяции не покидают ареал, и что их численность на границах равна нулю. Отчуждение охраняемой территории описывалось изменением параметра l_2 .

Начальные распределения плотностей популяции могут быть заданы в виде поверхности на рас-

сматриваемом ареале. В данной работе в качестве такой поверхности рассмотрено двумерное нормальное распределение. Функция ресурса также задается как поверхность, экстремальные значения которой являются благоприятными зонами ареала.

Для численного решения рассматриваемой задачи построен вычислительный алгоритм на основе метода расщепления по пространственным переменным, используя безусловно-устойчивые конечно-разностные схемы суммарной аппроксимации [7]. Вычислительный алгоритм реализован на языке программирования Python с использованием модифицированного метода прогонки и метода простых итераций [8, 9]. Разработан пакет программ для проведения вычислительных экспериментов при различных параметрах модели. Расчеты проводились до выхода на устойчивые стационарные распределения плотностей популяции [10].

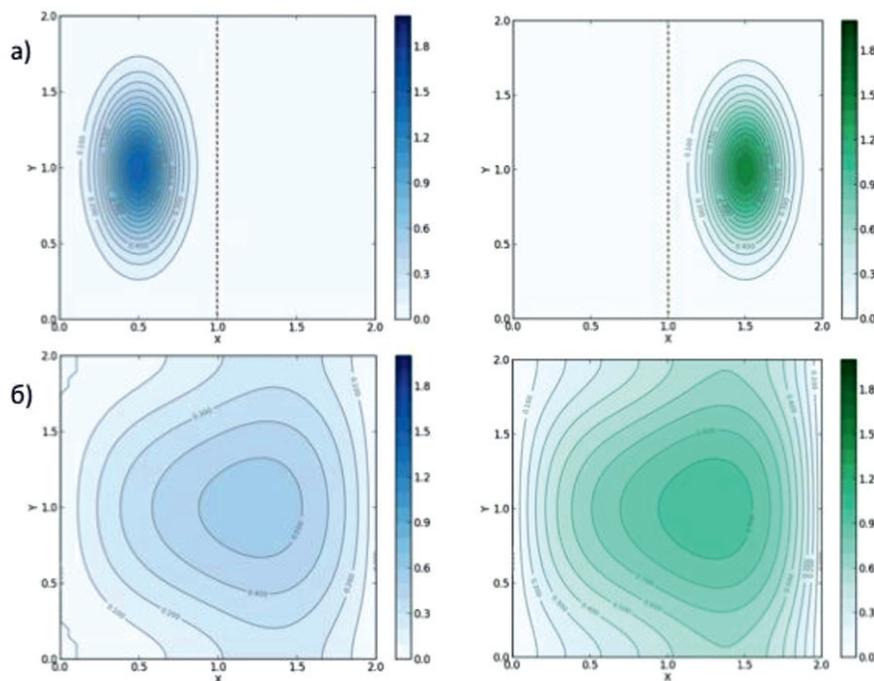


Рис. 1. Случай отношения частей ареала 1:1, (а) – начальные плотности u и v , $t = 0$, (б) – предельные плотности u и v , $t = 15$

Результаты исследования и их обсуждение

Численные расчеты показали, что уменьшение площади охраняемой территории вызывают меньший эффект, чем ожидалось. Это связано с тем, что в модели не учитывается изменение величины ресурса в промышленной зоне и коэффициенты перехода остаются постоянными. Если техногенное воздействие невелико, то плотности частей популяции стабилизируются на определенном, но меньшем начальном уровне. Это можно объяснить наличием охраняемой части резервата. На рис. 1 приведены начальные и предельные величины плотностей обеих частей популяции при одинаковых площадях охраняемой и неохраняемой частей ареала. Предельные величины плотностей равны 0,5 для неохраняемой и 0,9 для охраняемой частей.

При уменьшении охраняемой территории (соотношение частей ареала 5:3) предельные величины стабилизируются на более низком уровне – 0,4 и 0,8 соответственно. Дальнейшее уменьшение площади охраняемой части практически не приводит к изменению предельных плотностей обеих частей популя-

ции (рис. 2). Этот эффект объясняется выбором значений параметров системы, при котором существует устойчивое стационарное состояние и наличием постоянного обмена особями между частями биллокального ареала.

В рассматриваемой модели имеется бифуркация типа «складка» [10], приводящая к вырождению всей популяции. Она возникает при больших техногенных нагрузках, т.е. при превышении критического значения бифуркационного параметра b_1 в модели. Бифуркационный параметр выражается через коэффициенты функций f_1 и f_2 . В случае незначительного превышения критической отметки ($b_1 = 0,39$), в момент времени $t = 3$, при равных площадях частей ареала сохраняются ненулевые плотности охраняемой и неохраняемой частей популяции (рис. 3). Если при тех же значениях параметра системы уменьшить площадь охраняемой части ареала, то в тот же момент времени $t = 3$ неохраняемая часть популяции уже не существует (рис. 4).

Учет неоднородности ареала достигается введением функции обобщенного ресурса в виде поверхности $r(x, y)$. Пусть основной пищевой ресурс особей сосредоточен на неохраняемой части ареала (рис. 5, а).

При большом техногенном воздействии и при равных площадях частей ареала это приводит к малой, но ненулевой плотности неохраямемой части популяции (рис. 5, б).

Отчуждение части территории резервата под горные работы приводит к совсем уж малой, но ненулевой плотности неохраямемой части популяции (рис. 5, в).

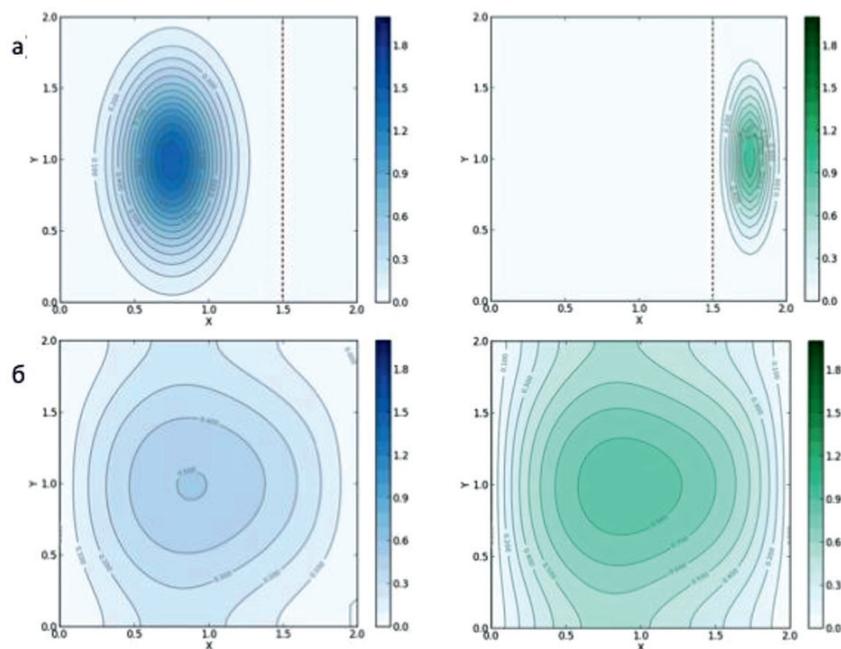


Рис. 2. Случай отношения частей ареала 3:1, (а) – начальные плотности u и v , $t = 0$, (б) – предельные плотности u и v , $t = 15$

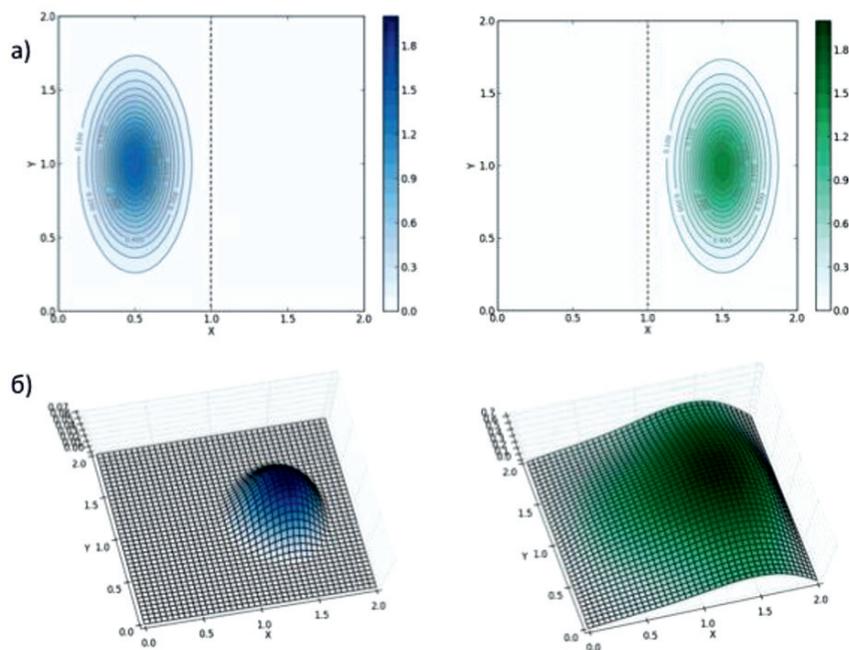


Рис. 3. Случай наличия в системе бифуркации при отношении частей ареала 1:1, (а) – исходные плотности u и v , $t = 0$, (б) – промежуточные плотности u и v , $t = 3$

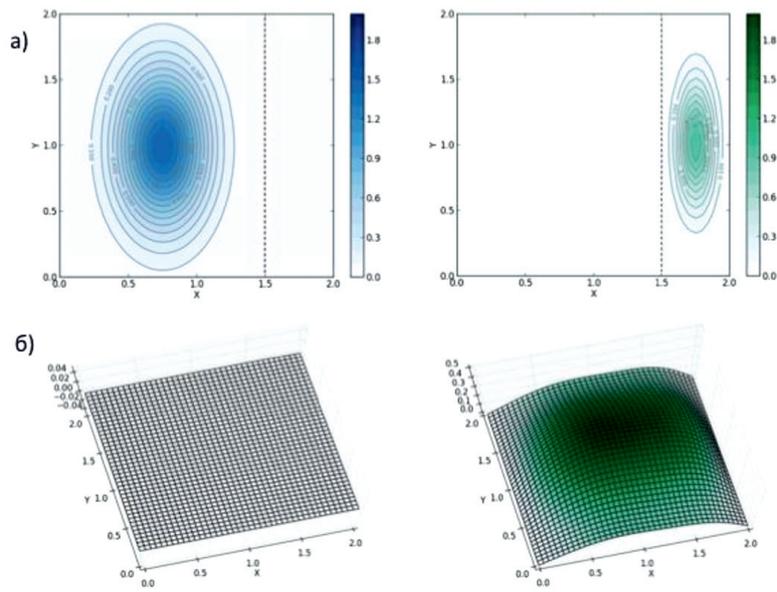


Рис. 4. Случай наличия в системе бифуркации при отношении частей ареала 3:1, (а) – исходные плотности u и v , $t = 0$, (б) – промежуточные плотности u и v , $t = 3$

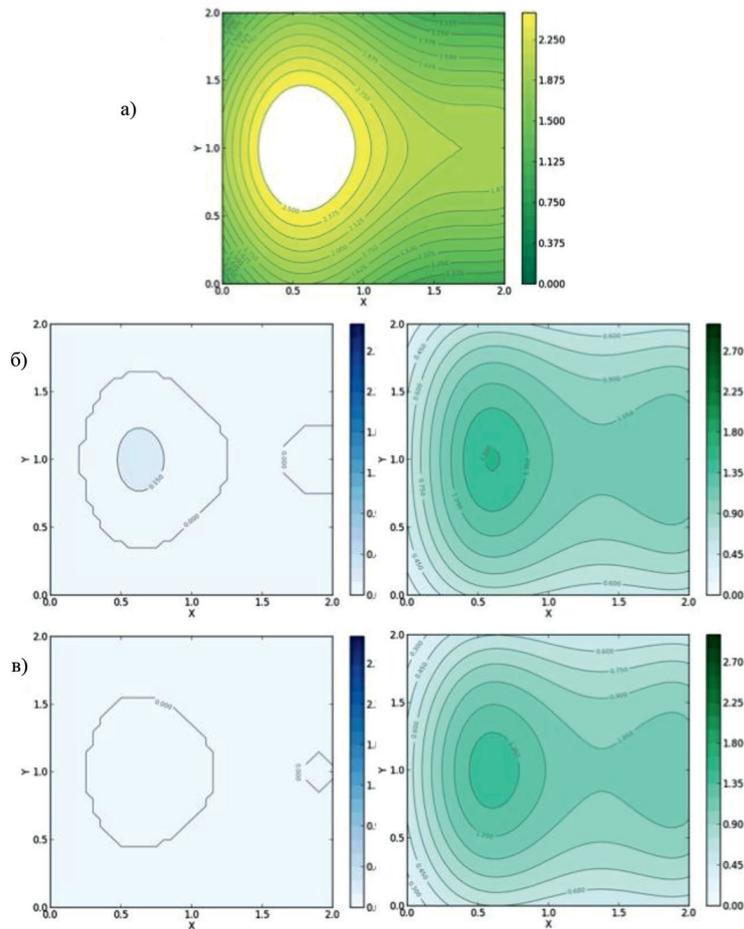


Рис. 5. Случай введения в систему функции ресурса, (а) – функция ресурса $r(x, y)$, (б) – промежуточные плотности u и v , $t = 10$ при отношении частей ареала 1:1, (в) – промежуточные плотности u и v , $t = 10$ при отношении частей ареала 3:1

Заключение

При решении задач экономики необходимо учитывать промышленное воздействие на природную среду и решать экологические проблемы одновременно с экономическими. Перевод части земель природного резервата под добычу полезных ископаемых не приводит к большим отрицательным воздействиям на охраняемые популяции только при правильной оценке природного потенциала. В случае присутствия экстремальных техногенных воздействий введение обобщенного ресурса позволяет сохранить присутствие популяции до определенного момента времени. Вид функции ресурса существенно влияет на формы предельных распределений обеих частей популяции.

Список литературы

1. Аргунов К.П. Алмазы Якутии. Новосибирск: Наука, 2015. 402 с.
2. Фридовский В.Ю., Прохоров В.А. Безопасность Республики Саха (Якутия). Новосибирск: Наука, 2008. 296 с.
3. Knabner P., Angermann L. Numerical methods for elliptic and parabolic partial differential equations. N.Y.: Springer-Verlag, 2003. 426 p.
4. Tulumello E., Lombardo M.C., Sammartino M. Cross-diffusion driven instability in a predator-prey system with cross-diffusion. Acta Appl Math. 2014. Vol. 132. P. 621–633.
5. Dubey B., Das B., Hassain J. A predator-prey interaction model with self and cross-diffusion. Ecol. Model. 2002. 141. P. 67–76.
6. Vasilyev M.D., Vasilyeva N.V., Trofimtsev Yu.I. A diffusion model of protected population on bilocal habitat with generalized resource. Proseeding of the 8th International Conference on Mathematical Modeling. AIP Conf. Proc. 1907.030014-12. DOI: 10.1063/1.5012636.
7. Вабищевич П.Н. Аддитивные операторно-разностные схемы (схемы расщепления). М.: Красанд, 2013. 464 с.
8. Вабищевич П.Н. Численные методы: Вычислительная практика. М.: Книжный дом «Либроком», 2010. 320 с.
9. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения задач конвекции-диффузии. М.: «Либроком», 2015. 248 с.
10. Васильев М.Д. Численное исследование двумерной модели охраняемой популяции на биллокальном ареале // Вестник СВФУ. 2017. № 1 (57). С. 44–61.