

УДК 621.941-229.2:62-565:519.87

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГИДРОСУППОРТА СТАНКА С ИНЕРЦИОННЫМ РЕГУЛЯТОРОМ

¹Кадыров И.Ш., ¹Темирбеков Ж.Т., ¹Турсубеков Б.С., ²Давлятов У.Р.

¹Кыргызский национальный аграрный университет имени К.И. Скрябина,
Бишкек, e-mail: bgtu_kg@mail.com, jeenbek-58@mail.ru, tbs200618@gmail.com;

²Кыргызский государственный технический университет имени И. Раззакова,
Бишкек, e-mail: uluk-2000@mail.ru

В статье обоснована актуальность теоретических исследований объекта управления, имеющего безынерционный и инерционный регуляторы расхода, поступающего в рабочую полость цилиндра гидросуппорта. Известно, что для получения качественной продукции при металлообработке, в частности на токарном станке, следует автоматически поддерживать статическое значение сил резания, что позволяет обеспечить точности геометрических размеров детали, а также повышения стойкости инструмента, поскольку нагрузки на их меняются в небольших пределах. В связи с этим определен интерес представляет теоретическое исследование объекта управления, имеющего безынерционный и инерционный регуляторы расхода, поступающего в рабочую полость цилиндра гидросуппорта. Методы исследования основаны на основных положениях теории автоматического управления, механики и гидроавтоматики. Представлены материалы по разработке математической модели объекта регулирования – гидросуппорта станка с инерционным регулятором, а также результаты исследований этой модели, приведена сравнительная оценка их статических и динамических характеристик, позволяющих производить расчеты массо-геометрических и режимных параметров, необходимых для проектирования и создания автоматических систем управления режимами работ токарного станка. Показана возможность путем варьирования значением коэффициента регулирования K_r получить различные законы переходных процессов: аperiodический или колебательный, что позволяет инженерно-техническим работникам по представленным формулам в статье сделать правильный и рациональный выбор параметров, обеспечивающих высокие динамические качества: быстродействие и устойчивость системы. Представленные материалы могут быть использованы при автоматизации технологических процессов механической обработки изделий на станках.

Ключевые слова: инерционный регулятор, гидросуппорт, гидроавтоматика, токарный станок, дифференциальное уравнение, переходный процесс, устойчивость

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODEL HYDRAULIC SUPPORTING MACHINE WITH INERTIAL CONTROLLER

¹Kadyrov I.Sh., ¹Temirbekov Zh.T., ¹Turusbekov B.S., ²Davlyatov U.R.

¹Kyrgyz National Agrarian University named after K.I. Scriabin, Bishkek,
e-mail: bgtu_kg@mail.com, jeenbek-58@mail.ru, tbs200618@gmail.com;

²Kyrgyz State Technical University named after I. Razzakov, Bishkek, e-mail: uluk-2000@mail.ru

The article substantiates the relevance of theoretical studies of the control object having inertial and inertial flow regulators entering the working cavity of the cylinder of the hydraulic support. It is known that to obtain high-quality products in metal, in particular a lathe, you should automatically maintain a static value of the cutting forces, which allows to ensure the accuracy of the geometric dimensions of the part and increase tool life because the load on them varies in a small range. In this regard, of particular interest is the theoretical study of the control object having inertial and inertial flow regulators entering the working cavity of the cylinder of the hydraulic support. Research methods are based on the basic provisions of the theory of automatic control, mechanics and hydraulic automation. Materials on development of mathematical model of object of regulation – hydrosupport of the machine with inertial regulator, and also results of researches of this model are presented, the comparative assessment of their static and dynamic characteristics allowing to make calculations of the mass-geometrical and mode parameters necessary for design and creation of automatic control systems of modes of works of the lathe is conducted. It is shown that by varying the value of the coefficient of control of the K_r to obtain different laws of transients: aperiodic or oscillatory, which allows engineers and technicians according to the formulas presented in the article to make a correct and rational choice of parameters that provide high dynamic qualities: performance and stability of the system. The presented materials can be used in the automation of technological processes of mechanical processing of products on machines.

Keywords: inertial controller, hydraulic support, hydroautomatics, lathe, differential equation, transient, stability

Известно, что для получения качественной продукции при металлообработке, в частности на токарном станке, следует автоматически поддерживать статическое значение сил резания, что позволяет обеспечить точность геометрических размеров

детали, а также повышения стойкости инструмента, поскольку нагрузки на их меняются в небольших пределах [1, 2].

В связи с этим определен интерес представляет теоретическое исследование объекта управления, имеющего безынерци-

онный и инерционный регуляторы расхода, поступающего в рабочую полость цилиндра гидросуппорта.

Цель исследования: разработка математических моделей разрабатываемых систем, анализ их динамических характеристик, влияние регуляторов на вид и длительность переходных процессов и возможность применения результатов математических исследований для практики.

Методы исследования основаны на основных положениях теории автоматического управления, механики и гидроавтоматики.

Результаты исследования и их обсуждение

Дифференциальное уравнение объекта регулирования гидросуппорта станка имеет вид

$$T_0 \frac{d\Delta S}{dt} + \Delta S = K_0 \Delta Q + f(t). \quad (1)$$

Дифференциальное уравнение инерционного регулятора представляется в виде [3, 4]:

$$T \frac{d\Delta S}{dt} + \Delta Q = -K_0 \Delta S, \quad (2)$$

где T – постоянная времени регулятора, характеризующая инерционность регулятора.

Решая совместно уравнения (1) (2), найдем уравнения динамики всей системы регулирования.

Из уравнения (1) определяем

$$\Delta Q = \frac{T_0}{K_0} \frac{d\Delta S}{dt} + \frac{1}{K_0} \Delta S - \frac{1}{K_0} f(t),$$

тогда

$$\frac{d\Delta Q}{dt} = \frac{T_0}{K_0} \frac{d^2 \Delta S}{dt^2} + \frac{1}{K_0} \frac{d\Delta S}{dt} - \frac{1}{K_0} \frac{df}{dt}. \quad (3)$$

Подставляя значения и в уравнение (1), получим

$$T_0 T \frac{d^2 \Delta S}{dt^2} + (T_0 + T) \frac{d\Delta S}{dt} + (1 + K_0 K_{пер}) \Delta S = T \frac{df}{dt} + f(t). \quad (4)$$

Процесс регулирования складывается из переходного и установившегося процессов [3–5]:

$$\Delta S = \Delta S_{пер} + \Delta S_{уст}. \quad (5)$$

Составим характеристическое уравнение автоматической системы:

$$T_0 T p^2 + (T_0 + T) p + (1 + K_0 K_{пер}) = 0. \quad (6)$$

Корни характеристического уравнения представлены в виде

$$p_{1,2} = \frac{-(T_0 + T) \pm \sqrt{(T_0 - T)^2 - 4T_0 T K_0 K_{пер}}}{2T_0 T}. \quad (7)$$

Корни характеристического уравнения будут вещественными и отрицательными при условии:

$$K_{пер} < \frac{(T_0 - T)^2}{4T_0 T K_0}. \quad (8)$$

Тогда переходный процесс будет происходить по аperiodическому закону второго порядка, и он складывается из двух экспонент с разными постоянными времени:

$$\Delta S_{пер} = C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t}. \quad (9)$$

Либо

$$\Delta S_{пер} = C_1 e^{-t/T_a} + C_2 e^{-t/T_b}, \quad (10)$$

где

$$\left. \begin{aligned} T_a &= \frac{2T_0 T}{(T_0 + T) - \sqrt{(T_0 - T)^2 - 4T_0 T K_0 K_{пер}}}, \\ T_b &= \frac{2T_0 T}{(T_0 + T) + \sqrt{(T_0 - T)^2 - 4T_0 T K_0 K_{пер}}} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

При этом из (11) видно, что $T_a > T_b$.

Следует отметить, что C_1 и C_2 произвольные постоянные, которые определяются из начальных условий.

Например,

$$\Delta S_{пер} = C \text{ при } t = 0;$$

$$D = d\Delta S_{пер}/dt \text{ при } t = 0. \quad (12)$$

Различные варианты аperiodических переходных процессов представлены на рис. 1.

Предположим точка M (рис. 1) соответствует заданному значению $\Delta S = C$ при $t = 0$, а производная $d\Delta S_{пер}/dt = D^{пер}$ при $t = 0$, что соответствует кинематической скорости протекания процесса, а геометрически – наклону касательной положительной при, $t = 0$, то переходный процесс опишется кривой 1, если она равна нулю – кривой 2, если она отрицательна, то кривыми 3 и 4. Математически эти кривые переходных процессов описываются формулой (10).

Коэффициенты C_1 и C_2 определяются следующим образом:

Продифференцируем уравнение (10) по времени:

$$\frac{d\Delta S_{пер}}{dt} = \frac{C_1}{T_a} e^{-t/T_a} + \frac{C_2}{T_b} e^{-t/T_b}, \quad (13)$$

Подставляя в формулы (10) и (13) значения C и D согласно (12) при $t = 0$, получим

$$\left. \begin{aligned} C &= C_1 + C_2, \\ D &= -C_1/T_a - C_2/T_b. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Решая эти уравнения, совместно определяем значения C_1 и C_2 .

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{T_a}{T_a - T_b} (C + T_b D), \\ C_2 &= \frac{T_b}{T_b - T_a} (C + T_a D). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Таким образом по формуле (10) с учетом значений постоянных в (15) строятся кривые апериодического процесса (рис. 1).

При этом граничный случай этого процесса будет, когда параметры системы удовлетворяют вместо условия (8) условию

$$K_{\text{пер}} = \frac{(T_0 - T)^2}{4T_0TK_0}. \quad (16)$$

При этом получается, что корни характеристического уравнения равны

$$p_{1,2} = \frac{-(T_0 + T)}{2T_0T}; \quad T_a = T_b = \frac{2T_0T}{T_0 + T}. \quad (17)$$

И уравнение переходного процесса будет

$$\Delta S_{\text{пер}} = (C_1 + C_2 t) e^{-t/T_a}. \quad (18)$$

Продифференцируем по времени (12):

$$\frac{d\Delta S_{\text{пер}}}{dt} = C_1 e^{-t/T_a} - \frac{1}{T_a} (C_1 + C_2 t) e^{-t/T_a}. \quad (19)$$

Подставляя в уравнения (12) и (13) начальные условия (8), получим два уравнения:

$$C = C_1; \quad D = C_2 - C_1/T_a. \quad (20)$$

Постоянные интегрирования равны

$$C_1 = C; \quad C_2 = D + C_1/T_a. \quad (21)$$

Исследуем влияние параметров регулятора на качество переходного процесса в системе автоматического управления.

При заданных значениях T_0 и T будем менять коэффициент усиления регулятора $K_{\text{пер}}$ в пределах:

$$0 < K_{\text{пер}} \leq \frac{(T_0 - T)^2}{4T_0TK_0}. \quad (22)$$

Видим, что при значениях близких к нулю, $T_a \approx T_0$ и $T_b \approx T$, далее при увеличении $K_{\text{пер}}$ T_a уменьшается, а T_b возрастает, что можно наглядно показать на рис. 2.

Из (13) видно, что переходный процесс состоит из двух экспонент, постоянные времени которых T_a и T_b изменяются в пределах:

$$T_0 > T_a > \frac{2T_0T}{T_0 + T}; \quad T < T_b < \frac{2T_0T}{T_0 + T}. \quad (23)$$

Из графиков наглядно видно, что вторая экспонента затухает быстрее, поскольку то есть в конце переходного процесса превалирует первая экспонента и по ней в принципе можно определить длительность переходного процесса, не производя решения дифференциального уравнения (13):

$$t_n \approx 3T_a.$$

Следует отметить, что при $C > 0$ и $D > 0$ вторая экспонента вычитается из первой, что позволяет утверждать, что длительность переходного процесса будет несколько меньше, чем $3T_a$, но не вблизи точки M (рис. 2).

В связи с тем, что коэффициенты C_1 и C_2 согласно (15) увеличиваются, а в точке M длительность переходного процесса уже будет несколько выше, чем $3T_a$.

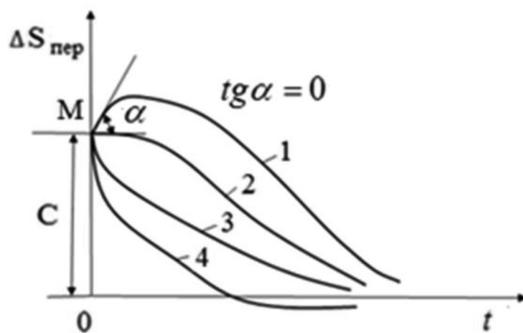


Рис. 1. Различные варианты апериодических переходных процессов

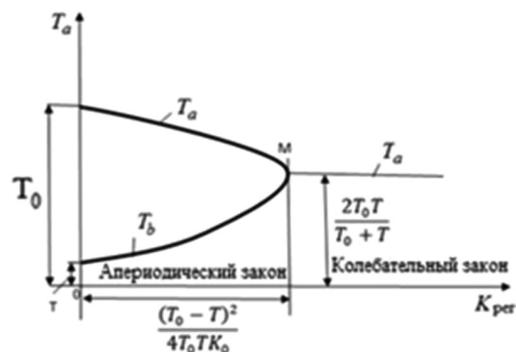


Рис. 2. Влияние $K_{\text{пер}}$ на характер переходного процесса

При $T_a < T_0$ присоединение регулятора к объекту уменьшает время переходного процесса за счет уменьшения инерционности объекта, а увеличение $K_{\text{пер}}$ в пределах (19) является весьма полезным.

С другой стороны, увеличение постоянной времени регулятора T (рис. 2) неблагоприятно сказывается на быстроте затухания переходного процесса в системе, поскольку T_a и T_b становятся больше.

Рассмотрим случай увеличения коэффициента усиления регулятора:

$$K_{\text{пер}} > \frac{(T_0 - T)^2}{4T_0TK_0}, \quad (24)$$

тогда корни характеристического уравнения (7) будут комплексными сопряженными:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{T_a} \pm j\omega, \quad (25)$$

где

$$j = \sqrt{-1}; T_a = \frac{2T_0T}{T_0 + T};$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K_0K_{\text{пер}}}{T_0T} - \left(\frac{T_0 - T}{2T_0T}\right)^2}.$$

При этих корнях переходный процесс будет колебательным:

$$\Delta S_{\text{пер}} = C_1 e^{-t/T_a} \sin(\omega t + C_2). \quad (26)$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 определяются из тех же начальных условий (10):

$$\frac{d\Delta S_{\text{пер}}}{dt} = C_1 e^{-t/T_a} \omega \cos(\omega t + C_2) - \frac{C_1}{T_a} e^{-t/T_a} \sin(\omega t + C_2). \quad (27)$$

При $t = 0$ получаем

$$C = C_1 \sin C_2;$$

$$D = C_1 \omega \cos C_2 - C_1 / T_a \sin C_2. \quad (28)$$

Решая совместно эти два уравнения, получаем

$$C_1 = C \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2} \left(\frac{D}{C} + \frac{1}{T_a}\right)^2};$$

$$C_2 = \arcsin \frac{C}{C_2}. \quad (29)$$

Переходный процесс будет колебательным по синусоиде, амплитуда которой затухает по экспоненте с постоянным по времени T_a . Переходный процесс представлен на рис. 3.

Длительность переходного процесса можно вычислить $t_n \approx 3T_a$. Величина T_a , со-

гласно (25) не зависит от значения коэффициента усиления регулятора, это видно из графика (рис. 2) и формулы (16).

Следует отметить, что в автоматическом регуляторе постоянной времени T не приносит эффекта при увеличении коэффициента усиления $K_{\text{пер}}$ сверх значений, представленного в выражении (16) с точки зрения быстроты затухания переходного процесса системы, но полезным с точки зрения уменьшения статической ее ошибки.

С другой стороны, возрастание постоянной времени регулятора T замедляет затухание переходного процесса в системе автоматического управления – увеличение значения T_a .

Частота колебания регулируемой величины в переходном процессе, что видно из (19), повышается с увеличением $K_{\text{пер}}$, а увеличение последнего, как это видно из (24), приводит к повышению колебательности системы регулирования, так как система успевает за время переходного процесса совершить необходимое количество колебаний.

Особый интерес представляет зависимость $K_{\text{пер}}$ на границе, апериодичности (16) от постоянной времени регулятора T и параметров объекта (T_0, K_0), для этого построим график по формуле (16) $K_0K_{\text{пер}}$ от величины T/T_0 (рис. 4).

Из графика (рис. 4) при данном значении T/T_0 , если еще взять значение $K_0K_{\text{пер}}$ выше кривой, то согласно (24), переходный процесс будет колебательным, ниже – апериодическим.

Графики, а также формулы (18) и (11) позволяют определить величины T_a, T_b, ω .

Следует заметить, что чем больше постоянная времени T , тем скорее можно оказаться в колебательной зоне.

Кривая на рис. 4 помогает наглядному представлению о влиянии параметров регулятора на вид переходного процесса и осуществлению правильного выбора параметров системы.

Исследование установившегося процесса, например, при мгновенном скачкообразном изменении нагрузки $f(t)$ по закону, $f(t) = \text{const} = f_0$.

В этом случае систематические свойства системы регулирования не зависят от T -постоянной времени регулятора.

С другой стороны, для уменьшения статической ошибки системы регулирования, следует увеличивать $K_{\text{пер}}$, но в то же время существует противоречие с требованием по качеству переходного процесса, по которому следует выбирать значения $K_{\text{пер}}$ вблизи величины (16).

Рациональное значение $K_{\text{пер}}$ следует находить с учетом статического и динамического расчетов системы регулирования.

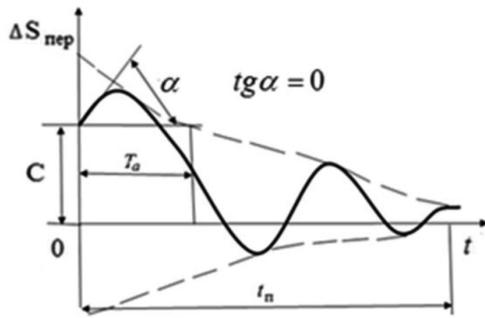


Рис. 3. Переходный процесс $K_{пер} > \frac{(T_0 - T)^2}{4T_0TK_0}$

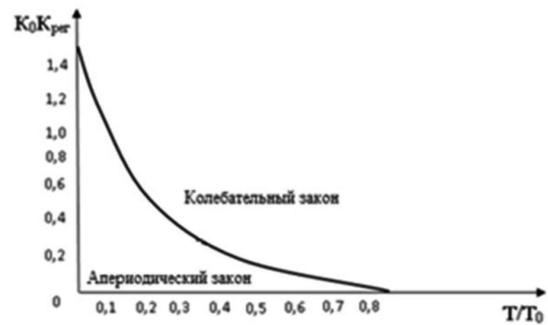


Рис. 4. График зависимости $K_0K_{пер}$ от T/T_0 , определяющий два вида переходного процесса

Процесс регулирования системы складывается из переходного и установившегося режимов:

$$\Delta S = \Delta S_{пер} + \Delta S_{уст.}$$

Если корни характеристического уравнения системы вещественны, как было отмечено выше, то имеем следующее решение [5, 6]:

$$\Delta S = C_1 e^{-t/T_a} + C_2 e^{-t/T_b} + \frac{f_0}{1 + K_0 K_{пер}}. \quad (30)$$

Постоянные противоречия C_1 и C_2 определяются из условия, что до появления скачкообразной нагрузки система работала в установившемся режиме.

Имея в виду уравнения (1) (2) объекта и регулятора в этих условиях, получим

$$\Delta S = 0; \quad \frac{d\Delta S}{dt} = \frac{f_0}{T_0} \text{ при } t = 0. \quad (31)$$

Продифференцируем по времени:

$$\frac{d\Delta S}{dt} = -\frac{C_1}{T_a} e^{-t/T_a} - \frac{C_2}{T_b} e^{-t/T_b}. \quad (32)$$

Используя (31) и (32) из уравнения (30), получим

$$0 = C_1 + C_2 + \frac{f_0}{1 + K_0 K_{пер}}; \quad \frac{f_0}{T_0} = -\frac{C_1}{T_a} - \frac{C_2}{T_b}. \quad (33)$$

Решая совместно эти два уравнения, определяем, что

$$C_1 = \frac{\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_b(1 + K_0 K_{пер})}}{\frac{1}{T_b} - \frac{1}{T_a}} f_0; \quad C_2 = -C_1 - \frac{f_0}{1 + K_0 K_{пер}}. \quad (34)$$

Процесс регулирования для этого случая будет выражаться следующим уравнением:

$$\Delta S = C_1 (e^{-t/T_a} - e^{-t/T_b}) + \frac{f_0}{1 + K_0 K_{пер}} (1 - e^{-t/T_b}). \quad (35)$$

Такая методика определения процесса регулирования применима при условии, когда $K_{пер} > \frac{(T_0 - T)^2}{4T_0TK_0}$.

На рис. 5 построены графики переходного процесса объекта без регулятора с безынерционным регулятором и объекта инерционным регулятором при разных соотношениях $K_{пер}$.

Анализ графиков, представленных на рис. 5, показывает, что в системе объект + инерционный регулятор с постоянного времени T , можно добиться малой статической ошибки регулирования как в случае с безынерционным регулятором, но при этом переходный процесс будет колебательным.

Условия устойчивой работы объекта с инерционным регулятором:

1. Положительность коэффициентов дифференциального уравнения системы (15), то есть $T_0 T > 0$; $T_0 + T > 0$; $(1 + K_0 K_{пер}) > 0$.

2. При отрицательных знаках вещественных корней характеристического уравнения $p_{1,2} < 0$.

3. Если корни характеристического уравнения являются комплексными сопряженными, то вещественная ее часть должна быть отрицательной.

Выводы

1. Разработана математическая модель, описывающая динамические процессы объекта регулирования – гидросуппорта с инерционным регулятором (4), позволяющая теоретически произвести расчет массо-геометрические и режимные параметры системы.

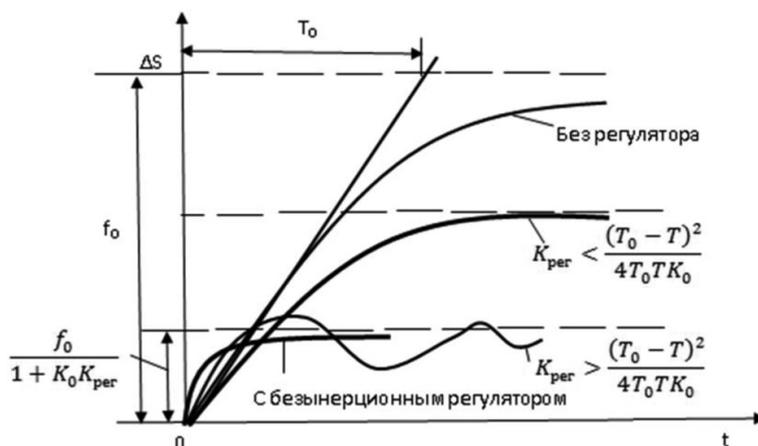


Рис. 5. Переходные процессы объекта без регулятора и с регуляторами безынерционным и инерционным

2. Установлено, что в случае присоединения к гидросуппорту инерционный регулятор, переходный процесс может по двум экспонентам, что соответствует уравнению (19), а при $K_{\text{рег}} > (T_0 - T)^2 / 4T_0TK_0$ переходный процесс будет колебательным (рис. 3).

3. Разработанные математические модели, расчет и анализ, проведенные в статье, позволяют правильно и рационально спроектировать автоматическую систему регулирования подачи инструмента гидросуппорта токарного станка.

Список литературы

1. Горбина Н.Н., Солопова А.С. Теория автоматического управления: учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа, 2010. 201 с.
2. Кангин В.В., Козлов В.Н. Аппаратные и программные средства систем управления. М.: Издательство Бином. Лаборатория знаний, 2010. 186 с.
3. Мальшенко А.М. Сборник тестовых задач по теории автоматического управления: учебник для вузов. СПб.: Издательство «Лань», 2016. 197 с.
4. Музылева И.В. Элементарная теория линейных систем в задачах и упражнениях: учеб. пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2017. 428 с.
5. Башта Т.М. Гидравлические следящие приводы. Киев: Машгиз, 1990. 398 с.
6. Тумаркин М.Б. Гидравлические следящие приводы. М.: Машиностроение, 2001. 378 с.