УДК 681.515:004.421

# ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ ПРОЦЕССОВ КОРРЕКЦИИ ЦИФРОВОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМОБИЛЬНЫХ СРЕДСТВ

**Захарова О.В., Раков В.И., Есин К.С.**

*ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева», Орёл, e-mail: rakov2010vi@mail.ru, cvaig@mail.ru*

В работе показана необходимость корректирования процессов цифрового регулирования. Предложены идея и метод корректирования процессов цифрового регулирования электромобильных средств в отношении двигателей постоянного тока. Предложенная методика, ориентированная на использование различных дискретных формул и законов регулирования, позволяет результативно использовать предложенные инструментальные средства корректирования цифрового регулирования, обеспечивающие гибкое оперативное изменение процесса регулирования для достижения требуемого запаса устойчивости. Предложена идея структурного включения инструментария корректировки цифрового регулирования в операционную систему на основе традиционных компонентов операционной системы реального времени, обеспечивающая проведение оперативного корректирования процесса цифрового регулирования. Представлены программные эксперименты, демонстрирующие моделирование и сравнение известных дискретных математических моделей цифрового регулирования (модели цифрового пропорционально-интегрально-дифференциального (ПИД) регулирования на основе формулы прямоугольников, формулы трапеций и формулы Симпсона) с предложенным методом корректировки. Для ускорения формирования в новом методе наилучшего управляющего воздействия предложено использовать параллельные вычисления в микропроцессорных компонентах. Предложенный инструментарий порождает совокупность методов цифрового регулирования, и поэтому предложенные разработки можно считать начальным вкладом в построение методологии корректирования цифрового ПИД регулирования электромобильных средств.

**Ключевые слова: цифровой регулятор, электромобильное средство, корректировка, двигатель постоянного тока, моделирование**

# APPROACH TO MODELING PROCESSES OF DIGITAL REGULATION CORRECTION FOR ELECTROMOBILE MEANS

**Zakharova O.V., Rakov V.I., Esin K.S.**

*Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education «Orel State University named after I.S. Turgenev», Orel, e-mail: rakov2010vi@mail.ru, cvaig@mail.ru*

The article shows the need for adjusting the processes of digital regulation. The idea and method of correcting the processes of digital regulation of electric vehicles in relation to DC motors are proposed. The proposed method, focused on the use of various formulas and laws of regulation, allows to effectively use the proposed tools for correcting digital regulation, providing a flexible operational change in the regulation process to achieve the required margin of stability. The idea of the structural inclusion of digital adjustment tools in the operating system based on the traditional components of the real-time operating system, which provides for the on-line adjustment of the digital regulation process, is proposed. Software experiments are presented that demonstrate modeling and comparison of known discrete mathematical models of digital regulation (models of digital proportional-integral-differential (PID) regulation based on the formulas of rectangles, trapezoids and Simpson) with the proposed method of correction. To accelerate the formation in the new method of the best control action it is proposed to use parallel calculations. The proposed tools generates a set of methods of digital regulation and therefore the proposed development can be considered an initial contribution to the construction of the methodology of correction of digital PID regulation of electric vehicles.

**Keywords: digital regulator, electric vehicle, correction, DC motor, modeling**

В последнее десятилетие наиболее развитые индустриальные страны активно занимаются производством и внедрением транспортных средств на электрическом приводе, поскольку автомобили с карбюраторными и дизельными двигателями наносят существенный ущерб окружающей среде, стремительно дорожают бензин и солярка, а также повышается стоимость обслуживания автомобилей [1, 2]. На сегодняшний день для производства электромобильных средств используются двигатели переменного и постоянного тока [3, 4]. Причём эффективность последних во многом обуславливается эффективностью цифровых регуляторов положения, скорости и тока [5]. Разработка цифрового регулятора, исходя из континуальной модели регулятора [6, 7]

$$U(t) = k_{\text{П}}\Delta x(t) + $$
$$+ k_{\text{И}} \int_{\tau=0}^{\tau=t} \Delta x(\tau) d\tau + k_{\text{Д}} \frac{d\Delta x(t)}{dt}, \qquad (1)$$

традиционно сводится к обсчету формулы пропорционально-интегрально-дифференциального (ПИД) регулятора [7, 8], на основе которой формируется сигнал широтно-импульсной модуляции:

$$U(nT)=U((n-1)T)+\left(k_{\text{П}}+k_{\text{И}}T+\frac{k_{\text{Д}}}{T}\right)\cdot\Delta x(nT)+$$

$$+\left(-k_{\text{П}}-\frac{2k_{\text{Д}}}{T}\right)\cdot\Delta x((n-1)T)+\frac{k_{\text{Д}}}{T}\cdot\Delta x((n-2)T), \tag{2}$$

где $t=nT$ ($n$ – момент времени ($n=0$, 1, 2,...), $T$ – период опроса датчиков); $U(nT)$ и $U((n-1)T)$ – управляющие воздействия в соответствующий момент времени; $\Delta x(nT)$ – рассогласование (отклонение, ошибка, невязка) в текущий ($\Delta x(t)$ пропорционален $x_0(t)-x(t)$, где $x_0(t)$ – задающее воздействие, $x(t)$ – регулируемая величина); $\Delta x((n-1)T)$ и $\Delta x((n-2)T)$ – ошибки в соответствующий момент времени; $k_{\text{П}}$, $k_{\text{И}}$, $k_{\text{Д}}$ – настроечные параметры регулятора. Сравнительное исследование традиционной формулы цифрового регулирования (2) [9, 10] показало, что различные диапазоны значений настроечных параметров ($k_{\text{П}}$, $k_{\text{И}}$, $k_{\text{Д}}$) делают эффективными как формулы вычисления управляющего воздействия (2), так и формулы с раскрытием интеграла в (1) по методу трапеций:

$$U(nT)=U((n-1)T)+\left(k_{\text{П}}+\frac{k_{\text{И}}}{2}\cdot T+\frac{k_{\text{Д}}}{T}\right)\cdot\Delta x(nT)+$$

$$+\left(-k_{\text{П}}+\frac{k_{\text{И}}}{2}\cdot T-\frac{2k_{\text{Д}}}{T}\right)\cdot\Delta x((n-1)T)+\frac{k_{\text{Д}}}{T}\cdot\Delta x((n-2)T); \tag{3}$$

и по методу Симпсона:

$$U(nT)=U((n-1)T)+\left(k_{\text{П}}+\frac{k_{\text{И}}}{2}\cdot T+\frac{k_{\text{Д}}}{T}\right)\cdot\Delta x(nT)+$$

$$+\left(-k_{\text{П}}+\frac{k_{\text{И}}}{2}\cdot T-\frac{2k_{\text{Д}}}{T}\right)\cdot\Delta x((n-1)T)+\frac{k_{\text{Д}}}{T}\cdot\Delta x((n-2)T)\ \text{для}\ n=0,2,4,\ldots,$$

$$U(nT)=U((n-1)T)+\left(k_{\text{П}}+\frac{k_{\text{И}}}{3}\cdot T+\frac{k_{\text{Д}}}{T}\right)\cdot\Delta x(nT)+$$

$$+\left(-k_{\text{П}}+\frac{5k_{\text{И}}}{6}\cdot T-\frac{2k_{\text{Д}}}{T}\right)\cdot\Delta x((n-1)T)+\left(\frac{k_{\text{Д}}}{T}-\frac{k_{\text{И}}}{6}\cdot T\right)\cdot\Delta x((n-2)T)\ \text{для}\ n=0,2,4,\ldots. \tag{4}$$

Однако различные формулы обуславливают различную форму переходного процесса и установившегося режима. Не всегда удается удовлетворить требования регулирования по запасу устойчивости при использовании одной из формул. Возникает потребность в методе, который совмещал бы в себе основные позитивные свойства формул (2)–(4).

В работе сделана попытка формулирования подхода к построению основ методологии корректирования процессов цифрового ПИД регулирования на примере оценки наиболее быстродействующего токового контура двигателя постоянного тока.

*Научная проблема*
*как индикатор цели исследования*

Поскольку в теории тяговых электрических машин и в теории автоматического управления отсутствуют методики смешанного типа, разработка методов автоматического перехода на различные формулы или в целом на корректировку процесса цифрового регулирования является актуальной.

*Основная идея корректирования*

Идея корректировки цифрового регулирования в текущий момент времени $t=nT$ заключается:

1) в формировании управляющих воздействий $U_1(nT), U_2(nT), \ldots, U_{k-1}(nT), U_k(nT)$ по дискретным математическим моделям регулятора $M_1, M_2, \ldots, M_{k-1}, M_k$;

2) в моделировании для следующего момента времени $t=(n+1)T$ реакций объекта управления $x_1((n+1)\cdot T), x_2((n+1)\cdot T), \ldots, x_{k-1}((n+1)\cdot T), x_k((n+1)\cdot T)$ и соответствующих рассогласований $\Delta x_1((n+1)\cdot T), \Delta x_2((n+1)\cdot T), \ldots, \Delta x_{k-1}((n+1)\cdot T), \Delta x_k((n+1)\cdot T)$;

3) в выполнении предиката, т.е. поиск минимального рассогласования:

$$\Delta x_{\min}((n+1)T) = \min\left\{\Delta x_1((n+1)\cdot T), \Delta x_2((n+1)\cdot T), ..., \Delta x_{k-1}((n+1)\cdot T), \Delta x_k((n+1)\cdot T)\right\},$$

и выборе наилучшего управляющего воздействия из $U_1(nT), U_2(nT), ..., U_{k-1}(nT), U_k(nT)$, соответствующего минимальному отклонению $\Delta x_{\min}((n+1)T)$.

Тогда *метод корректировки цифрового регулирования* можно описать следующей последовательностью действий:

1) выбираются дискретные математические модели регулятора $M_1, M_2, ..., M_{k-1}, M_k$ с соответствующими значениями настроечных параметров;

2) задаются критерии выбора управляющего воздействия, используемые при совпадении значений невязок, смоделированных для момента времени $t = (n + 1)T$. Например:

$$\left|\Delta x_1((n+1)\cdot T)\right| = \left|\Delta x_2((n+1)\cdot T)\right| \to U_2(nT), \ \ldots,$$

$$\left|\Delta x_1((n+1)\cdot T)\right| = \left|\Delta x_2((n+1)\cdot T)\right| = ... = \left|\Delta x_{k-1}((n+1)\cdot T)\right| = \left|\Delta x_k((n+1)\cdot T)\right| \to U_k(nT);$$

3) задаётся уставка $x_0(t)$ (задающее воздействие);

4) формируются управляющие воздействия в текущий момент времени:

$$U_1(nT), U_2(nT), ..., U_{k-1}(nT), U_k(nT);$$

5) моделируются для следующего момента времени $t = (n + 1)T$ реакции объекта управления, рассчитанные на основе сформированных на предыдущем шаге управляющих воздействий и текущего значения реакции объекта управления $x(nT)$:

$$x_1((n+1)T, U_1(nT), x(nT), ...), \ x_2((n+1)T, U_2(nT), x(nT), ...), \ \ldots,$$

$$x_{k-1}((n+1)T, U_{k-1}(nT), x(nT), ...), \ x_k((n+1)T, U_k(nT), x(nT), ...);$$

6) моделируются рассогласования, рассчитанные на основе полученных на предыдущем шаге реакций объекта управления:

$$\Delta x_1((n+1)T, x_1((n+1)T), x_0), \ \Delta x_2((n+1)T, x_2((n+1)T), x_0), \ \ldots,$$

$$\Delta x_{k-1}((n+1)T, x_{k-1}((n+1)T), x_0), \ \Delta x_k((n+1)T, x_k((n+1)T), x_0);$$

7) выбирается абсолютное минимальное значение рассогласования из рассчитанных на предыдущем шаге рассогласований:

$$\Delta x_{\min}((n+1)\cdot T) = \min\left\{\left|\Delta x_1((n+1)\cdot T)\right|, \left|\Delta x_2((n+1)\cdot T)\right|, ..., \left|\Delta x_{k-1}((n+1)\cdot T)\right|, \left|\Delta x_k((n+1)\cdot T)\right|\right\};$$

8) выбирается управляющее воздействие $U(nT)$, соответствующее $\Delta x_{\min}((n + 1)T)$ с учетом критериев выбора, сформулированных на втором шаге:

$$\text{если } \left(\Delta x_{\min}((n+1)T) = \Delta x_1((n+1)T)\right), \text{ то } U(nT) = U_1(nT); \ \ldots;$$

$$\text{если } \left(\Delta x_{\min}((n+1)T) = \Delta x_k((n+1)T)\right), \text{ то } U(nT) = U_k(nT).$$

Очевидно, что сформулированные идея и метод корректировки будут эффективны в реализации при наличии следующих инструментальных средств корректировки:

а) по оперативному изменению набора математических моделей регулятора;

б) по вариации критериев выбора управляющего воздействия;

в) по выбору языка представления уставки;

г) по выбору языка представления невязки и его формальным аналогам.

*В качестве примера моделирования* для корректирования процессов цифрового регулирования использовалась упрощённая модель токового контура двигателя постоянного тока электромобильного агрегата BMW 325iX [11]:

$$x(t) = a\cdot x((n-1)T) + b\cdot U((n-1)T) = 0,9\cdot x((n-1)T) + 0,1\cdot U((n-1)T),$$

которая показала продуктивность предложенного метода корректирования [12].

*Проблематика корректирования*

Следуя традиционным представлениям [13], принято считать, что устойчивость – свойство системы возвращаться в исходный или близкий к нему установившийся режим из различных начальных состояний. Если $t$ – время, $y_i$ – переменные, описывающие состояние непрерывной системы (НС) со сосредоточенными параметрами (замкнутый контур ПИД регулирования), то она описывается в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений или в векторно-матричной форме:

$$\frac{dy}{dt} = Y_i(t, y_1, ..., y_n)\ (i = 1, 2, ..., n), \qquad (5)$$

$$\frac{dy}{dt} = Y(t, y), \qquad (6)$$

где $y = \{y_1, y_2, ..., y_n\}$, $Y = \{Y_1, Y_2, ..., Y_n\}$ – $n$ – мерные векторы-столбцы. Если $\eta = \eta(t)$ – некоторое частное решение уравнения (6) (невозмущенное движение), устойчивость которого требуется исследовать, а разность $x = y - \eta(t)$ – это отклонение решения $y(t)$ от $\eta(t)$, то переменные $x_i = y_i - \eta_i$ удовлетворят уравнениям возмущенного движения:

$$\frac{dx_i}{dt} = X_i(t, x_1, ..., x_n)\ (i = 1, 2, ..., n), \qquad (7)$$

где $X_i(t, x_1, ..., x_n) = Y_i(t, x_1 + \eta_1, ..., x_n + \eta_n) - Y_i(t, \eta_1, ..., \eta_n)$ или в векторно-матричной форме:

$$\frac{dx}{dt} = X(t, x), \qquad (8)$$

где $x = \{x_1, x_2, ..., x_n\}, X = \{X_1, X_2, ..., X_n\} - n$ – мерные векторы-столбцы, причём $X(t, 0) \equiv 0$.

Несмотря на многообразие определений устойчивости (устойчивость по Лагранжу для равновесия консервативных механических систем, орбитальная устойчивость, структурная устойчивость, $L_2$-устойчивость, устойчивость инвариантного множества и др.), её основная идея выражена в представлениях об устойчивости по академику А.М. Ляпунову. Исходя из предположения о том, что функции $X_i$ удовлетворяют условиям существования и единственности решения системы (7), невозмущенное движение системы $\eta = \eta(t)\ (0 < t < \infty)$ называется устойчивым при $t \to \infty$, если для любых $\varepsilon > 0$ и $t_0 \in (0, \infty)$ существует $\delta = \delta(\varepsilon, t_0) > 0$ такое, что для всех возмущённых движений, удовлетворяющих условию $\|x(t_0)\| < \varepsilon$, следует $\forall t:\ t_0 \le t < \infty$ справедливость неравенства $\|x(t)\| < \delta$, где норма вектора $x$ представляется евклидовой нормой $\|x\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$ или нормой Манхеттена $\|x\| = \sum_{i=1}^{n} |x_i|$. Для линейных непрерывных систем (ЛНС) уравнение (8) сводится к виду

$$\frac{dx}{dt} = A(t) \cdot x, \qquad (9)$$

где $A(t) - n \times n$-матрица, элементы которой в общем случае являются функциями времени, а когда $A(t) = A$ – постоянная матрица, справедливо суждение: ЛНС (9) с постоянной матрицей $A$ устойчива тогда и только тогда, когда все характеристические числа (собственные значения) $\lambda_j = \lambda_j(A)$ матрицы $A$ обладают неположительными вещественными (действительными) частями:

$$\mathbb{R}e\, \lambda_j(A) \le 0, \quad j = 1, 2, ..., n. \qquad (10)$$

При этом характеристические числа с нулевой вещественной частью допускают лишь простые элементарные делители. Характеристические числа матрицы $A$ являются корнями её характеристического уравнения:

$$\Delta(\lambda) = \det(A - \lambda I) = 0, \qquad (11)$$

где $I$ – единичная матрица. Оценивать знаки действительных частей корней уравнения (11) – непростая задача, но это можно сделать, не решая его, посредством критериев устойчивости Рауса, Гурвица, Михайлова или Найквиста для систем (9) с постоянной матрицей.

Такое представление устойчивости в практическом аспекте естественно интерпретируется как свойство затухания переходного процесса с течением времени, а областью устойчивости системы обусловливается множеством сочетаний ее параметров, при которых выполняется общее условие устойчивости ЛНС, в том числе для линейных систем автоматического управления и регулирования. Граничными (критическими) называют такие сочетания параметров, при которых система находится на границе устойчивости. При этом нередко требуется оценить влияние одного параметра системы на ее устойчивость при постоянных (номинальных) значениях остальных параметров. В этом случае определяется запас устойчивости – диапазон значений параметра от номинального до граничного, как правило, посредством [14]: а) критерия устойчивости Гурвица, который задаёт запас устойчивости системы тем, что алгебраические неравенства соответствующих детерминантов были больше заданной положительной величины, определяющей запас устойчивости; б) критерия устойчивости Михайлова, который обеспечивает исследуемую систему заданным запасом устойчивости $a$, если кривая Михайлова, удовлетворяя критерию устойчивости, не заходит в круг радиуса $a$ с центром в начале координат. Это требование определяет удаление кривой Михайлова от начала координат во всех точках не менее чем на заданную величину $a$; в) критерия устойчивости Найквиста как амплитудно-фазового критерия, например, в двух вариантах. В первом случае считают, что система обладает заданным запасом устойчивости $a$, если амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы, удовлетворяя критериям устойчивости, не заходит в круг радиуса $a$ с центром в точке с координатами (–1; $j$0). Во втором – оценивают запас устойчивости по фазе и запас устойчивости по амплитуде. Запас устойчивости по фазе определяется величиной, на которую должно возрасти запаздывание по фазе в системе на частоте среза, чтобы система оказалась на границе устойчивости. Запас устойчивости по амплитуде определяется величиной допустимого подъема логарифмической амплитудной характеристики, при котором система окажется на границе устойчивости, то есть запас по амплитуде представляет собой запас по коэффициенту передачи разомкнутой системы по отношению к его критическому по устойчивости значению.

Значительная смысловая нагрузка понятия устойчивости и запаса устойчивости делает методики их определения структурообразующими финальными мероприятиями процессов синтеза цепей регулирования и поэтому функционал установления и оценки запаса устойчивости для соотношений (5)–(11) должен быть включён в инструментарий корректировки и должен отрабатываться системами моделирования уже на первых этапах сформулированного метода корректировки цифрового регулирования.

Однако здесь не исключена возможность, во-первых, нарушения устойчивости самого метода корректировки при добавлении алгоритмов определения запаса устойчивости и, во-вторых, результативности достижения такого процесса корректирования, при котором совмещались бы высокая точность регулирования с наибольшими показателями запаса устойчивости на множестве моделей регулирования $M_1, M_2, ..., M_{k-1}, M_k$ .

## Заключение

Очевидно, что эффективность предложенной идеи корректирования определяется инструментарием корректировки для: задания математических моделей регулирования, в том числе настроечных параметров; задания предиката и критериев выполнения предиката; задания параметров цифрового регулятора; задания математической модели объекта управления; проведения моделирования.

Не игнорируя отмеченную проблемность по обеспечению как устойчивости метода корректировки, так и оптимального соотношения прецизионного регулирования с наилучшими показателями запаса устойчивости на заданном множестве моделей регулирования, можно наметить следующую научную новизну работы:

1) предложен новый метод корректировки процессов цифрового регулирования на основе известных математических моделей цифрового ПИД регулирования, отличающийся формированием наилучшего управляющего воздействия в такте превентивной оценки реакции объекта регулирования;

2) предложены инструментальные средства корректировки цифрового регулирования на основе предложенного метода корректировки, обеспечивающие гибкое оперативное изменение процесса регулирования для достижения требуемого запаса устойчивости.

В целом предложенный инструментарий порождает совокупность методов регулирования, и поэтому предложенные разработки можно считать начальным вкладом в построение методологии корректирования цифрового ПИД регулирования электромобильных средств.

## Список литературы

1. Трескова Ю.В. Электромобили и экология. Перспективы использования электромобилей // Молодой ученый. 2016. № 12. С. 563–565.

2. Egede P. Environmental Assessment of Lightweight Electric Vehicles: monograph. Springer, 2017. 141 p. [Electronic resource]. URL: https://b-ok.org/ireader/2837608 (date of access: 15.09.2019).

3. Карамян О.Ю., Чебанов К.А., Соловьева Ж.А. Электромобиль и перспективы его развития // Фундаментальные исследования. 2015. № 12–4. С. 693–696.

4. Nam K.H. AC Motor Control and Electrical Vehicle Applications. CRC Press LLC, 2018. 425 p.

5. Хилов В.С. Системы управления автоматизированными электроприводами карьерных станков шарошечного бурения: монография. Днепропетровск: НГУ, 2013. 256 с.

6. Рассел Д., Кон Р. ПИД-регулятор. М.: VSD, 2012. 51 с.

7. Mikhalevich S.S., Baydali S.A., Manenti F. Development of a tunable method for PID controllers to achieve the desired phase margin. Journal of Process Control. 2015. № 25. P. 28–34.

8. Мазуров В.М. Принципы построения и методы реализации оптимальных и адаптивных регуляторов для объектов с запаздыванием: автореф. дис. … докт. техн. наук. Тула, 1994. 40 с.

9. Раков В.И., Захарова О.В. Моделирование цифровых регуляторов: монография. Орел: ФГБОУ ВПО «Госуниверситет УНПК», 2014. 128 с.

10. Rakov V.I., Zakharova O.V. A New Method Of Mixed Digital Regulation For Medical Equipment. Application of Information and Communication Technologies: Collection of Proceedings of the 11th IEEE International Scientific Conference (Russia, Moscow, September 20–22, 2017). 2 volumes, Volume 2. Moscow: V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, 2017. P. 415–419.

11. Эволюция электромобилей BMW [Электронный ресурс]. URL: https://hevcars.com.ua/reviews/evolyutsiya-razvitiya-elektromobiley-bmw/amp/ (дата обращения: 15.09.2019).

12. Алиев Ю.О., Захарова О.В., Раков В.И. Программа реализации унифицированных алгоритмов наилучшего цифрового регулирования // Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2015616512 от 11.06.2015 г.

13. Лычак М.М., Яковлев О.С. Теория устойчивости непрерывных систем // Энциклопедия кибернетики. Т. 2. Киев: Главная редакция Украинской Советской Энциклопедии, 1974. С. 474–478.

14. Петрова А.М. Автоматическое управление. М.: Форум, Инфра-М, 2018. 240 с.