

УДК 004.94:621.644

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ КАТОДНОЙ ЗАЩИТЫ ПОДЗЕМНОГО ТРУБОПРОВОДА

Хисаметдинов Ф.З.

*Сибайский институт (филиал) ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет», Сибай,
e-mail: khisametdinovfz@mail.ru*

Катодная защита является одним из распространенных средств борьбы с коррозией подземных трубопроводов. Эффективность катодной защиты зависит от правильного выбора ее эксплуатационных параметров, при этом одной из важнейших является задача расчета характеристик электрического поля в системе «анод – грунт – защищаемое сооружение». Выбор проектных параметров и режимов эксплуатации катодной защиты осуществляется на основе результатов расчетов, для интерпретации которых может быть применена постобработка и визуализация. В данной работе рассматривается подход к компьютерному моделированию электрических полей катодной защиты от коррозии подземных трубопроводов. Для перехода от непрерывной к дискретной модели применен метод фиктивных источников. Предложен метод расчета и визуализации параметров электрического поля, основанный на принципах электростатической аналогии. Построен алгоритм расчета скалярных и векторных полей, характеризующих электрические параметры катодной защиты трубопровода. На основе предложенных подходов разработана программа на языке C++ в интегрированной среде разработки CodeBlocks. Для постобработки и визуализации результатов расчетов применен математический пакет Octave. С использованием разработанных программ проведены вычислительные эксперименты с реальными исходными данными. Получена апостериорная оценка погрешности дискретизации на основе правила Рунге, при этом для определения порядка точности численного метода применен алгоритм Эйткена.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, электрическое поле, трубопровод, катодная защита, метод фиктивных источников, визуализация численных результатов

PARAMETERS OF THE ELECTRIC FIELD IN CATHODIC PROTECTION OF UNDERGROUND PIPELINE CALCULATION AND VISUALIZATION

Khisametdinov F.Z.

Sibay Institute of Bashkir State University, Sibay, e-mail: khisametdinovfz@mail.ru

The cathodic protection is one of the widespread means of underground pipelines corrosion control. The effectiveness of the cathodic protection depends on the correct choice of its operational parameters, taking the task to calculate the characteristics of the electric field in the «anode–ground–the protected construction» system as one of the most important ones. The choice of the project parameters and the operating conditions of the cathodic protection is based on calculation data, to interpret which one can use the post-processing and visualization. The given work studies the approach to the computer modeling of the electric fields of the cathodic corrosion protection of the underground pipelines. To pass from the continuous model to the discrete one the false sources method is used. The author offers the method of calculation and visualization of the parameters of electric field of the cathodic protection, based on the principles of electrostatic similarity, gives the algorithm of scalar and vectorial fields calculation, characterizing the electric parameters of the pipeline cathodic protection. On the basis of the offered approaches the software created in the C++ language in the CodeBlocks integrated development environment. For the post-processing and visualization of the calculation results Octave software package was used. The developed software was used in the simulation experiments with real source data. The posterior estimation of discretization error on the basis of Runge rule, though to determine the order of accuracy of numerical method, the Aitken algorithm was used.

Keywords: computer simulation, electric field, pipeline, cathodic protection, visualization of results of calculation, fictitious sources method, principle of electrostatic analogy

Катодная защита является одним из распространенных средств борьбы с коррозией подземных трубопроводов. Эффективность катодной защиты зависит от правильного выбора ее эксплуатационных параметров, при этом одной из важнейших является задача расчета характеристик электрического поля в системе «анод – грунт – защищаемое сооружение». Выбор проектных параметров и режимов эксплуатации катодной защиты осуществляется на основе результатов расчетов, для интерпретации которых может быть применена постобработка и визуализация [1, 2].

Цель исследования: разработка подхода к компьютерному моделированию и визуализации электрических полей катодной защиты от коррозии подземных трубопроводов.

Материалы и методы исследования

Рассматривается электрическое поле, создаваемое протяженным цилиндрическим катодом (трубой) и заглубленным вертикальным анодом в области $\Omega = \{p = p(x, y, z): 0 \leq x \leq L; z \leq H\}$. Центральная ось трубы совпадает с осью Ox , на интервале $0 \leq x \leq L$. Плоскость $z = H$ соответствует поверхности земли. Заглубленный анод размещается перпендикулярно поверхности земли, его центр находится в точке p_0 . Схема катодной защиты приведена на рис. 1.

В заданных условиях распределение электрического потенциала $u = u(p)$ в Ω будет удовлетворять уравнению Пуассона [3, 4]

$$\text{div}(\sigma(p)\text{grad} u(p)) = I_0\delta(p - p_0) - I_s\delta(p - p_s), \quad (1)$$

где $\delta(p)$ – дельта-функция, $\sigma(p)$ – удельная электропроводность среды, I_0 – интенсивность точечного анода, расположенного в точке p_0 , I_s – интенсивность точечного стока, расположенного в точке p_s (утечка через заземлители).

На границе S_{gr} (поверхность трубы) поставим граничные условия третьего рода

$$\left(u - c_t \frac{\partial u}{\partial n}\right)\Big|_{S_{gr}} = u_t, \quad (2)$$

где u_t – потенциал металла трубы, $c_t = c_t(x)$ – удельное электрическое сопротивление изоляции трубы ($\text{Ом}\times\text{м}^2$). Считаем, что потенциал металла зависит только от координаты x , т.е. $u_t = u_t(x)$. На участках S_{is} (изоляторы: левая и правая границы участка, поверхность земли) поставим граничное условие второго рода

$$\frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{S_{is}} = 0. \quad (3)$$

Для плотности тока в металле трубы, при отсутствии потерь через боковую поверхность, выполняется закон Ома

$$j_t(x) = \sigma_{mt} \frac{du_t}{dx}, \quad (4)$$

где σ_{mt} – удельная электропроводность металла трубы.

В точке подключения трубы к катодной станции поставим условие

$$\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=x_0=0} - \frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=x_0+0} = \frac{I_0 - I_s}{\sigma_{mt} S_{ms}}, \quad (5)$$

где S_{ms} – площадь сечения металла трубы.

Для решения рассматриваемой задачи перейдем к дискретной модели, применяя метод фиктивных источников [5, 6]. Рассматриваемый участок трубы $0 \leq x \leq L$ условно разбиваем на M равных фрагментов. Каждый фрагмент отождествим с точечным источником (стоком), расположенным в геометрическом центре фрагмента (рис. 1). Все электрические параметры каждого точечного источника (стока) принимаем равными среднему для соответствующего фрагмента трубы значению, $i = 1..M$:

$I_{ig,i}$ – ток через боковую поверхность трубы;

$U_{im,i}$ – потенциал металла трубы;

$I_{tx,i}$ – продольный ток в металле трубы между соседними фрагментами трубы;

$U_{ig,i}$ – потенциал на границе «грунт – труба».

Для полученной системы точечных источников и стоков выполняется 1 закон Кирхгофа:

$$I_{ig,1} - I_{tx,1} = 0, \quad I_{ig,i_{ks}} + I_{tx,i_{ks}-1} - I_{tx,i_{ks}} = I_0 - I_s,$$

$$I_{ig,i_{ks}} + I_{tx,i_{ks}-1} - I_{tx,i_{ks}} = I_0 - I_s, \quad I_{ig,M} + I_{tx,M-1} = 0. \quad (6)$$

где i_{ks} – номер фиктивного источника (стока), в котором осуществлен контакт с электрической цепью катодной станции.

Электрический ток в металлическом сечении трубы подчиняется закону Ома, дискретный аналог которого имеет вид

$$U_{im,i+1} - U_{im,i} = -R_m I_{tx,i}, \quad (7)$$

где $R_m = \rho_t(l/S_{ms})$ – электрическое сопротивление между соседними фрагментами трубы, ρ_t – удельное электрическое сопротивление металла трубы, l – длина фрагмента трубы.

Потенциал на границе «грунт – труба» можно выразить на основе принципа электростатической аналогии [4]

$$4\pi\sigma U_{ig,i} = \frac{I_0}{R(p_{t,i}, p_0)} - \frac{I_s}{R(p_{t,i}, p_s)} - \sum_{j=1}^M \frac{I_{ig,j}}{R(p_{t,i}, p_{t,j})}, \quad (8)$$

где $p_{t,i}$ – центр фиктивного источника с номером $i = 1..M$, $R(p,q)$ – расстояние между точками p, q .

Параметр $U_{ig,i}$ представляет собой средний для фрагмента трубы потенциал на границе «грунт – труба». Длина фрагмента может быть выбрана достаточно большой, и оказаться сравнимой с другими геометрическими параметрами (например, расстоянием от трубы до анода). В связи с этим, в соотношении (8) будем дополнительно учитывать особенности вычисления электрического потенциала, создаваемого цилиндрическим электродом [7, 8]. Также при расчетах в (8) применим принцип зеркальных отражений [9] и учтем дополнительные источники и стоки.

Дискретные аналоги выражения (2) запишем в виде

$$U_{ig,i} - C_i \frac{I_{ig,i}}{S_i} = U_{im,i}, \quad (9)$$

где C_i – сопротивления изоляции, S_i – площадь внешней поверхности фрагмента трубы.

Построенная система $4M-1$ линейных уравнений (6)–(9), с $4M-1$ неизвестными имеет хорошо обусловленную матрицу и для ее решения можно применить метод Гаусса с выбором главного элемента. Для получения апостериорной оценки погрешности дискретизации, имеющей место при переходе от непрерывной модели (1)–(5) к дискретной (6)–(9), можно применить правило Рунге двойного пересчета [3]. Вводя общее обозначение x_i^h для компонент решения системы (6)–(9), полученного при длине фрагмента h , главный член погрешности можно выразить [4]

$$R(x_i^h) = \frac{x_i^h - x_i^{h/k}}{k^p - 1}, \quad (10)$$

где $k > 0, p$ – порядок точности метода, который можно вычислить в соответствии с алгоритмом Эйткена [4]

$$k^p = \frac{x_i^{h/k} - x_i^{h/k^2}}{x_i^h - x_i^{h/k}}. \quad (11)$$

Решая систему (6)–(9), найдем интенсивности $I_{ig,i}$. Тогда, распределение в области Ω потенциала, создаваемого точечными источниками (стоками) с интенсивностями $I_0, I_s, I_{ig,i}$, расположенными в точках $p_0, p_s, p_{t,i}$ соответственно, описывается уравнением Пуассона [3]

$$\text{div}(\sigma(p)\text{grad} u(p)) = I_0\delta(p - p_0) - I_s\delta(p - p_s) - \sum_{j=1}^M I_{ig,j}\delta(p - p_{t,j}). \quad (12)$$

Уравнение (12) дополним граничными условиями второго рода на участках S_{is}

$$\left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{S_{is}} = 0. \quad (13)$$

Применяя принцип электростатической аналогии [9], можем записать выражение для электрического потенциала в произвольной точке $q \in \Omega$

$$u(q) = \frac{1}{4\pi\sigma} \left(\frac{I_0}{R(q, p_0)} - \frac{I_s}{R(q, p_s)} - \sum_j^M \frac{I_{ig,j}}{R(q, p_{i,j})} \right). \quad (14)$$

Так же, как и для соотношения (8), при расчетах в (14) применим принцип зеркальных отражений и учтем дополнительные источники и стоки [4].

Векторная величина плотности тока может быть выражена, как [3]

$$\vec{J}(q) = \sigma \left(\frac{\partial u(q)}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial u(q)}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial u(q)}{\partial z} \cdot \vec{k} \right), \quad (15)$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – с орты координатных осей.

В области Ω введем прямоугольную трехмерную сетку с постоянным шагом h ; в узловых точках $q_{i,j,k}$ вычислим электрический потенциал $u_{i,j,k} = u(q_{i,j,k})$.

В (13) заменяя частные производные конечными разностями [3], например, для переменной x

$$\frac{\partial u(q_{i,j,k})}{\partial x} = \frac{u(q_{i+1,j,k}) - u(q_{i,j,k})}{h}, \quad (16)$$

можем найти компоненты векторного поля плотности тока (15) в узловых точках.

Результаты исследования и их обсуждение

Предложенный подход позволяет получить распределение электрического потенциала в виде трехмерного скалярного поля, а также компоненты трехмерного векторного поля плотности тока в рассматриваемой области. Однако трехмерные данные пред-

ставляют сложности для восприятия и визуализации [10], в связи с этим графические построения были осуществлены для двумерных сечений исходной области Ω (рис. 1).

Предлагаемый алгоритм реализован в виде программы на языке C++, с использованием которой проведены расчеты с реальными исходными данными (таблица). Применен алгоритм Эйткена [11]; порядок точности численного метода принят равным 1. Полученная по правилу Рунге общая относительная погрешность численных результатов составила менее 1%.

Исходные данные задачи

Параметр	Значение
Внешний диаметр трубы, м	0,557
Глубина до центра анода, м	2,5
Глубина залегания трубы, м	1,5
Длина защищаемого участка трубы, м	11000
Интенсивность утечки, в % от тока катодной станции	10
Координата точки x подключения СКЗ к трубе, м	5500
Расстояние от анода до трубы, м	200
Расстояние от утечки до трубы, м	20
Ток катодной станции I_0 , А	4
Толщина стенки трубы, мм	8
Удельное сопротивление грунта, Ом·м	200
Удельное сопротивление стали, Ом·м	2,45e-7
Число принятых фрагментов по трубе	1000

Результаты расчетов представлены в формате текстовых файлов с разделителями «точка с запятой». Каждый такой файл содержит значения электрического потенциала в некотором заданном двумерном сечении трехмерной области Ω (рис. 1).

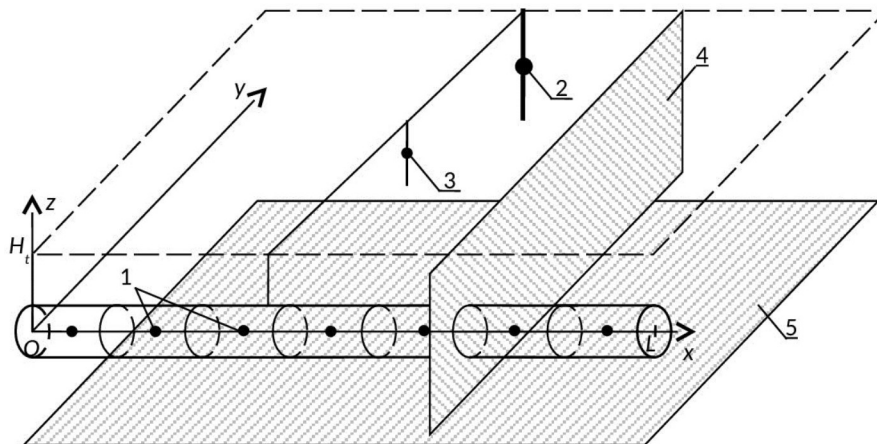


Рис. 1. Условная схема катодной защиты; фиктивные источники, соответствующие: 1 – фрагментам трубы, 2 – заглубленному аноду, 3 – защитному заземлителю; 4, 5 – плоскости визуализации

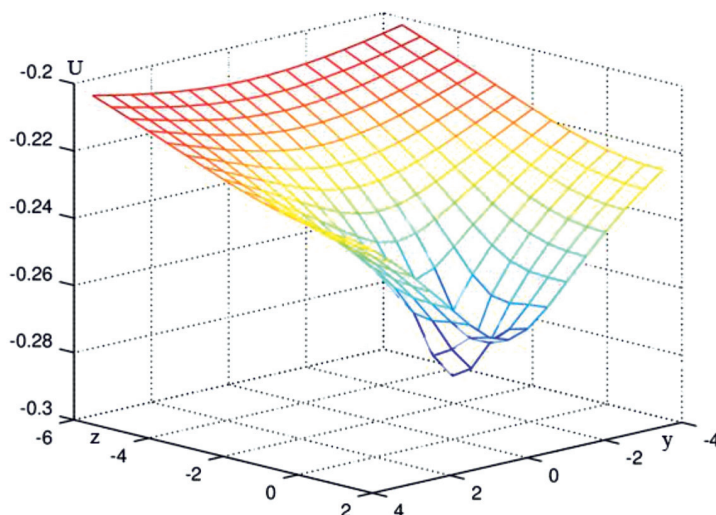


Рис. 2. Распределение потенциала (Эксперимент 1)

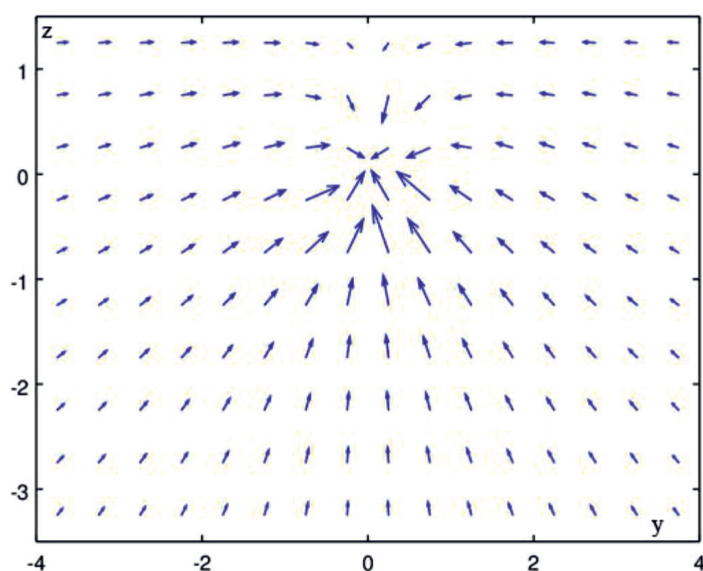


Рис. 3. Векторное поле плотности тока (Эксперимент 1)

Для визуализации результатов расчетов была разработана программа в математическом пакете Octave, осуществляющая импорт данных из файлов, вычисление компонент векторного поля, подготовку и графический вывод результатов [12]. Далее приведены некоторые результаты вычислительных экспериментов.

Эксперимент 1. Расчет электрического потенциала и векторного поля плотности тока в области $\Omega_1 = \{x = 3000; -4 \leq y \leq 4; -3,5 \leq z \leq 1,5\}$. Результаты приведены на рис. 2, 3.

Эксперимент 2. Расчет электрического потенциала и векторного поля плотности тока в области $\Omega_2 = \{4500 \leq x \leq 6500;$

$-600 \leq y \leq 600; z = -5\}$. Пример результата визуализации приведен на рис. 4.

Полученные результаты позволяют наблюдать следующее:

- На защищаемом участке наибольший электрический потенциал имеет место в точках, близких к заглубленному аноду, по мере удаления от которого потенциал снижается;

- Наименьшие значения потенциала наблюдаются вблизи трубопровода, который выступает в роли катода;

- На рис. 3, иллюстрирующем векторное поле плотности тока, наблюдается течение тока от участков с более высоким потенциалом к участкам с низким потенциалом.

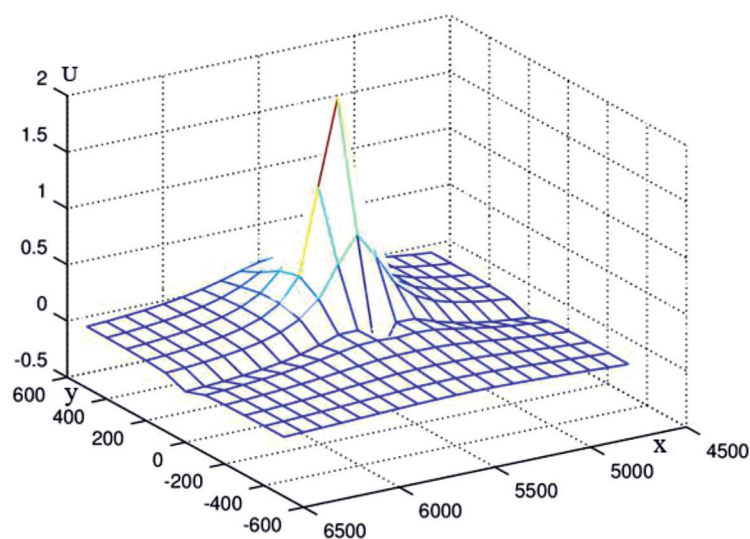


Рис. 4. Распределение потенциала (Эксперимент 2)

Заключение

Полученные результаты, общая картина и характер токораспределения согласуются с результатами натурных измерений, предлагаемые методы расчета и визуализации параметров электрического поля могут быть применены при проектировании и выборе режимов эксплуатации систем катодной защиты подземных трубопроводов.

Данная работа была выполнена в рамках государственного задания № 5753.

Список литературы

1. Глазов Н.П. Подземная коррозия трубопроводов, ее прогнозирование и диагностика. М.: Газпром, 1994. 92 с.
2. Дамаскин Б.Б., Петрий О.А., Цирлина Г.А. Электрохимия. СПб.: Лань, 2015. 672 с.
3. Калиткин Н.Н. Численные методы. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 592 с.
4. Ильин В.П. Численные методы решения задач электрофизики. М.: Наука, 1985. 336 с.
5. Болотнов А.М., Хисаметдинов Ф.З. Компьютерное моделирование электрических полей катодной защиты подземных трубопроводов // Математическое и программное обеспечение систем в промышл. и социальной сферах. 2015. Т. 3, № 1. С. 2–8.
6. Хисаметдинов Ф.З. Компьютерное моделирование особенностей распределения защитного потенциала подземного трубопровода вблизи катодной станции // Электротехнические системы и комплексы. 2015. № 4(29). С. 31–34.
7. Башаев М.А. Оптимизация режимов системы катодной защиты магистрального трубопровода // Коррозия территории нефтегаз. 2013. № 2(25). С. 58–61.
8. Болотнов А.М., Хисаметдинов Ф.З. Определение сопротивления изоляции трубопровода по результатам измерений разности потенциалов «грунт – труба» // Вестник Башкирского университета. 2017. Т. 22, № 1. С. 20–24.
9. Борисов Ю.М., Липатов Д.Н., Зорин Ю.Н. Электротехника. СПб.: БХВ-Петербург, 2012. 592 с.
10. Королев А.Л. Компьютерное моделирование. М.: Бинном. Лаборатория знаний, 2010. 232 с.
11. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1989. 608 с.
12. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Введение в Octave для инженеров и математиков. М.: ALT Linux, 2012. 368 с.
13. Болотнов А.М., Башаев М.А., Хисаметдинов Ф.З. Интервальные вычисления в алгоритмах расчета электрических полей катодной защиты магистральных трубопроводов // Системы управления и информационные технологии. 2015. № 4(62). С. 71–74.