УДК 656.11:351.811.12

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ОРГАНИЗАЦИИ ПЕШЕХОДНОГО ДВИЖЕНИЯ НА ПЕРЕКРЕСТКЕ

Наумова Н.А., Данович Л.М., Тесленко Н.Ф.

ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», Краснодар,
e-mail: Nataly_Naumova@mail.ru

Транспортная сеть городов должна обеспечивать комфортное передвижение как для автомобильного транспорта, так и для пешеходов. Игнорировать пешеходное движение не представляется возможным при составлении адекватных математических моделей распределения транспортных потоков по сети. Интенсивность пешеходных потоков неравномерна с течением времени. Это необходимо учитывать при выработке надежных, оптимальных в определенных условиях решений. В работе предлагается применять аппарат математической теории игр для принятия решений по выбору схемы организации движения в условиях неопределенности. Стратегиями первого игрока приняты различные варианты схем организации движения на перекрестке. Стратегии второго игрока, «природы», – распределения интенсивностей автомобильных и пешеходных потоков на данном перекрестке. Составлена платежная матрица, элементами которой являются значения интенсивностей обслуживания пешеходов при различных стратегиях игроков. Приведены методы расчета элементов матрицы, разработанные на основании авторской модели распределения транспортных потоков по улично-дорожной сети. Для оптимизации предлагается использовать максиминный критерий Вальда или критерий минимального риска Сэвиджа. Разработанный метод выбора организации движения пешеходного потока на перекрестке позволяет сделать оптимальный выбор в условиях неопределенности в соотношениях между величиной пешеходного и автотранспортного потоков на конкретном перекрестке.

Ключевые слова: транспортные потоки, пешеходное движение, математическая модель, теория игр, светофорное регулирование

THE METHOD OF DETERMINING THE OPTIMAL ORGANIZATION OF THE PEDESTRIAN MOVEMENT AT THE CROSSROADS

Naumova N.A., Danovich L.M., Teslenko N.F.

Kuban State Technological University, Krasnodar, e-mail: Nataly_Naumova@mail.ru

The transport network should provide comfortable movement both for transport and for pedestrians. Ignore pedestrian traffic is not possible when compiling adequate mathematical models for the distribution of traffic flows. The intensity of pedestrian flows varies over time. This must be taken into account when a reliable, optimal solution under certain conditions is developed. The paper proposes to use the methods of mathematical game theory to make decisions on the choice of the scheme for organizing traffic at intersections in conditions of uncertainty. The strategies of the first player adopted various variants of traffic organization schemes at the intersection. The distribution of traffic and pedestrian flows at this crossroads was taken as the strategies of the second player, that is, «nature». The payment matrix was compiled. Its elements are of pedestrian maintenance rates for various strategies of players. Methods of calculation of matrix elements developed on the basis of the author's model of distribution of traffic flows along the street-road network are given. For optimization, it is proposed to use the maximin Wald's criterion or the Savage's minimum risk criterion. The developed method of choosing the organization of pedestrian flow at the crossroads makes it possible to make an optimal choice under conditions of uncertainty for the values of pedestrian and traffic flows at a particular intersection.

Keywords: traffic flows, pedestrian movement, mathematical model, game theory, traffic signal controllers

Транспортная сеть городов должна обеспечивать комфортное передвижение как для автомобильного транспорта, так и для пешеходов. Игнорировать пешеходное движение не представляется возможным при составлении адекватных математических моделей распределения транспортных потоков по сети. Увеличение интенсивности, изменение скоростных режимов транспортных потоков предъявляют все более жесткие требования к средствам управления движением, к уровню их эффективности и безопасности для всех конфликтных сторон.

Пешеходное движение в крупных городах оказывает значительное влияние на величину транспортных задержек, в частности на перекрестках. Причем интенсив-

ность пешеходных потоков неравномерна в течение суток, зависит от дней недели, времени года. Поэтому выбрать оптимальную на все случаи схему организации движения невозможно.

Для выработки надежных, оптимальных в определенных условиях решений необходимо иметь адекватные исходные данные, отражающие реальную ситуацию, и адекватную математическую модель, способную учесть их влияние на критерии эффективности. Кроме того, сами эти критерии являются субъективными и в большой степени зависят от конкретной поставленной задачи.

Изучением формирования пешеходных потоков, их влиянием на загрузку сети за-

нимаются как отечественные ученые [1–3], так и зарубежные [4, 5]. Однако разработка метода определения оптимальной организации движения на перекрестке остается актуальной задачей.

Цель исследования: разработка метода определения оптимальной схемы организации пешеходного движения на перекрестке с учетом динамически изменяющегося распределения интенсивностей транспортных потоков.

Материалы и методы исследования

Оптимизировать схему организации движения на отдельном перекрестке достаточно тяжело уже потому, что требуется учитывать интересы всех участников движения. В зависимости от выбора критерия оптимизации, могут быть получены различные результаты решения поставленной задачи. Кроме того, принимать эти решения приходится зачастую в условиях неопределенности по отдельным факторам. В таких ситуациях применимы математические методы теории игр (в данном случае – игр с «природой»). Результат все равно получается в некоторой степени субъективным, зависит от выбора критерия, но позволяет систематизировать данные и способствует повышению качества принимаемых в условиях неопределенности решений.

В качестве математической модели распределения движения транспортных потоков по сети взята модель TIMeR_Mod [6], разработанная Н.А. Наумовой В качестве гипотезы о распределении интервалов по времени в каждом из потоков требований в данной модели принята гипотеза о том, что оно подчинено обобщенному закону Эрланга. Это многопараметрический закон, который позволяет описывать транспортные потоки достаточно высокой плотности. Пешеходные потоки приняты распределенными по показательному закону. Показательный закон является частным случаем обобщенного закона Эрланга, поэтому ко всем конфликтующим потокам (как пешеходным, так и транспортным) может быть применен единый подход в аналитических рассуждениях.

TIMeR_Mod – это мезоскопическая модель, основанная на аналитических расчетах всех показателей эффективности, что позволяет применять ее в тех случаях, когда требуется оперативность реагирования на изменяющуюся ситуацию. Еще одним преимуществом данной модели является возможность ее применения в автоматизированных системах управления движением, включенных в общую интеллектуальную транспортную систему.

Результаты исследования и их обсуждение

Моделирование конфликтной ситуации на перекрестке

Итак, моделью конфликтной ситуации на перекрестке является антагонистическая игра двух игроков, в которой осознанно выбирать свои стратегии может только один из них. Поэтому будем рассматривать данную конфликтную ситуацию как «игру с природой» [7]. Второй игрок, «природа»,

специально не противодействует первому, а принимает то или иное свое состояние неопределенным образом.

Игрок A – пешеходный поток через конкретный перекресток. Возможные стратегии игрока A :

- A_1 – жесткий цикл регулирования с выделением отдельной фазы для пешеходного потока;
- A_2 – жесткий цикл регулирования без выделения отдельной фазы для пешеходного потока;
- A_3 – использование вызывных устройств для пешеходного движения.

Неопределенность при принятии решений вызвана в данной ситуации состояниями объективной действительности (игрока B) – изменяющимися с течением времени интенсивностями транспортных и пешеходных потоков. Игрок B оказывает противодействие игроку A неосознанно. Стратегии игрока B , «природы», – распределения интенсивностей автомобильных и пешеходных потоков на данном перекрестке.

Важный момент – задание элементов платежной матрицы. Их выбор зависит от выставленных приоритетов, от доминирующего критерия оптимизации. Если ставить во главу угла организацию пешеходного потока через перекресток, то элементами платежной матрицы могут быть величины, обратные значению средней задержки отдельного пешехода на перекрестке. Назовем это интенсивностью обслуживания пешеходов.

Итак, платежная матрица имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & Q_1 & Q_2 & \dots & Q_3 \\ A_2 & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ A_3 & a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & a_{31} & a_{32} & \dots & a_{3n} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$Q_j, j = 1, \dots, n$ – возможные состояния «природы» в рассматриваемый промежуток времени, рассчитанные с использованием регрессионных зависимостей (с заданным шагом по времени от текущего момента) интенсивности всех конфликтных потоков, как транспортных, так и пешеходного;

$a_{ij} = \frac{1}{T_{serv}}$ – интенсивность обслуживания

пешеходов при справедливости стратегий A_i и Q_j ;

T_{serv} – средняя задержка пешехода при пересечении перекрестка в выбранном направлении при справедливости стратегий A_i и Q_j .

Варианты выбора критерия также возможны. Предлагается использовать либо *максиминный критерий Вальда*, либо *критерий минимального риска Сэвиджа*.

По критерию Вальда оптимальной считается стратегия, отвечающая условию

$$W = \max_i \min_j a_{ij}. \quad (2)$$

В этом случае оптимальной будет признана та схема организации движения на перекрестке, которая среди всех возможных, неудачных для пешеходов, ситуаций в распределении транспортных потоков в рассматриваемый промежуток времени гарантирует выбор наилучшей (с максимальной интенсивностью обслуживания пешеходов).

Наибольший элемент j -го столбца $\beta_j = \max_i a_{ij}$ ($j = 1, \dots, n$) называют показателем благоприятности состояния Q_j .

Для применения критерия минимального риска Сэвиджа необходимо построить матрицу рисков:

$$R = \{r_{ij}\}_{m \times n}, \quad (3)$$

где $r_{ij} = \beta_j - a_{ij}$ – риск игрока A как упущенная возможность максимального выигрыша (невыигранная часть максимального выигрыша).

Оптимальный вариант по критерию Сэвиджа отвечает условию

$$S = \min_i \max_j r_{ij}. \quad (4)$$

Определение элементов платежной матрицы

Рассмотрим вопрос определения возможных состояний «природы» Q_j – вариантов распределения интенсивностей транспортных и пешеходных потоков. Исходными данными для решения различных транспортных задач с помощью модели TИMeR_Mod является текущая схема организации движения на улично-дорожной

сети и параметры распределения транспортных потоков по полосам, определяемые на основании данных мониторинга. Вся необходимая для расчетов информация содержится в матрицах $A_{STREETS}$ и $B_{INTERSECTION}$. В статье [8] авторами разработан метод прогнозирования элементов этих матриц на следующий период времени с применением фильтра Кальмана, а также метод их автоматизированного расчета. Для определения состояний Q_j через интервалы Δt предлагается использовать вышеуказанный метод.

Стратегия A_1 . Рассмотрим перекресток с жестким режимом регулирования и отдельной фазой для пешеходного потока. Предположим, что прибытие пешехода к перекрестку случайно, не зависит от фаз светофорного цикла. Тогда момент прибытия пешехода можно считать распределенным равномерно относительно фаз светофорного цикла. Если в этот момент движение пешехода разрешено, то затраченное время только T_{cross_p} , в противном случае пешеход ожидает возможности продолжить движение. Согласно законам теории вероятностей, среднее время ожидания отдельным пешеходом возможности продолжить движение в случае, если он прибыл в момент горения запрещающего сигнала, равно

$$\frac{T_c - T_p}{2} \text{ секунд,}$$

где T – длина цикла регулирования, с.,

T_p – отдельная фаза светофорного цикла, время, в течение которого разрешено движение пешеходов в выбранном направлении, с.

Тогда среднее время, необходимое пешеходу для продолжения движения через перекресток T_{serv} , равно

$$T_{serv} = \frac{T_c - T_p}{T_c} \cdot \left(\frac{T_c - T_p}{2} + T_{cross_p} \right) + \frac{T_p}{T_c} \cdot T_{cross_p}, \quad (5)$$

где T_{cross_p} – среднее время, необходимое пешеходу для пересечения дороги, с.

Длительность фаз светофорного регулирования определяется как решение задачи математического программирования, подробно описанной в работе [9]:

$$Z = \frac{\sum_i W_i (T_c - T_{gli}, \lambda) + \sum_j W_j (T_c - T_{glj}, \lambda)}{T_c} \rightarrow \min, \quad (6)$$

$$H_i(T_c, \lambda) - \frac{T_{gli}}{h} \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad (7)$$

$$H_j(T_c, \lambda) - \frac{T_{glj}}{h} \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, q, \quad (8)$$

где $H(T_c, \lambda)$ – функция восстановления, которая выражает количество автомобилей, прибывающих к перекрестку за время T_c .

$$W(T_i, \lambda) = \left(\frac{1}{\mu} \frac{t^2}{2} + \frac{\sigma^2 - \mu^2}{2\mu^2} t \right) \Big|_0^{T_i} + \int_0^{T_i} R(t) dt - \text{средняя задержка за цикл регулирования [9].}$$

Численное решение задачи (6–8) находится, например, с помощью систем Maple или MatLab.

Стратегия A₂. В случае использования жесткого режима регулирования без выделения отдельной фазы для пешеходного потока параметр T_{serv} вычисляется аналогично пункту 2.1 по формуле (5). Однако при расчете длин циклов светофорного регулирования в задаче математического программирования целевой функцией будет следующая:

$$Z = \frac{\sum_i W_i(T_c - T_{stop_I} - T_{gli}, \lambda) + \sum_j W_j(T_c - T_{stop_{II}} - T_{glj}, \lambda)}{T_c} \rightarrow \min, \quad (9)$$

T_{stop_I} и $T_{stop_{II}}$ – среднее время, необходимое автотранспорту для пропуска пешеходов через дороги I и II соответственно, с,

T_{gli} – разрешено движение на дороге I в i -ом направлении, с,

T_{glj} – разрешено движение на дороге II в j -ом направлении, с.

λ – множество параметров обобщенного закона Эрланга для транспортных потоков.

Отметим, что в стратегиях A_1 и A_2 для каждого состояния Q_i вычисляется оптимальный цикл светофорного регулирования, который зависит от интенсивности всех конфликтующих на перекрестке потоков.

Стратегия A₃. В случае применения вызывных устройств для пешеходов среднее время, необходимое пешеходу для пересечения перекрестка, можно рассчитывать так, как предлагается в работе [10]:

$$T_{serv} = \left(\frac{t_m + t_{pr1}}{2} + t_a + t_{pr2} \right) \cdot \lambda t_2 e^{-\lambda t_2} + \frac{1}{2} (t_a + t_{pr2}) \left(1 - (\lambda t_1 e^{-\lambda t_1} + \lambda t_2 e^{-\lambda t_2}) \right), \quad (10)$$

где t_{pr1} – переходный интервал между сигналами, с.,

t_{pr2} – зеленый сигнал, с,

t_a – зеленый сигнал для транспорта минимальной длительности, с,

t_m – период горения мигающего зеленого сигнала в пешеходной фазе, с,

λ – параметр показательного распределения плотности пешеходного потока.

Формула (10) выведена в предположении, что пешеходный поток, прибывающий к перекрестку, распределен по показательному закону. Предполагается полное подчинение пешеходов сигналам светофора. При расчетах применялись свойства числовых характеристик случайных величин.

Выше рассмотрены три основных варианта схемы организации движения на перекрестке. Однако возможно расширять количество стратегий A_i . Например, для отдельных перекрестков есть смысл добавить вариант нерегулируемого пересечения. Кроме того, количество фаз цикла светофорного регулирования также можно варьировать, что в свою очередь увеличит количество возможных стратегий игрока A .

Стратегии «природы» в работе – это распределение интенсивностей автотранспорта по полосам и интенсивность пешеходного потока, прибывающего к перекрестку через определенные промежутки в течение небольшого периода времени.

В этом случае применяются прогнозные модели для формирования базы исходных данных для TIMeR_Mod. Однако возможно составление платежной матрицы для периода длиной, например, в сутки. Тогда придется брать статистические данные для составления матриц $A_{STREETS}$ и $B_{INTERSECTION}$.

Заключение

В работе решена задача определения того варианта организации движения на перекрестке, который за рассматриваемый промежуток времени обеспечивает оптимальную интенсивность обслуживания пешеходов. Причем благодаря возможности выбирать с помощью модели TIMeR_Mod оптимальные циклы регулирования при изменении распределения интенсивностей в транспортных и пешеходных потоках с течением времени, учитываются интересы всех конфликтных сторон: автотранспортных потоков и пешеходов.

Рассмотренная проблема является актуальной в настоящее время и требует математически обоснованного решения. Предложенный метод организации движения пешеходного потока на перекрестке позволит сделать оптимальный выбор в условиях неопределенности в соотношениях между величиной пешеходного и автотранспортного потоков на конкретном перекрестке.

Список литературы

1. Коломийцева Д.В., Коновалова Т.В., Котенкова И.Н., Лазарев А.А. Оптимизация пешеходного движения в системе транспортного планирования территорий // Вестник СибАДИ. 2013. № 5(33). С. 18–21.
2. Симуль М.Г., Александров Н.С. Моделирование конфликтных ситуаций на наземных пешеходных переходах городских дорог и улиц для повышения безопасности движения // Вестник СибАДИ. 2012. № 1(23). С. 47–50.
3. Скульбеденко Н.А., Михайлов А.Ю. Задачи совершенствования норм проектирования пешеходных переходов [Электронный ресурс]. URL: <http://waksman.ru/Russian/Ek&org/2007/sku/htm> (дата обращения: 03.08.2018).
4. Huang L., Wong S.C., Zhang M., Shu C.W., Lam W.H.K. Revisiting Hughes' dynamic continuum model for pedestrian flow and the development of an efficient solution algorithm, *Transportat. Res. B-Meth.* 2009. № 43. P. 127–141.
5. M. Di Francesco, Marcovich P.A., Pietschmann J.F., Wolfram M.T. On the Hughes' model for pedestrian flow: The one-dimensional case, *J. Differential Equations.* 2011. № 250 (3). P. 1334–1362.
6. Naumova N., Danovich L. A model of flows distribution in the network // *Life Science Journal.* 2014. № 11 (6). P. 591–597.
7. Садовин Н.С., Садовина Т.Н. Основы теории игр: учебное пособие. Йошкар-Ола: Мар. гос. ун-т, 2017. 119 с.
8. Наумова Н.А. Данович Л.М. Прогнозирование исходных данных в динамическом режиме для модели распределения транспортных потоков по сети // *Фундаментальные исследования.* 2016. № 9–2. С. 238–242.
9. Наумова Н.А. Теоретические основы и методы автоматизированного управления транспортными потоками средствами мезоскопического моделирования: дис. ... докт. техн. наук: 05.22.10. Краснодар, 2015. 331 с.
10. Скульбеденко Н.А. Модель оценки задержек на пешеходных регулируемых переходах с вызывными устройствами // Вестник ИрГТУ. 2008. № 4 (36). С. 105–109.