

УДК 004:[656.02+351.811.12]

**МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАДЕРЖЕК ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ
НА ПЕРЕКРЕСТКАХ С УЧЕТОМ ПЕШЕХОДНОГО ДВИЖЕНИЯ****Наумова Н.А.***ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», Краснодар,
e-mail: Nataly_Naumova@mail.ru*

Высокая интенсивность пешеходных потоков в крупных городах делает весьма актуальной задачу исследования их влияния на загруженность транспортной сети. В частности, на величину задержек автотранспортных средств на перекрестках. В работе рассматриваются математические модели перекрестков при различных схемах организации пешеходного движения на них. Методы расчета задержек автотранспортных средств с учетом пешеходного движения выполнены в рамках гипотез и установок авторской модели распределения транспортных потоков по сети, которая нацелена на решение оптимизационных транспортных задач в режиме онлайн. Разработан аналитический аппарат для оценки задержек автотранспортных средств с учетом пешеходного движения при использовании жесткого режима регулирования и выделения отдельной фазы для пешеходного потока, при использовании жесткого режима регулирования без выделения отдельной фазы для пешеходного потока, а также при использовании вызывных устройств для пешеходов. При разработке аналитического аппарата использовались средства дифференциального и интегрального исчисления, методы теории функций комплексного переменного, теории вероятностей и теории случайных процессов, методы системного анализа. Учет пешеходных потоков позволит более точно моделировать реальную дорожную ситуацию и оперативно реагировать на ее изменения.

Ключевые слова: транспортные потоки, пешеходное движение, математическая модель, светофорное регулирование

**THE METHOD OF ESTIMATION OF TRANSPORT DELAYS AT INTERSECTIONS
TAKING INTO ACCOUNT PEDESTRIAN FLOWS****Naumova N.A.***Kuban State Technological University, Krasnodar, e-mail: Nataly_Naumova@mail.ru*

The high intensity of pedestrian flow in cities does very relevant a research problem of their influence on load of transport network. In particular, the flow of pedestrians changes value of delays of vehicles at intersections. Mathematical models of intersections at various schemes of the organization of the pedestrian movement were developed. Methods of calculation of delays of vehicles taking into account the pedestrian movement were executed within hypotheses and installations of author's model of distribution of traffic flows on network. The developed methods aim at on-line optimization. Analytical formulas were developed for assessment of delays of vehicles in case of tough traffic light regulation with or without a specially phase for a pedestrian flows in cycle and in case of existence of the pedestrian push button. Methods of differential and integral calculus, methods of the theory of functions complex variable, probability theory and theories of casual processes, methods of the system analysis were used when developing the analytical device. Accounting of pedestrian flows will allow to model more precisely a real road situation and to react quickly to her changes.

Keywords: traffic flows, pedestrian movement, mathematical model, traffic signal controllers

Интенсивность пешеходного движения в городах достаточно велика и оказывает большое влияние на величину задержек автотранспортных средств. Поэтому игнорирование этого факта влечет за собой значительные ошибки в расчетах при выборе оптимального распределения транспортных потоков по улично-дорожной сети. В настоящий период исследованием влияния пешеходных потоков на загруженность сети занимаются как зарубежные (R.L. Hughes [1], L. Huang, S.C. Wong, M. Zhang [2], M.Di Francesco, P.A. Marcowich [3]), так и отечественные исследователи (Н.А. Скульбенко, А.Ю. Михайлов [4], Е.Н. Чикалин).

Математические модели транспортных потоков, не учитывающие пешеходное движение, теряют свою привлекательность в силу значительных ошибок при расчете показателей эффективности организации движения на улично-дорожной сети. Акту-

альной задачей является исследование влияния различных схем организации пешеходного движения на перекрестке на величину задержек транспортных средств. Математическое моделирование этих схем даст возможность выбирать наиболее приемлемую из них в той или иной ситуации.

Цель исследования: разработка методов оценки влияния пешеходных потоков на показатели эффективности функционирования транспортной сети.

Материалы и методы исследования

За адекватность описания транспортного потока и последующую точность расчетов параметров эффективности организации движения отвечает в первую очередь положенная в основу гипотеза о распределении интервалов между транспортными средствами в потоке. В качестве гипотезы о распределении интервалов по времени в каждом из потоков требований в авторской модели TIMeR_Mod [5] при-

нята гипотеза о том, что оно подчинено обобщенному закону Эрланга. Это многопараметрический закон, который позволяет описывать транспортные потоки достаточно высокой плотности. Гипотеза о распределении интервалов по времени между авто-транспортными средствами по обобщенному закону Эрланга позволила средствами дифференциального и интегрального исчисления, используя методы теории функций комплексного переменного и теории случайных процессов, вывести в явном виде формулы для вычисления величины задержек в узлах транспортной сети, средней длины очереди у перекрестков, функции транспортных затрат по маршруту сети.

Результаты исследования и их обсуждение

Расчет задержек транспортных средств с учетом пешеходного движения при использовании жесткого режима регулирования и выделения отдельной фазы для пешеходного потока

Рассмотрим случай, когда для пешеходного движения выделена отдельная фаза светового цикла в каждом направлении. В модели TIMeR_Mod под задержкой транспортных средств на перекрестке понимается время простоя, тогда как движение в данном направлении запрещено. В этих условиях аналитический аппарат для оценки средней суммарной задержки всех автотранспортных средств на перекрестке аналогичен методу, рассмотренному в работе [6]. Следует только учесть изменения в фазах светового цикла.

Введены следующие обозначения:

T_{gl} – время, в течение которого разрешено движение автотранспорта на дороге I (по различным направлениям);

T_{pl} – время, в течение которого разрешено движение пешеходов через дорогу I;

T_{gII} – время, в течение которого разрешено движение автотранспорта на дороге II (по различным направлениям);

T_{pII} – время, в течение которого разрешено движение пешеходов через дорогу II.

$$T_c = T_{gl} + T_{gl} + T_{pl} + T_{pII} - \quad (1)$$

длина цикла регулирования;

$$T_{gl} = T_{gl1} + T_{gl2} + \dots + T_{glp}, \quad (2)$$

где T_{gli} – разрешено движение на дороге I в i -м направлении (тогда в течение времени $T - T_{gli}$ движение на дороге I в i -м направлении запрещено);

$$T_{gII} = T_{gII1} + T_{gII2} + \dots + T_{gIIq}, \quad (3)$$

где T_{gIIj} – разрешено движение на дороге II в j -м направлении (тогда в течение времени $T - T_{gIIj}$ движение на дороге I в j -м направлении запрещено).

Функция $W_i(T, \lambda)$ определяет суммарную задержку всех требований потока № i с параметрами обобщенного закона Эрланга, задаваемыми множеством λ , за время T . Подробно аналитическое задание данной функции рассмотрено, например, в работе [6], описан метод вычисления неизвестных коэффициентов функции $W(T, \lambda)$. Для их определения разработана программа в среде DELPHI, получено свидетельство на программу.

В принятых обозначениях средняя суммарная потеря времени всеми транспортными средствами на данном перекрестке за один час равна

$$Z = \frac{\sum_i W_i(T_c - T_{gli}, \lambda) + \sum_j W_j(T_c - T_{gIIj}, \lambda)}{T_c}. \quad (4)$$

Условие ликвидации очереди за цикл регулирования по всем направлениям:

$$H_i(T_c, \lambda) - \frac{T_{gli}}{h} \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, p; \quad (5)$$

$$H_j(T_c, \lambda) - \frac{T_{gIIj}}{h} \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, q. \quad (6)$$

Здесь $H(T_c, \lambda)$ – функция восстановления, выражает количество автомобилей, прибывающих к перекрестку за время T_c в i -м транспортном потоке с параметрами обобщенного закона Эрланга, задаваемыми множеством λ [6].

Расчет задержек транспортных средств с учетом пешеходного движения при использовании жесткого режима регулирования без выделения отдельной фазы для пешеходного потока

Рассмотрим крестообразный перекресток дорог I и II с жестким световым регулированием, но без отдельной фазы для пешеходных потоков. Будем считать, что все участники движения строго соблюдают установленные правила.

Потоки пешеходов, подходящих к перекрестку с целью пересечь дорогу номер i в двух противоположных направлениях, имеют показательное распределение [7] с параметрами λ_{pir} и λ_{pil} . Их плотности распределения равны соответственно $f_{pir} = \lambda_{pir} \cdot e^{-\lambda_{pir}t}$ и $f_{pil} = \lambda_{pil} \cdot e^{-\lambda_{pil}t}$, где t – время (в секундах) между двумя последовательными появлениями событий ($t > 0$).

Будем оперировать средними значениями случайных величин, используя свойства их числовых характеристик [8]. Среднее количество пешеходов, подошедших к перекрестку за время, в течение которого

разрешено его пересечение в данном направлении, равно:

– для дороги I в двух противоположных направлениях движения пешеходов

$$\lambda_{p1r} \cdot (T_c - T_{gl}) \quad (7)$$

и

$$\lambda_{p1l} \cdot (T_c - T_{gl}); \quad (8)$$

– для дороги II в двух противоположных направлениях движения пешеходов

$$\lambda_{p2r} \cdot (T_c - T_{gl}) \quad (9)$$

и

$$\lambda_{p2l} \cdot (T_c - T_{gl}). \quad (10)$$

Тогда среднее время, необходимое автотранспорту для пропуска пешеходов, следующее:

– для дороги I

$$Tstop_{I_r} = \lambda_{p1r} \cdot (T_c - T_{gl}) \cdot Tcross_{pl} \quad (11)$$

и

$$Tstop_{I_l} = \lambda_{p1l} \cdot (T_c - T_{gl}) \cdot Tcross_{pl}; \quad (12)$$

– для дороги II

$$Tstop_{II_r} = \lambda_{p2r} \cdot (T_c - T_{gl}) \cdot Tcross_{pII} \quad (13)$$

$$\text{и } Tstop_{II_l} = \lambda_{p2l} \cdot (T_c - T_{gl}) \cdot Tcross_{pII}. \quad (14)$$

Здесь $Tcross_{pl}$ и $Tcross_{pII}$ – среднее время, необходимое пешеходу для пересечения дороги I и II соответственно.

Учитывая необходимость пересечь перекресток группе пешеходов, подошедших за время запрещающего сигнала светофора, получим следующее среднее время простоя:

– для дороги I:

$$Tstop_I = (\lambda \max_{p1} \cdot (T_c - T_{gl}) + 1) \cdot Tcross_{pl}, \quad (15)$$

где

$$\lambda \max_{p1} = \max \{ \lambda_{p1r}, \lambda_{p1l} \};$$

– для дороги II:

$$Tstop_{II} = (\lambda \max_{p2} \cdot (T_c - T_{gl}) + 1) \cdot Tcross_{pII}, \quad (16)$$

где

$$\lambda \max_{p2} = \max \{ \lambda_{p2r}, \lambda_{p2l} \}.$$

С учетом вышесказанного средняя суммарная часовая задержка всех транспортных средств на данном перекрестке равна

$$Z = \frac{\sum_i W_i (T_c - Tstop_I - T_{gli}, \lambda) + \sum_j W_j (T_c - Tstop_{II} - T_{glj}, \lambda)}{T_c}. \quad (17)$$

Описанный в данном пункте режим регулирования целесообразен при следующих условиях:

$$(\lambda \max_{p1} \cdot (T_c - T_{gl}) + 1) \cdot Tcross_{pl} \ll T_{gl}, \quad (18)$$

$$(\lambda \max_{p2} \cdot (T_c - T_{gl}) + 1) \cdot Tcross_{pII} \ll T_{gl}. \quad (19)$$

В противном случае в данной узловой точке транспортной сети образуется затор.

Расчет задержек транспортных средств с учетом пешеходного движения при использовании вызывных устройств

Движение пешеходов в течение суток неравномерно. Пиковые периоды часто наблюдаются в утренние и вечерние часы. И применение жесткого светофорного регулирования влечет к неоправданно высоким задержкам автомобильного транспорта.

В Великобритании широко применяются пешеходные переходы с вызывными устройствами (PUFFIN и Pelican). Такая технология

позволяет оптимизировать потери времени как автотранспорта, так и пешеходов.

Рассмотрим крестообразный перекресток дорог I и II, на котором имеется только вызывное устройство для пропуска пешеходов на главной дороге. Без ограничения общности можно считать, что I – главная дорога, II – второстепенная.

В этом случае средняя задержка автотранспортных средств зависит от случайного процесса прибытия пешеходов к данному переходу. Введем следующие обозначения:

t_w – время ожидания включения зеленого сигнала для пешеходов после нажатия кнопки вызова, с;

t_{gpl} – длительность разрешающего сигнала для пешеходов, пересекающих дорогу I, с;

t_{over} – длительность промежуточного такта для освобождения проезжей части от пешеходов, с;

$T_{pl} = t_w + t_{gpl} + t_{over}$ – длительность горения разрешающего сигнала для пешеходов, пересекающих дорогу I, с;

t_{ga} – минимальная длительность разрешающего сигнала для автотранспортных средств, с.

Автомобили главной дороги I должны пропустить только пешеходов. Прибытие автомобилей дороги I к перекрестку никак не зависит от прибытия пешеходов к нему, поэтому средняя часовая задержка одного автомобиля, совершающего движение по главной дороге, может быть оценена следующим образом:

$$W_I = (\lambda_{pir} + \lambda_{pil}) \cdot \frac{T_{pl}}{2}. \quad (20)$$

Рассмотрим задержки автотранспортных средств второстепенной дороги II. Так как на ней нет вызывного устройства для пешеходов, то можно повторить доказательство теоретического положения 2.3

из работы автора [6], добавив к пересекаемым потокам два противоположно направленных пешеходных потока. Временные интервалы в транспортных потоках главного направления распределены по обобщенному закону Эрланга с параметрами $\lambda_{0j}, \lambda_{1j}, \dots, \lambda_{k_j-1,j}, k_j$ – параметры обобщенного закона Эрланга для j -го пересекаемого потока ($j=1, 2, \dots, L$) соответственно, а в пешеходных – с параметрами λ_{pir} и λ_{pil} (показательный закон распределения является частным случаем обобщенного закона Эрланга при $k=1$). T_0 – приемлемый для продолжения движения интервал (в секундах).

Для автомобилей второстепенной дороги II среднее время ожидания (в секундах) возможности пересечь L транспортных потоков главной дороги и пропустить потоки пешеходов, переходящих дорогу II, равно

$$m_z = \frac{\left(\sum_i a_{i1} \lambda_{i1} \cdot \frac{2}{\lambda_{i1}^3} \right)}{2 \cdot \left(\sum_{i=0}^{k_1-1} \frac{1}{\lambda_{i1}} \right)} \cdot \Phi_0(T_0) + \left(\sum_{i=0}^{k_1-1} \frac{1}{\lambda_{i1}} \right) \cdot \Phi_0(T_0) \cdot \Phi(T_0) \cdot \frac{1}{(1 - \Phi(T_0))}, \quad (21)$$

где

$$\Phi_0(T_0) = 1 - \prod_{j=1}^{L+2} \left(\frac{1}{\sum_{i=0}^{k_j-1} \frac{1}{\lambda_{ij}}} \cdot \sum_{i=0}^{k_j-1} a_{ij} \cdot \frac{1}{\lambda_{ij}} e^{-\lambda_{ij} T_0} \right),$$

$$\Phi(T_0) = 1 - \left(\sum_{i=0}^{k_1-1} a_{i1} e^{-\lambda_{i1} T_0} \right) \prod_{j=2}^{L+2} \left(\frac{1}{\sum_{i=0}^{k_j-1} \frac{1}{\lambda_{ij}}} \cdot \sum_{i=0}^{k_j-1} a_{ij} \cdot \frac{1}{\lambda_{ij}} e^{-\lambda_{ij} T_0} \right).$$

Тогда средняя задержка (в секундах) у нерегулируемого перекрестка одного требования данного второстепенного направления с учетом очереди равна

$$W_{II} = m_z \cdot (M(l) + 1), \quad (22)$$

где

$$M(l) = bp_0 \frac{\alpha^2}{(1 - \alpha)^2}, \quad (23)$$

$$p_0 = \frac{1}{b \left(\sum_{j=0}^n \frac{\alpha^j}{j!} + \frac{\alpha^2}{1 - \alpha} \right)}, \quad (24)$$

$$b = \sum_{i=0}^k \frac{\lambda_0}{\lambda_i}, \quad \alpha = \frac{\lambda_0}{\mu}, \quad \mu = k / (m_z). \quad (25)$$

Средняя суммарная часовая задержка всех транспортных средств на перекрестке с вызывным устройством для пешеходов следующая:

$$Z = \sum_{i \in \Omega I} N_i \cdot W_{II} + W_I \cdot \sum_{j \in \Omega I} N_j, \quad (26)$$

где N_i , N_j – интенсивности (кол/час) транспортных и пешеходных потоков по всем направлениям движения,

ΩI – множество всех направлений дороги I, ΩII – множество всех направлений дороги II.

Заключение

Изложенные в работе методы расчета задержек автотранспортных средств с учетом пешеходного движения выполнены в рамках гипотез и установок авторской модели TImeR_Mod распределения транспортных потоков по сети, которая нацелена на решение оптимизационных транспортных задач в режиме онлайн. Учет пешеходных потоков позволит более точно моделировать реальную дорожную ситуацию и оперативно реагировать на ее изменения.

Список литературы

1. Hughes R.L. A continuum theory for the flow of pedestrians, *Transport. Res. B-Meth.*, 36 (6), 2002, 507–535.
2. Huang L., Wong S.C., Zhang M., Shu C.W., Lam W.H.K. Revisiting Hughes' dynamic continuum model for pedestrian flow and the development of an efficient solution algorithm, *Transportat. Res. B-Meth.* 43, 2009, 127–141.
3. Francesco M. Di, Marcovich P.A., Pietschmann J.F., Wolfram M.T. On the Hughes' model for pedestrian flow: The one-demansional case, *J. Differential Equations*, 250 (3) 2011, 1334–1362.
4. Скульбеденко Н.А., Михайлов А.Ю. Задачи совершенствования норм проектирования пешеходных переходов [Электронный ресурс]. – URL: //waksman.ru/Russian/Ek&org/2007/sku/htm (дата обращения: 03.06.2018).
5. Naumova N., Danovich L. A model of flows distribution in the network // *Life Science Journal*. – 2014. – № 11(6). – P. 591–597.
6. Наумова Н.А. Теоретические основы и методы автоматизированного управления транспортными потоками средствами мезоскопического моделирования: дис. ... докт. техн. наук: 05.22.10 / Н.А. Наумова. – Краснодар, 2015. – 331 с.
7. Скульбеденко Н.А. Модель оценки задержек на пешеходных регулируемых переходах с вызывными устройствами / Н.А. Скульбеденко // *Вестник ИрГТУ*. – 2008. – № 4 (36). – С. 105–109.
8. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 2000. – 480 с.