УДК 004:303.732.4

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНАЯ ПОДДЕРЖКА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА ОТЛИВОК ИЗ ЧУГУНА

¹Корнеев А.М., ¹Бузина О.П., ¹Суханов А.В., ²Галай И.Г.

¹ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет», Липецк, e-mail: weenrok@mail.ru; ²ООО «Липецкая трубная компания «Свободный Сокол», Липецк, e-mail: galaj_ig@svsokol.ru

Настоящая работа посвящена совершенствованию методов системного анализа в приложении к формированию сплавов чугуна, в металлической матрице которых имеются композитные включения - графит, феррит, перлит и аустенит. Разработка специальных математических моделей и алгоритмов для осуществления интеллектуальной поддержки принятия решений в системе управления процессом формирования химического состава таких чугунов является актуальной современной задачей. Цель проведенных автором исследований - разработка системы принятия решений на основе системной методологии с использованием методов нечеткой логики, регрессионного анализа, алгоритмов стохастического поиска для оптимизации процессов формирования химического состава чугунных сплавов, свойства которых удовлетворяли бы заданным критериям качества: твердости по Бринеллю, прочности, относительной износостойкости и удельной теплоемкости. Для решения поставленной задачи авторами использовался системный подход: выделены системообразующие свойства отливок из чугуна, определены основные этапы системного исследования, построена структура системы принятия решений, описано пространство состояния объекта управления в системе, сформированы задачи применяемых в системе функционалов, разработаны математические модели с использованием регрессионного анализа, построены информационные связи между отдельными модулями системы, произведена фаззификация входных параметров, предложены модифицированные алгоритмы стохастического поиска на дискретном пространстве для решения задачи оптимизации химических составов отливок из чугуна. На основе разработанных методов разработано программное обеспечение для решения задач повышения качества выпускаемой продукции производственного предприятия ООО «Липецкая трубная компания «Свободный Сокол», которое специализируется на выпуске труб различного назначения из различных сортов чугуна. В настоящее время программное обеспечение проходит апробацию в лаборатории предприятия, пополняется база правил принятия решений, совершенствуются аналитические зависимости, отражающие связь между значимыми физико-механическими характеристиками сплавов, - прочности, твердости, износостойкости, - и процентным содержанием отдельных химических элементов.

Ключевые слова: система управления, состояние объекта управления, принятие решений, химический состав, сплав, нечёткая логика, регрессия, стохастический поиск

INTELLIGENT SUPPORT FOR DECISION-MAKING IN THE CONTROL SYSTEM IN PROCESS FORMATION THE OPTIMAL CHEMICAL COMPOSITION OF CASTINGS FROM THE IRON

¹Korneev A.M., ¹Buzina O.P., ¹Sukhanov A.V., ²Galay I.G.

¹Federal State Educational Institution of Higher Education Lipetsk State Technical University, Lipetsk, e-mail: weenrok@mail.ru;

²OOO «Lipetsk Pipe Company «Svobodniy Sokol», Lipetsk, e-mail: galaj ig@svsokol.ru

The present work is devoted to improving the methods of system analysis in the application to the formation of alloys of cast iron, in the metallic matrix of which there are composite inclusions – graphite, ferrite, perlite and austenite. The development of special mathematical models and algorithms for the implementation of intellectual support for decision-making in the process control system for the formation of the chemical composition of such cast irons is an urgent modern task. The purpose of the research conducted by the author is the development of a decision making system based on the system methodology using fuzzy logic methods, regression analysis, stochastic search algorithms for optimization of the process of forming the chemical composition of cast iron alloys, whose properties would satisfy the specified quality criteria: Brinell hardness, strength, relative wear resistance and specific heat. To solve the problem, the authors used the system approach: the system-forming properties of the castings from cast iron were identified, the main stages of the system study were identified, the structure of the decisionmaking system was structured, the control object space in the system was described, the tasks of the functionals applied in the system were formulated, mathematical models were developed using regression analysis, information communications between individual modules of the system have been constructed, the input parameters have been fuzzy, The modified algorithms of stochastic search on a discrete space for solving the problem of optimization of chemical compositions of castings from cast iron are mocked. Based on the developed methods, software was developed to solve the problems of improving the quality of products manufactured by the Lipetsk Pipe Company «Svobodny Sokol» LLC, which specializes in the production of pipes for various purposes from various grades of cast iron. At present, the software is tested in the enterprise's laboratory, the decision-making base is updated, analytical dependencies reflecting the relationship between the significant physicomechanical characteristics of alloys-strength, hardness, wear resistance-and the percentage of individual chemical elements are improved.

Keywords: control system, state of control object, decision making, chemical composition, alloy, fuzzy logic, regression, stochastic search

Решение технологических задач с применением системного анализа позволяет рассматривать технологический процесс

как сложную систему, в которую входят элементы с различными уровнями дискретности и детализации. Если произ-

водить анализ элементарных процессов в системе отдельно, то в большинстве случаев это не позволит установить соответствующие элементарным процессам стадии технологического процесса (например, изменение соотношения графита и перлита в металлической матрице сплава чугуна, изменение процентного содержания аустенита в сплаве чугуна может происходить сразу на нескольких технологических стадиях; то же может касаться добавления или переноса отдельных веществ и химических элементов при формировании состава материала). Аналогично невозможно судить в общем о технологическом процессе без рассмотрения взаимосвязей между отдельными стадиями процесса и окружающей средой.

Цель исследования: построение системы интеллектуальной поддержки для принятия решений в процессе управления формированием оптимальной структуры (химического состава) отливок из чугуна.

Материалы и методы исследования

Математические модели сложных процессов в большинстве случаев представляют собой системы уравнений, посредством которых описывают детерминированные законы, которые отражают только общую суть явлений с учётом ограничений и допущений [1, 2]. В реальности процессы протекают в условиях, далёких от идеальных, что приводит к задачам выбора различных коэффициентов и параметров в модели, определяемых экспериментальным путём [3]. Подобный подход успешно ранее применялся при построения систем управления процессом структуризации композиционных материалов [3, 4] и иных сложных производственных систем [5].

Сокращение числа альтернатив выбора химического состава (рецептуры) чугунных сплавов специального назначения (высокопрочных чугунов, белых или серых чугунов) основано на изучении роли составных ингредиентов в формировании интегративных свойств материала как системы. Прочностные, физические и химические свойства сплавов на основе железа и углерода во многом определяются химическим составом и технологией производства, процентным содержанием графитовых и перлитовых фаз в металлической матрице, а также температурой, с которой началось охлаждение чугуна. Высокой степенью зависимости от указанных факторов обладают структурные свойства сплава.

Сплавы чугуна полиструктурны [6], и на разных этапах управления их свойствами необходимо учитывать особенности поведения материала на разных уровнях: субмикроструктурном, микроструктурном и макроструктурном [1, 3]. Для построения системы принятия решений по управлению процессом формирования оптимального химического состава чугуна необходимо выделить характеристики, определяющие свойства сплава на макроуровне. Такими свойствами можно считать прочность, твердость, относительную износостойкость и удельную теплоемкость [3, 6]. В зависимости от наличия у чугунной отливки тех или иных свойств из перечисленных воз-

можно определять состояние объекта управления, – сплава с заданными характеристиками [7].

Результаты исследования и их обсуждение

Структурная схема системы принятия решений по формированию оптимального химического состава чугунного сплава представлена на рис. 1. Здесь состояния, в которых может находиться система, обозначены символами S_x , где индекс x может принимать первые 16 значений в двоичной форме (0001 ... 1111) [8] и расшифровывается следующим образом: на первом месте - твёрдость чугунного сплава по Бринеллю (0 - не удовлетворяет требуемому значению, 1 – удовлетворяет), на втором месте относительная износостойкость отливки, на третьем месте - предельная прочность на растяжение, на четвертом месте – удельная теплоемкость. Например, состояние S_{1100} будет обозначать, что для отливки из чугуна с химическим составом, сформированном в системе управления и принятия решений, требования к твёрдости и относительной износостойкости удовлетворены, однако прочность и удельная теплоёмкость, наоборот, не соответствуют требуемым значениям.

Интеллектуальная поддержка принятия решений осуществляется посредством поэтапного применения к объекту управления функционалов, содержащих алгоритмы и математические модели, которые позволяют оптимизировать свойства и структуру сплавов, содержащих графитовые и перлитовые включения (рис. 1).

Функционал f_{fuz} осуществляет фаззификацию входной информации о требованиях, предъявляемых к отливкам из чугуна, - свойства отливок из чугуна и наиболее вероятная область их применения. Для тех или иных марок чугунов (согласно ГОСТ 7769-82) необходимым является наличие следующих свойств: жаростойкость (ЧХ1, ЧХ2, ЧХ3, и др.), коррозийностойкость в жидких и газовых средах (ЧХ22С, ЧХ28, ЧХ28Д2, ЧНМШ, ЧНДХМШ и др.), износостойкость (ЧХЗТ, ЧХ9Н5, ЧХ16 и др.), стойкость в цинковом расплаве (ЧХ28П), хладостойкость (ЧН20Д2Ш), маломагнитность (ЧГ8Д3, ЧН11Г7Ш и др.). В зависимости от степени необходимости в наличии у сплава того или иного свойства, пользователем автоматизированной системы управления задаются оценки такой необходимости по шкале от 0 до 100. Вероятные области применения отливок из чугуна с формируемым химическим составом определены согласно ГОСТ 7769-82.

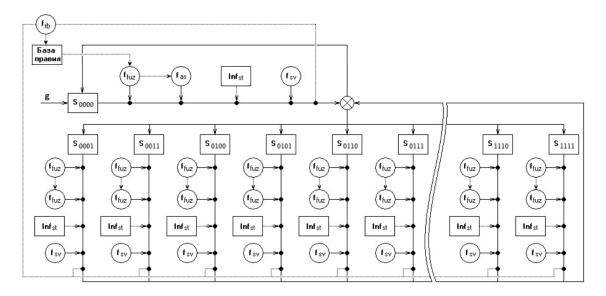


Рис. 1. Структурная схема системы принятия решений по формированию оптимального химического состава чугунного сплава

Функционал основывается на следующей нечеткой системе логического вывода с несколькими переменными:

ЕСЛИ
$$x_1$$
 есть a_1 , **И** x_2 есть a_2 , ... **И** x_8 есть a_8 , **И** y_1 есть b_1 , ... **И** y_{19} есть b_{19} ,
$$\mathbf{TO}\,z_1\,$$
 есть $c_1\,$ **И** $z_2\,$ есть $c_2\,$... **И** $z_{13}\,$ есть $c_{13}.$

Базу правил составляют матрицы $A \in R^{8 \times 26}$, $B \in R^{19 \times 26}$ и $C \in R^{13 \times 26}$, они имеют вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0.75 & 0.5 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.9 & 1 & 0.7 & 0.4 & 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0.8 & 1 & 0.5 & 0.4 & 0.2 & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & & \\ 0.8 & 1 & 0.8 & 0.6 & 0.4 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0.6 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.6 & 0.4 & 0.2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0.95 & 0.8 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.95 & 1 & 0.95 & \cdots & 0.25 & 0.2 & 0.1 \\ 0.9 & 0.95 & 1 & 0.3 & 0.25 & 0.2 \\ \vdots & & \ddots & & \\ 0.6 & 0.7 & 0.8 & 0.5 & 0.6 & 0.7 \\ 0.5 & 0.6 & 0.7 & 0.8 & 0.5 & 0.6 & 0.7 \\ 0.5 & 0.6 & 0.7 & 0.3 & 0.4 & 0.5 \\ 0.4 & 0.5 & 0.6 & 0.7 & 0.3 & 0.4 & 0.5 \\ 0.4 & 0.5 & 0.6 & 0.2 & 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.4 & 0.2 & 0.3 & 0.5 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0.1 & 0.3 & 0.1 & 0.2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0.9 & 0 & 0.1 \\ 0.4 & 1 & 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0.5 & 0.3 & 0.3 & 0.1 & 0.1 & 1 & 0.3 & 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.2 & 0.2 & 0.15 & 0.3 & 0.1 & 0.3 & 0.3 & 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0.1 \end{pmatrix}$$

Всего система содержит 26 базовых правил с возможностью добавления новых правил. Численные значения матриц A, B и C задаются на основании анализа данных о химических составах марок чугуна и соответствующих им свойств и областей применения согласно ГОСТ 7769-82. Входной информацией системы является вектор $g \in R^{13}$ ($g_1, g_2, ..., g_{13}$), содержащий значения процентного содержания для каждого химического элемента чугунного образца выбранной марки. Результатом дефаззификации является вектор $B_{res} \in R^{13}$ ($z_1, z_2, ..., z_{13}$).

Функционал решает задачу определения границ стохастического поиска оптимальных значений процентного содержания основных химических элементов в составе отливок из чугуна (C, Si, Mn, P, S, Cr, Ni, Cu, V, Mo, Ti, Al, Sb). Значения границ поиска имеют вид

- границы минимальных значений: $\{g_1-z_1 \quad g_2-z_2 \quad \dots \quad g_{12}-z_{12} \quad g_{13}-z_{13}\}$;
- границы максимальных значений: $\{g_1 + z_1 \quad g_2 + z_2 \quad \dots \quad g_{12} + z_{12} \quad g_{13} + z_{13} \}$.

Дефаззификация осуществляется агрегацией выходов правил. В качестве оператора агрегации используется *S*-норма (max).

Алгоритм логического вывода состоит из трех этапов:

1. Для всех i = 1 ... 26 определяется значения α_i :

$$\alpha_{i} = \min \left\{ \max \left\{ imp\left(a_{1}, A_{i, 1}\right) \right\}, ..., \max \left\{ imp\left(a_{8}, A_{i, 8}\right) \right\}, \max \left\{ imp\left(b_{1}, B_{i, 1}\right) \right\}, ..., \max \left\{ imp\left(b_{19}, B_{i, 19}\right) \right\} \right\}$$

2. Рассчитываются значения матрицы $B_a \in R^{13 \times 26}$:

$$B_{\alpha} = \begin{pmatrix} \min\{C_{1,1}, \alpha_1\} & \min\{C_{1,2}, \alpha_1\} & \cdots & \min\{C_{1,13}, \alpha_1\} \\ \min\{C_{2,1}, \alpha_2\} & \min\{C_{2,2}, \alpha_2\} & \cdots & \min\{C_{2,13}, \alpha_2\} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \min\{C_{26,1}, \alpha_{26}\} & \min\{C_{26,2}, \alpha_{26}\} & \cdots & \min\{C_{26,13}, \alpha_{26}\} \end{pmatrix}$$

3. Рассчитываются значения результирующего вектора $B_{res} \in \mathbb{R}^{13}$:

$$B_{res} = \left\{ \min \left\{ C_{1,1}, \alpha_1 \right\}, ..., \min \left\{ C_{26,1}, \alpha_{26} \right\} \right\}, ..., \max \left\{ \min \left\{ C_{1,13}, \alpha_1 \right\}, ..., \min \left\{ C_{26,13}, \alpha_{26} \right\} \right\} \right\}$$

В системе предусмотрен выбор одного из двух видов импликаций (*imp*):

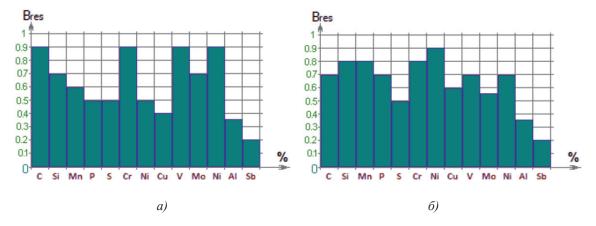
– импликация Мамдани: $x \rightarrow y = \min\{x, y\}$;

– импликация Ларсена: $x \to y = xy$.

Вектор B_{res} содержит значения для границ поиска оптимальных значений процентного содержания отдельных химических элементов в сплаве. На рис. 2 представлены в форме диаграмм значения вектора B_{res} для чугунных сплавов марки ЧХ1 (a) и ЧН20Д2Ш (δ) .

Функционал f_{as} осуществляющий поиск оптимальных значений процентного содержания отдельных химических элементов в сплаве чугуна (поиск значений осущест-

вляется с помощью методов стохастической оптимизации в многомерном пространстве на основе алгоритма имитации отжига и его модификаций) [9, 10]. Оптимизация производится на определенной и фиксированной области поиска, которая представляет собой гиперпараллелепипед, — границы варьирования процентного содержания химического элемента в сплаве (основан на значениях входного вектора B_{res}). В системе принятия решений реализовано десять модификаций алгоритма имитации отжига, позволяющие за конечное число шагов сделать оценку оптимального значения входных элементов исследуемой функции на многомерном пространстве.



 $Puc.\ 2$. Диаграммы значения вектора B_{res} для чугунных сплавов марки $4X1\ (a)$ и 4H20Д $2III\ (б)$

В частности, реализованы модификации А, Б и В схем алгоритма с применением функций распределения Больцмана и Коши, а также алгоритм сверхбыстрого отжига и алгоритм Ксин Яо [9, 11]. В системе оптимизация производится на определенном наборе переменных функции $f: \mathbb{R}^D \to \mathbb{R}$ (D < 13), при этом целью оптимизации является максимальное значений параметров относительной износостойкости и твердость отливок из чугуна с формируемым химическим составом.

Для получения аналитической зависимости твердости чугуна от его химического состава были проведены отдельные исследования с использованием экспериментальных данных лаборатории произ-

водственного предприятия ООО «Липецкая трубная компания «Свободный Сокол». Всего было проведено 70 испытаний на 70 образцах (чугунные трубы разных диаметров). В процессе испытаний были получены следующие данные для каждого образца: химический состав, предел прочности на растяжение (σ_{ij} , МПа), предел текучести (σ_{ij} , МПа), относительное удлинение (ε , %), твёрдость внешней (h_{out} , НВ) и внутренней (h_{in} , НВ) сторон, а также процентное содержание графита, феррита, перлита и цементита в чугунных отливках.

Регрессионный анализ экспериментальных данных в пакете анализа приложения Excel 2007 позволил получить следующие линейные зависимости:

$$\begin{split} h_{out} &= 80,27 + 13,71x_C + 2,32x_{Si} + 34,76x_{Mn} - 47,88x_P + 139,98x_S + 171,07x_{Cr} + 176,308x_{Mg} \,, \\ h_{in} &= 127,48 + 8,18x_C - 7,41x_{Si} - 14,91x_{Mn} + 217,09x_P - 578,1x_S + 343,04x_{Cr} + 86,38x_{Mg} \,, \\ \sigma_t &= 368,77 + 2,78x_C + 7,31x_{Si} + 56,79x_{Mn} + 579,79x_P - 828,01x_S + 393,8x_{Cr} - 38,59x_{Mg} \,, \\ \sigma_{tu} &= 300,77 - 0,15x_C + 6,38x_{Si} + 44,26x_{Mn} + 563,43x_P - 750,67x_S + 340,67x_{Cr} - 40,86x_{Mg} \,, \\ \varepsilon &= 4,19 + 3,46x_C + 2,40x_{Si} + 0,91x_{Mn} - 103x_P - 74,77x_S - 63,65x_{Cr} - 64,18x_{Mg} \,, \end{split}$$

где x_C — процентное содержание химического элемента С (углерода) в составе сплава, x_{Si} — процентное содержание кремния (Si) и т.д.

Для вывода более точных зависимостей с использованием методов нелинейной регрессии использовалось специально созданное программное обеспечение «Статистическая обработка экспериментальных данных». Программа позволяет строить математические нелинейные модели методом наименьших квадратов с использованием произведения факторов. С помощью программы были получены следующие зависимости:

$$\begin{split} h_{out} &= 154,57 - 0,0659x_{C}^{3} - \frac{2,06}{x_{Si}^{2}} - \frac{0,108}{x_{Mn}^{2}} - \frac{0,000039}{x_{P}^{2}} + \frac{0,000016}{x_{S}^{2}} - 10530x_{Cr}^{3} + 8262,85x_{Mg}^{3} \,, \\ h_{in} &= 149,17 + 0,044x_{C}^{3} - 0,057x_{Si}^{3} - \frac{0,051}{x_{Mn}^{2}} + 21642,85x_{P}^{3} - 799142,8x_{S}^{3} + 16828,57x_{Cr}^{3} + 3922,8x_{Mg}^{3} \,, \\ \sigma_{t} &= 438,73 - \frac{79,04}{x_{C}^{2}} + 6,175\ln(x_{Si}) - \frac{0,28}{x_{Mn}^{2}} - \frac{0,00052}{x_{P}^{2}} - \frac{0,00000245}{x_{S}^{2}} + 24128,57x_{Cr}^{3} + 9551,43x_{Mg}^{3} \,, \\ \sigma_{tu} &= 352,46 - \frac{35,83}{x_{C}^{2}} + 5,36\ln(x_{Si}) - \frac{0,23}{x_{Mn}^{2}} - \frac{0,00052}{x_{P}^{2}} - 322x_{S} + 19085,71x_{Cr}^{3} + 842,57x_{Mg}^{3} \,, \\ \varepsilon &= 15,36 - \frac{12,05}{x_{C}^{2}} + 0,019x_{Si}^{3} - \frac{0,027}{x_{Si}^{2}} - 7868,57x_{P}^{3} + \frac{0,000014}{x_{C}^{2}} - 3991,43x_{Cr}^{3} - 2978,57x_{Mg}^{3} \,. \end{split}$$

Функционал f_{sv} определяет свойства чугунного сплава в зависимости от его химического состава согласно полученным аналитическим зависимостям и металлографии. Функционал f_{rb} осуществляет информационную поддержку при формировании (изменении) базы правил, используемой функционалом f_{fuz} при формировании границ поиска. Пунктирными линиями в структуре системы (рис. 1) показаны информационные связи между программными модулями функционалов.

База данных Inf_{st} (рис. 1), формируемая на основе экспериментальных данных в лаборатории предприятия, содержит информацию о металлографии сплава; данная информация служит для расчета твёрдости, прочности и удельной теплоемкости (зависит от вида и дисперсности фаз) отливок из чугуна.

Выводы

На основе описанных методов разработана автоматизированная система принятия решений в процессе формирования оптимального химического состава чугунного сплава, которая последовательно применяет к объекту управления – отливке из чугуна – последовательность функционалов, изменяющих количественную меру процентного содержания каждого химического элемента, осуществляя при этом поэтапный поиска оптимальной рецептуры на основе данных математических моделей, аналитических расчётов, лабораторных испытаний и с учётом заданных пользователем требований, предъявляемых к свойствам и области применения отливок из чугуна. В настоящее время автоматизированная система на основе представленной в работе структуры проходит апробацию на производственном предприятии ООО «Липецкая трубная компания «Свободный Сокол».

Список литературы

1. Прангишвили И.В. Системный подход и общесистемные закономерности: научное издание / И.В. Прангишвили – М.: СИНТЕГ, – 2000. – 528 с.

- 2. Прангишвили И.В. Повышение эффективности управления сложными организационными и социально-экономическими системами / И.В. Прангишвили // Проблемы управления. 2005. N2 5. С. 28—32.
- 3. Корнеев А.М. Системная методология в приложении к прогнозированию свойств чугунных сплавов / А.М. Корнеев, А.В. Суханов, И.А. Шипулин // Theoretical & Applied Science. -2018. -№ 2 (58). C. 181–186.
- 4. Корнеев А.М. Математическое моделирование и анализ напряженно-деформированного состояния неоднородных сред с непрерывными и дискретными волокнами / А.М. Корнеев, О.П. Бузина, А.В. Суханов // Фундаментальные исследования. 2016. № 8. С. 39–44.
- 5. Лазарев В.Г. Синтез управляющих автоматов / В.Г. Лазарев, Е.И. Пийль. М.: Энергоатомиздат, 1989. 328 с.
- 6. Печенкина Л.С. Оптимизация состава самозакаливающихся чугунов / Л.С. Печенкина // Вестник Воронежского государственного технического университета. -2017. -№ 6. C. 117–121.
- 7. Печенкина Л.С. Влияние содержания структурообразующих компонентов на твёрдость малоуглеродистых белых чугунов / Л.С. Печенкина // Вестник Воронежского государственного технического университета. -2017. -T.13, № 3. -C.134–138.
- 8. Корнеев А.М. Системный подход к формированию структуры и химического состава сплавов чугуна с заданными прочностными характеристиками / А.М. Корнеев, О.П. Бузина, А.В. Суханов // Вестник ЛГТУ. -2018. -№ 1 (35). -C. 45–50.
- 9. Тихомиров А.С. О быстрых вариантах алгоритма отжига (simulated annealing) // Стохастическая оптимизация в информатике. 2009. $T. 46, \, \mathbb{N}_2 \, 3.$ C. 379–394.
- 10. Корнеев А.М. Исследование точности и скорости сходимости алгоритмов стохастической оптимизации функций на двумерном пространстве / А.М. Корнеев, А.В. Суханов, И.А. Шипулин // Theoretical & Applied Science. -2018. № 4 (60). С. 184–189.
- 11. Грибанова Е.Б. Стохастический алгоритм поиска / Е.Б. Грибанова // Прикладная информатика // Journal of applied informatics. -2017. -№ 2(68). -C. 130-134.