

УДК 51-7:687.03

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА СЖАТИЯ ОБЪЕМНЫХ УТЕПЛИТЕЛЕЙ ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕПЛОЗАЩИТНОЙ ОДЕЖДЫ

Рукавишникова А.С.

ФБГОУ ВО «Донской государственный технический университет», Ростов-на-Дону,
e-mail: annaru14@gmail.com

При эксплуатации теплозащитной одежды с объемным несвязным утеплителем многие участки подвержены многочисленным деформациям сжатия, которые приводят к снижению исходной величины теплоизоляции. В статье представлена методика исследования процессов сжатия, которая позволяет определять время и скорость деформации при фиксированных нагрузках для утепляющих материалов. В ходе исследований была установлена зависимость между нагрузкой и предельными значениями времени, плотности и объемной деформации. С помощью компьютерных технологий определена зависимость скорости деформации от времени. Разработана квадратичная реологическая 3D модель напряженно-деформированного состояния объемных несвязных утеплителей, описывающая влияние объемной деформации и скорости объемной деформации на давление сжатия. Получена теоретическая зависимость между напряжением и деформацией при одноосном сжатии объемного несвязного утеплителя, учитывающая мгновенную скорость деформации. Разработана математическая модель, которая позволяет определить деформационные характеристики утеплителя и прогнозировать теплозащитные свойства материалов в процессе эксплуатации одежды под действием различных нагрузок. Проведена проверка полученной математической модели на адекватность. Предложенная модель позволяет достоверно описать кинетику сжатия несвязного объемного утеплителя. Она легко адаптируется под различные объемные несвязные утеплители за счет применения коэффициентов уравнения и доступности программного обеспечения.

Ключевые слова: математическая модель, физико-механические характеристики утеплителей, теплозащитная одежда, деформация сжатия

MATHEMATICAL MODEL OF COMPRESSION PROCESS OF BULK INSULATIONS FOR DESIGNING HEAT PROTECTIVE CLOTHING

Rukavishnikova A.S.

Don State Technical University, Rostov-on-Don, e-mail: annaru14@gmail.com

Many parts of heat-protective clothing with a disconnected bulk insulation are subjected to numerous compressive deformations during use, which lead to a decrease in the initial value of insulation. The article presents a technique for researching of the compression processes, which allows to determine the time and deformation rate at fixed loads for insulating materials. According to the results of the research, the dependence between the load and the limit values of time, density and volume deformation was established. With the help of computer technology we defined the deformation rate depends of time. A quadratic rheological 3D model of the stress-strain state of disconnected bulk insulation is developed, which describes the effect of volume deformation and the deformation rate on the compression pressure. A theoretical relationship between stress and deformation is obtained for uniaxial compression of a bulk disconnected heater, which takes into account the instantaneous deformation rate. A mathematical model is developed, it determines the deformation characteristics of a heater and predicts the heat-protective properties of materials during the use of clothing under the influence of various loads. The mathematical model was tested for adequacy. The proposed model allows to reliably describe the compression kinetics of a disconnected bulk insulation. It adapts to various disconnected bulk insulations by applying the coefficients of equation and software availability.

Keywords: mathematical model, physicomechanical properties of heaters, heat-protective clothing, compressive deformation

При проектировании теплозащитной одежды определяющая роль в обеспечении необходимой величины теплоизоляции отведена утепляющим материалам. Современный ассортимент несвязных утеплителей отличается большим разнообразием материалов как натурального (перо-пуховая смесь), так и синтетического (hollowfiber, fibertech и др.) происхождения [1, 2]. Появление новых объемных несвязных материалов для одежды, разнообразных по строению, требует оценки и прогнозирования изменения теплофизических свойств в процессе эксплуатации [3].

Отдельные участки одежды подвергаются многократной деформации сжатия в результате воздействия ветра и движения

человека. Утеплитель сжимается даже под действием сравнительно небольших по величине сил, что приводит к уменьшению его толщины, уплотнению и влечет за собой ухудшение расчетных значений теплозащитных характеристик одежды. В настоящее время остаются нерешенными вопросы, связанные с учетом и прогнозированием этих изменений, а также автоматизацией процесса проектирования теплозащитной одежды для сокращения временных и материальных затрат при обеспечении ее качества [4].

Современные компьютерные технологии позволяют прогнозировать изменение свойств материалов с учетом деформационных характеристик, используя математические модели. Компьютерное моделирование

отличается универсальностью, не требует специального оборудования и является достаточно объективным [5]. Таким образом, разработка математической модели является актуальным направлением автоматизации проектирования теплозащитной одежды.

Цель исследования

Разработать математическую модель для описания процесса сжатия несвязных утеплителей, устанавливающую зависимость между временем нагружения, давлением и изменением плотности, определяющую деформационные характеристики образца материала, с применением компьютерных технологий.

Материалы и методы исследования

Для достижения поставленной цели необходимо провести испытания утепляющих материалов и провести оценку результатов кинетики сжатия. В качестве объектов исследований выбраны объемные несвязные утеплители – гусиный пух категории «Экстра» (96% пух, 4% мелкое перо) и hollowfiber из синтетических волокон. Исследуемые теплоизоляционные материалы рассматриваются как вязкоупругое тело, которое в результате многократного сжатия изменяет свои физико-механические свойства [6]. Изменение объемной плотности утеплителя зависит от его реологических свойств, давления и времени воздействия на утеплитель.

Для проведения испытаний была разработана и изготовлена экспериментальная установка, реализующая метод одноосного сжатия. Получение информации о величине и скорости сжатия утеплителя основано на использовании датчика линейного перемещения. Данные передаются на персональный компьютер и обрабатываются программой [7], которая позволяет рассчитывать реологические характеристики исследуемого материала. В методике проведения исследований были учтены потери на трение исследуемого материала о боковые стороны цилиндра установки. При сжатии утеплителя выполняли расчет его текущей высоты в установке h_i по формуле (1), высотной деформации ε_h по формуле (2) и текущее значение плотности ρ_i , учитывая насыпную высоту h_0 , изменение высоты образца Δh за время t :

$$h_i = h_0 - \Delta h, \quad (1)$$

$$\varepsilon_h = \ln \left(\frac{h_i}{h_0} \right). \quad (2)$$

При этом $\varepsilon_h = \varepsilon_v$, где ε_v – объемная деформация. Диапазон выбранных для исследования давлений от 0,041 до 2,0 кПа, что соответствует давлению человека на мате-

риалы при эксплуатации, а также воздействию ветровой нагрузки. Методика проведения исследования представлена на рис. 1.



Рис. 1. Схема проведения исследования

Результаты исследования и их обсуждение

Согласно результатам исследований полученные зависимости $\varepsilon_v(t, \sigma_{сж})$ и $\rho(t, \sigma_{сж})$ влияния давления $\sigma_{сж}$ и времени сжатия t на величину объемной деформации ε_v и плотности ρ показали, что существуют предельные значения времени $t_{пред}$, плотности $\rho_{пред}$ и объемной деформации $\varepsilon_{v,пред}$. При этом при повышении нагрузки уменьшается предельное значение времени и объемной деформации, а также повышается предельное значение плотности.

Предельные нелинейные зависимости $\varepsilon_{v,пред}(\sigma_{сж})$, $\rho_{пред}(\sigma_{сж})$, $t_{пред}(\sigma_{сж})$ могут быть описаны сигмоидальным уравнением

$$\varepsilon_{v,пред}, \rho_{пред}, t_{пред}(\sigma_{сж}) = a + \frac{b}{1 + \exp\left(\frac{-(\sigma_{сж} - c)}{d}\right)}, \quad (3)$$

где a , b , c , d – коэффициенты уравнений.

Нелинейные зависимости $\varepsilon_v(t)$ при $\sigma_{сж} = \text{const}$ могут быть описаны логистическим уравнением

$$\varepsilon_v = a + \frac{b}{1 + \left(\frac{t}{c}\right)^d}. \quad (4)$$

При этом параметры логистического уравнения a, b, c, d зависят от сжимающего напряжения $\sigma_{сж}$. Используя программу TableCurve, установили связь от $0..t_{\text{пред}}$ влияния времени сжатия на изменение величин, обеспечивающих переход от динамики к статике объемной деформации при фиксированной $\sigma_{сж}$, используя логистическую зависимость, учитывающую предельные значения:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{v \text{ пред}} + \frac{\Delta\varepsilon_v}{1 + \left(\frac{t}{t_n}\right)^d}, \quad (5)$$

где $t = 0..t_{\text{пред}}$ – время действия нагрузки, с,
 $\varepsilon_v = 0.. \varepsilon_{v \text{ пред}}$ – объемная деформация при $t = 0..t_{\text{пред}}$,
 $t_{\text{пред}}$ – предельное значение времени сжатия, характеризующее переход от динамического состояния к статическому, с,
 $\varepsilon_{v \text{ пред}}$ – предельное значение объемной деформации, достигнутое при $t_{\text{пред}}$,
 $\Delta\varepsilon_v$ – разность значений мгновенной и предельной деформации,

t_n – время перехода кривой ε_v от выпуклой к вогнутой его части, с,
 d – определяет степень кривизны, ε_v .

При этом параметры логистического уравнения зависят от сжимающего напряжения $\sigma_{сж}$ и описываются сигмоидальной функцией:

$$\varepsilon_{v \text{ пред}}, \Delta\varepsilon_v, t_n, d(\sigma_{сж}) = f + \frac{g}{1 + \exp\left(\frac{-(\sigma_{сж} - k)}{i}\right)}, \quad (6)$$

где f, g, k, i – коэффициенты уравнений.

Логистическую зависимость (5) записали в виде, учитывающем влияние $\sigma_{сж}$ на коэффициенты уравнения:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{v \text{ пред}}(\sigma_{сж}) + \frac{\Delta\varepsilon_v(\sigma_{сж})}{1 + \left(\frac{t}{t_n(\sigma_{сж})}\right)^{d(\sigma_{сж})}}. \quad (7)$$

Для определения скорости деформации $\dot{\varepsilon}_v$ продифференцировали объемную деформацию (4) по времени t с использованием программы Mathcad 15:

$$\dot{\varepsilon}_v = \frac{d\varepsilon_v}{dt} = \frac{-\Delta\varepsilon_v}{\left(1 + \left(\frac{t}{t_n}\right)^d\right)^2} \cdot \left(\frac{t}{t_n}\right)^d \cdot \frac{d}{t}. \quad (8)$$

Используя полученное уравнение (8), построили зависимости $\dot{\varepsilon}_v(t)$ при фиксированных $\sigma_{сж}$ в среде «Statistica» (рис. 2).

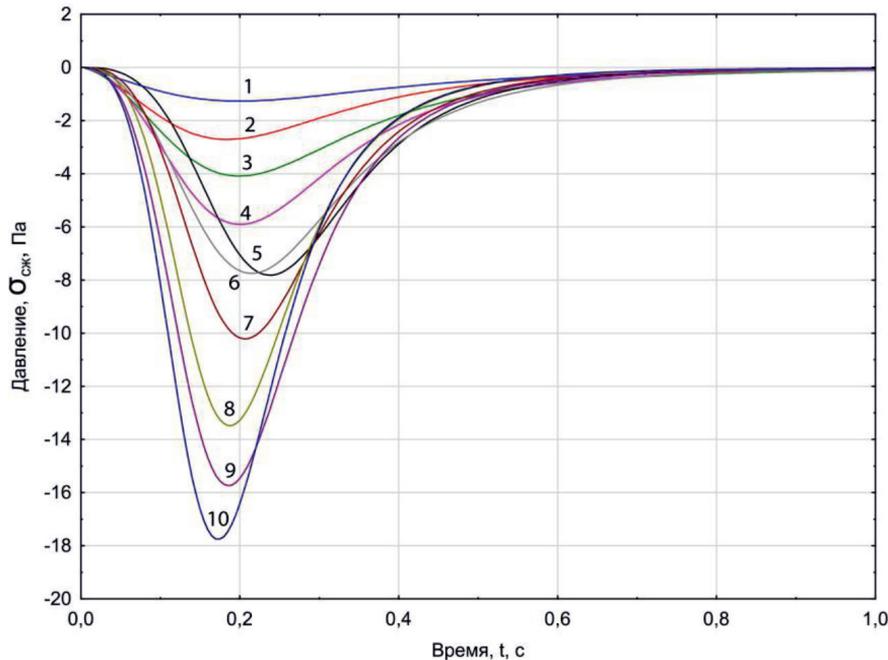


Рис. 2. Зависимость $\dot{\varepsilon}_v$ от t при фиксированных значениях $\sigma_{сж}$, Па.
 1 – 41, 2 – 83, 3 – 124, 4 – 165, 5 – 248, 6 – 330, 7 – 413, 8 – 826, 9 – 1652, 10 – 2064

Параметры уравнения сжатия

Вид утеплителя	Исследуемый диапазон	a_0	a_{01}	a_{02}	a_{11}	a_{12}	a_{22}
Перо-пуховая «Экстра»	$\varepsilon_v = 0..-3,6$	-739,99	-1085,35	-3,51	-385,59	-2,62	-7,37
Hollowfiber	$\varepsilon_v = 0..-1,6$	-471,18	-1231,70	-6,31	-905,55	-73,54	-8,69

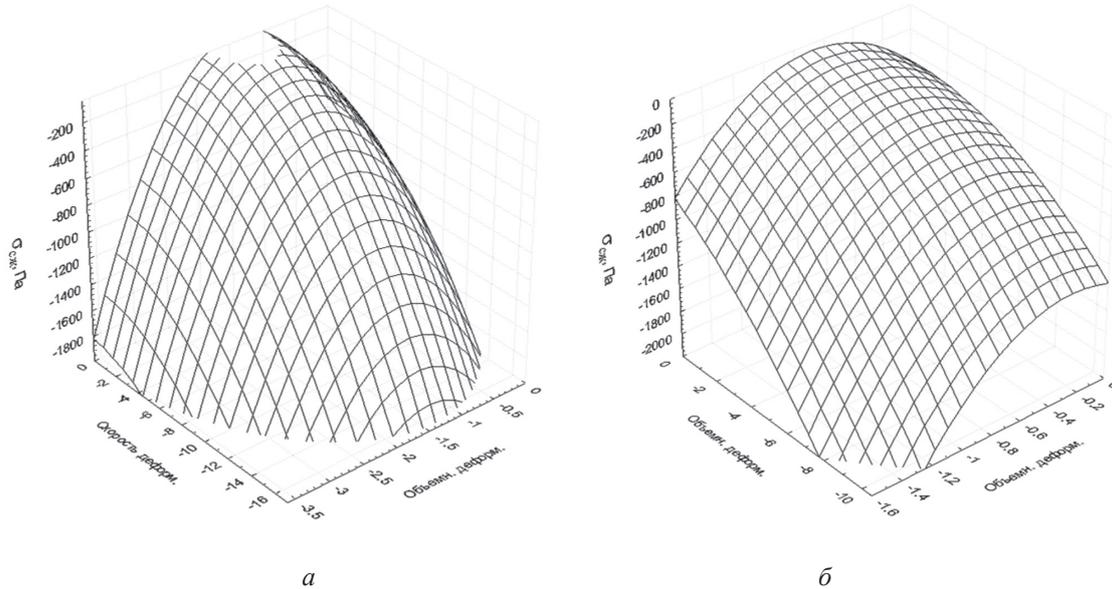


Рис. 3. 3D модель $\sigma_{сж}(\dot{\varepsilon}_v, \varepsilon_v)$: а – перо-пуховая смесь, б – hollowfiber

Зависимости $\dot{\varepsilon}_v(t)$ (рис. 2) носят экстремальный характер. Минимальные значения $\dot{\varepsilon}_v(t)$ наблюдаются при критическом времени $t_{кр} = 0,17-0,22$. Повышение давления приводит к увеличению абсолютного значения скорости деформации. С увеличением времени $t > t_{кр}$ значения функции $|\dot{\varepsilon}_v(t)|$ уменьшаются и стремятся к 0. Построили с помощью программы «Statistica» квадратичную 3D модель $\sigma_{сж}(\dot{\varepsilon}_v, \varepsilon_v)$ при условиях $t < t_{пред}$ и $\varepsilon_v < \varepsilon_{v,пред}$ для натурального и синтетического утеплителя (рис. 3) и определили ее параметры:

$$\sigma_{сж} = a_0 + a_{01} \cdot \varepsilon_v + a_{02} \cdot \dot{\varepsilon}_v + a_{11} \cdot \varepsilon_v^2 + a_{12} \cdot \varepsilon_v \cdot \dot{\varepsilon}_v + a_{22} \cdot \dot{\varepsilon}_v^2, \quad (9)$$

где $a_0, a_{01}, a_{02}, a_{11}, a_{12}, a_{22}$ – параметры уравнения сжатия.

Влияние ε_v на $\sigma_{сж}$ носит экстремальный характер. Максимальные значения $\sigma_{сж}$ наблюдаются для перо-пуховой смеси «Экстра» при $\varepsilon_{v,пред} = -1,4$ (рис. 3, а). Максимальные значения $\sigma_{сж}$ для hollowfiber наблюдаются при $\varepsilon_{v,пред} = -0,7$ для $\sigma_{сж} = -200$ и при $\varepsilon_{v,пред} = -0,2$ для $\sigma_{сж} = -1300$ (рис. 3, б). Параметры уравнения уплотнения при $\varepsilon_v > \varepsilon_{v,пред}$, $\varepsilon_v < \varepsilon_{v,пред}$ и для всего

исследуемого диапазона значений представлены в таблице.

Из представленных графиков видно, что характер зависимости синтетического утеплителя значительно отличается от характера зависимости натурального, которые имеют симметричный вид относительно предельной объемной деформации. Характер зависимости $\sigma_{сж}(\dot{\varepsilon}_v, \varepsilon_v)$ для hollowfiber значительно меняется с увеличением объемной деформации выше критической. Данное явление характерно для исследуемого диапазона значений давления сжатия.

Зависимость влияния времени нагружения и деформации материала утеплителя на напряжение σ могут быть описаны уравнениями изохронных кривых. Для описания зависимости $\sigma_{сж}(\varepsilon_v, t)$ для несвязного объемного утеплителя уравнение изохронных кривых представили в виде

$$\sigma_{сж} = \frac{\varphi(\varepsilon_v)}{\psi(t)}, \quad (10)$$

где $\varphi(\varepsilon_v)$ – кривая мгновенного деформирования,

$\psi(t)$ – зависимость, учитывающая время.

Подставляя данные, рассчитанные по формуле (4) при $t = 0$ в TableCurve, постро-

или кривую мгновенного деформирования (уплотнения) $\varphi(\varepsilon_v)$, используя импульсную зависимость, и определили коэффициенты уравнения:

$$\varphi(\varepsilon_v) = a_1 + b_1 \left(\frac{\varepsilon_v - c_1}{d_1} \right) \left(\left| \frac{\varepsilon_v - c_1}{d_1} \right| \right)^{-e_1}, \quad (11)$$

где a_1, b_1, c_1, d_1, e_1 – коэффициенты уравнения, зависимость, учитывающую время $\psi(t) = 1 + \varepsilon_v(t)$, с учетом (10), записали в виде

$$\varepsilon_v(t) = \psi(t) - 1 = \frac{\varphi(\varepsilon_v)}{\sigma_{сж}} - 1. \quad (12)$$

Отсюда в TableCurve построили кривую мгновенного деформирования и определили зависимость $\varepsilon_v(t)$ и коэффициенты:

$$\varepsilon_v(t) = a_2 + b_2 \left(\frac{t - c_2}{d_2} \right) \left(\left| \frac{t - c_2}{d_2} \right| \right)^{-e_2}, \quad (13)$$

где a_2, b_2, c_2, d_2, e_2 – коэффициенты уравнения. С учетом (11) и (13) уравнение (10) принимает вид

$$\sigma_{сж} = \frac{a_1 + b_1 \left(\frac{\varepsilon_v - c_1}{d_1} \right) \cdot \left(\left| \frac{\varepsilon_v - c_1}{d_1} \right| \right)^{-e_1}}{1 + \left[a_2 + b_2 \left(\frac{t - c_2}{d_2} \right) \cdot \left(\left| \frac{t - c_2}{d_2} \right| \right)^{-e_2} \right]}. \quad (14)$$

Данное уравнение позволяет адекватно описать результаты экспериментальных исследований кинетики сжатия несвязного объемного утеплителя.

Заключительный этап анализа полученной математической модели предусматривает проверку ее адекватности. Уравнение (14) можно считать адекватным с 95% доверительной вероятностью, учитывая, что $F_p < F_{табл}$. Данная модель позволяет достоверно описать результаты экспериментальных исследований кинетики сжатия несвязного объемного утеплителя. Модель легко адаптируется под различные объемные несвязные утеплители за счет применения коэффициентов уравнения и доступности программного обеспечения.

Выводы

Разработана методика и экспериментальная установка для исследования процессов сжатия утеплителя, которая позволяет определить время и скорость деформации при фиксированных значениях нагрузки.

В результате проведенного комплекса исследований установлен характер влияния давления и времени сжатия на величину объемной деформации. Выявлен экстремальный характер зависимости скорости деформации от времени.

Построена квадратичная реологическая 3D модель, описывающая влияние объемной деформации и скорости объемной деформации на давление сжатия.

Разработана математическая модель, которая позволяет определить деформационные характеристики утеплителя и прогнозировать теплозащитные свойства материалов в процессе эксплуатации одежды под действием различных нагрузок.

Список литературы

1. Полимерные материалы в производстве костюма для военнослужащих Арктики (сообщение 3) / Р.Ф. Афанасьева [и др.] // Вестник технологического университета. – 2015. – № 22. – С. 89–93.
2. Исследование релаксационных свойств пуха от температуры / А.Н. Вылкова [и др.] // Инженерный вестник Дона. – 2018. – № 1 [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4673> (дата обращения: 22.02.2018).
3. Sovetnikov D.A., Mishakov V.Y., Kirsanova E.A. The study of deformation characteristics of heaters and packages of clothing for military personnel that apply in the arctic zone of the Russian federation // International scientific journal «Theoretical & Applied Science». – 2017. – vol. 48, Issue 04. – P. 145–150.
4. Тунгусова Н.А. Автоматизация проектирования пуховой одежды с использованием математических моделей теплозащитного пакета: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Омск, 2009. – 18 с.
5. Иващенко И.Н. Регрессионные модели и оптимизация суммарного теплового сопротивления покровных материалов одежды для нефтяников / И.Н. Иващенко, С.П. Шмалько // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 3. URL: <http://science-education.ru/ru/article/view?id=13517> (дата обращения: 18.02.2018).
6. Лопатченко Т.П. Исследование деформационных свойств объемных утепляющих материалов для проектирования одежды и снаряжения специального назначения / Т.П. Лопатченко, А.С. Рукавишников. – Ростов н/Д.: Издательский центр ДГТУ, 2014. – 178 с.
7. Рукавишников А.С., Рукавишников А.А., Лопатченко Т.П. Расчет теплоизоляции комплекта одежды // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2014615366.