УДК 658.7.01

ОПТИМИЗАЦИЯ МНОГОНОМЕНКЛАТУРНОГО ЗАПАСА В СИСТЕМАХ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНОЙ ПРОДУКЦИИ ГРАЖДАНСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Бром А.Е., Сидельников И.Д.

ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)», Москва, e-mail: abrom@yandex.ru

Настоящая статья посвящена исследованию проблемы организации эффективного материально-технического обеспечения (МТО) машиностроительной продукции гражданского назначения. Выделены основные задачи, возникающие перед службой МТО, а также требования, выдвигаемые к ней. Сформулирована задача оптимизации запаса материалов, комплектующих и запасных частей (МКЗ) в системе МТО для техники гражданского назначения, где критерием эффективности является минимизация затрат на МТО при соблюдении требований к уровню технической готовности продукции. Представлена математическая модель, позволяющая рассчитать оптимальный запас МКЗ по каждому виду номенклатуры. Описаны основные преимущества предложенной авторами модели: данная модель открывает возможность применения любой функции, описывающей затраты в системе МТО; при решении задачи можно учитывать структурную избыточность машиностроительной продукции, а также задавать различные условия выхода из строя рассматриваемого объекта техники. Предложен подход к решению модели, позволяющий определять оптимальный объем запаса МКЗ в многономенклатурной постановке. Это становится возможным, благодаря выражению всех элементов, входящих в номенклатуру, через выбранный базовый элемент, оптимальный объем которого можно найти графически. Таким образом, уникальность разработанной модели заключается в возможности учета специфики продукции, что позволяет найти ей широкое применение, а также решение сложных многономенклатурных задач.

Ключевые слова: материально-техническое обеспечение, запас, отказ, гражданская техника, номенклатура, модель

OPTIMIZATION OF MULTINOMENCLATURE STOCK IN THE SYSTEMS OF MATERIAL AND TECHNICAL SUPPORT OF CIVIL ENGINEERING MACHINERY

Brom A.E., Sidelnikov I.D.

Federal State Educational Establishment of Higher Education «Moscow State Technical University named N.E. Bauman (National Research University)», Moscow, e-mail: abrom@yandex.ru

This article is devoted to the study of the problem of organization of effective material and technical support (MTO) of civil engineering machinery. The main tasks that arise before the MTO service, as well as the requirements put forward to it, are singled out. The problem of optimization of the stock of materials, components and spare parts (MKZ) in the system of logistics for civil engineering is formulated, where the criterion of efficiency is minimization of costs for the logistics, while meeting the requirements for the level of technical readiness of the products. A mathematical model is presented that allows us to calculate the optimal reserve for the MKZ for each type of nomenclature. The main advantages of the model proposed by the authors are described: this model opens the possibility of using any function describing the costs in the IT system; when solving the problem, it is possible to take into account the structural redundancy of machine-building products, as well as to set various conditions for the failure of the object under consideration. An approach to the solution of the model is proposed, which allows to determine the optimum volume of the reserve of the MKZ in a multinomenclature formulation. This is possible, thanks to the expression of all the elements entering the nomenclature, through the selected base element, the optimal volume of which can be found graphically. Thus, the uniqueness of the developed model lies in the ability to take into account the specifics of products, which makes it possible to find wide application for it, as well as solving complex multi-nomenclature problems.

Keywords: materially technical support, stock, refusal, civil engineering, nomenclature, model

В течение последних тридцати лет был совершен значительный прорыв в развитии мирового промышленного оборудования, военной техники, а также техники специального назначения. Значительное увеличение электроники, установленной на оборудовании, многократное усложнение конструкторских решений с целью повышения эффективности эксплуатации в значительной степени повысили перспективность обновления парка техники. Однако результаты деятельности эксплуатанта зависят не только от качества парка техники, но и от эффективности организации процессов материально-технического обеспечения (МТО) машиностроительной продукции на стадии эксплуатации.

Из всех задач, возлагаемых на службу МТО, можно выделить одну из ключевых – это определение потребностей во всех видах материалов и запасных частей, необходимых для эксплуатации [1]. При этом служба МТО несет ответственность и должна достигать следующих целей:

● поддержание работоспособного состояния эксплуатируемой сложной машиностроительной продукции имеющимися материалами, комплектующими и запасными частями (МКЗ) для выполнения работ по техническому обслуживанию и ремонту (ТОиР);

● обеспечение эксплуатирующих предприятий запасов МКЗ, позволяющих снизить затраты на послепродажное обслуживание имеющегося парка техники.

Решение данной задачи осуществляется путем математического моделирования, что в результате позволяет получить ответ на главные вопросы:

1. Какую номенклатуру, т.е. перечень предметов МТО, необходимо сгруппировать и закупать для поддержки эксплуатации?

2. Какой оптимальный объем МКЗ по каждому виду номенклатуры для каждого эксплуатируемого изделия необходимо заказать и хранить? (Т.е. какой объем запаса должен присутствовать в системе МТО для обеспечения надежности и эффективности эксплуатации?)

Главное требование к системе МТО – своевременно и в полном объеме удовлетворять потребность организации, эксплуатирующей продукцию, в МКЗ, в целях непрерывного ведения деятельности. Непрерывность эксплуатационного процесса позволяет наращивать объемы производства, если речь идет о машиностроительной продукции гражданского назначения.

Поскольку задачи, решаемые в системе МТО, можно отнести к логистическим вопросам, то при их решении необходимо учитывать логистические факторы, которые формализуют особенности техники и сделают возможным их учет в экономико-математических моделях [2, 3]. Способ учета факторов подробно представлен в статье «Критерий эффективности цепей поставок и построение целевой функции в задачах оптимизации материально-технического снабжения для сложной техники», написанной И.Н. Омельченко, А.Е. Бром, И.Д. Сидельниковым.

Одним из первоначальных вопросов при решении данной задачи является назначение продукции. Именно на основании данного критерия осуществляется постановка задачи и осуществляется моделирование запаса в системе МТО. Машиностроительная продукция может быть гражданского назначения или военного и специального назначения (ТВСН).

Перед службами МТО стоит проблема эффективности цепей поставок для обеспечения предприятия МКЗ. В случае, если снабжение осуществляется для техники гражданского назначения, то критерием эффективности выступают минимальные затраты на организацию МТО, при обеспечении требуемого уровня технической готовности объекта техники [4–6]. Соответственно, постановка задачи будет выглядеть следующим образом: необходимо найти оптимальные значения поставок МКЗ, при которых будут минимизироваться затраты цепей поставок и обеспечиваться требуемый уровень коэффициента технической готовности.

Осуществим формулировку задачи оптимального управления запасами для техники гражданского назначения. Данная задача представляется в многономенклатурной постановке. Рассмотрим задачу поиска оптимального объема по каждому наименованию номенклатуры. Соответственно, необходимо найти объем запаса каждого вида МКЗ на складах предприятия, обеспечивающий минимальные затраты. При этом есть ограничения, связанные с обеспечением вероятности безотказной работы изделия не ниже заданной.

$$Z_0 \to \min,$$

$$P_0 \ge P_{\text{задан}},$$

где $P_{\text{задан}}$ – требуемый уровень надежности системы.

Суммарные затраты на обеспечение запаса зададим в форме $\sum_{i=1}^{N} \overline{Z}_i(n_i)$, где $\overline{Z}_i(n_i)$ – затраты на обеспечение i-го вида запасов МКЗ, причем для каждого отдельного случая функция $\overline{Z}_i(n_i)$ имеет свой вид. В простейшем случае затраты на обеспечение запаса, как правило, прямо пропорциональны количеству резервных элементов.

Если результирующая вероятность безотказной работы системы «изделие – запас» задана величиной P_0, то вероятность отказа Q_0 будет равна [7]:

$$Q_0 = 1 - P_0.$$

При построении модели необходимо сделать следующие допущения:

1) отказы запасных элементов МКЗ в вероятностном смысле независимые друг от друга события;

2) отказ любого типа МКЗ влечет за собой отказ запаса в целом.

Для вероятности отказа $Q_{\text{С}}$ системы с учетом принятых допущений имеем

$$Q_{\text{С}} = \prod_{i=1}^{N} \left(Q_{\text{И}i} \cdot Q_{\text{зап}i}(n_i) \right), \qquad (1)$$

где $Q_{\text{зап}i}(n_i)$ – вероятность отказа по i-ому типу запаса МКЗ. Вероятность отказа $Q_{\text{И}i}$

зависит от условий отказа технического устройства по элементам, которые составляют i-ый тип запаса, но $Q_{Иi}$ не зависит от числа n_i запасных элементов i-го типа. Вероятности отказа $Q_{Иi}$, $i = 1,\ldots,N$, в вероятностном смысле независимы друг от друга, и каждую вероятность отказа $Q_{Иi}$ на практике можно рассчитать, исходя из условий отказа, методами теории вероятностей [8, 9]. В нашем случае будем считать $Q_{Иi}$ известной постоянной величиной для каждого порядкового номера вида МКЗ.

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом неопределенных множителей Лагранжа [10].

Введем функцию Лагранжа, отражающую особенности рассматриваемой системы:

$$F = \sum_{i=1}^{N} \overline{Z}_i\left(n_i\right) + \varphi \cdot [P_C - P_0], \qquad (2)$$

где φ – неопределенный множитель Лагранжа.

Перепишем выражение в правой части в квадратных скобках функции Лагранжа с учетом заданных величин:

$$\left[P_{\text{С}} - P_0\right] = \left[1 - Q_{\text{С}} - 1 + Q_0\right] = \left[Q_0 - \left(\prod_{i=1}^{N}\left(Q_{Иi} \cdot Q_{\text{зап}i}\left(n_i\right)\right)\right)\right].$$

Теперь окончательно функция Лагранжа принимает вид:

$$F = \sum_{i=1}^{N} \overline{Z}_i\left(n_i\right) + \varphi\left[Q_0 - \left(\prod_{i=1}^{N}\left(Q_{Иi} \cdot Q_{\text{зап}i}\left(n_i\right)\right)\right)\right]. \qquad (3)$$

Воспользуемся известным, достаточно эффективным и широко применяемым в экономической теории предположением, что величины n_i достаточно велики, тогда можно считать, что функция F является непрерывной (более строго, дифференцируемой) функцией своих аргументов. Это позволяет продифференцировать соотношение (3) по переменным n_i и φ, а получившийся результат приравнять к нулю – обеспечение необходимого условия экстремума функции Лагранжа.

На основе метода множителей Лагранжа можно получить достаточные условия условного экстремума, требующие анализа (в простейшем случае) вторых производных функции Лагранжа F. Предполагаем, что достаточные условия экстремума выполнимы.

С учетом выражения для функции Лагранжа после дифференцирования эта система уравнений принимает вид

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sum_{i=1}^{N} \overline{Z}_i\left(n_i\right)}{\partial n_i} - \varphi \dfrac{\partial \prod_{k=1}^{N}\left(Q_{Иk} \cdot Q_{\text{зап}k}\left(n_k\right)\right)}{\partial n_i} = 0, \\ \prod_{i=1}^{N}(Q_{Иi} \cdot Q_{\text{зап}i}\left(n_i\right)) = Q_0. \end{cases} \qquad (4)$$

Взятие производной в первом члене первого уравнения системы (4) трудностей не вызывает для соответствующего вида заданной функции затрат $\sum_{i=1}^{N} \overline{Z}_i\left(n_i\right)$, а вот вычисление частных производных по каждому аргументу от произведения N независимых функций, если каждая из них является только функцией «своего» аргумента.

Представим произведение N независимых функций, каждая из которых является только функцией «своего» аргумента:

$$\frac{\partial Q}{\partial n_i} = Q\left(n_1, n_2, \ldots, N\right) \cdot \frac{1}{Q_{Иi} * Q_{\text{зап}i}\left(n_i\right)} \cdot \frac{d\left(Q_{Иi} * Q_{\text{зап}i}\left(n_i\right)\right)}{dn_i}.$$

Тогда для второго члена первого уравнения системы (4) получим

$$\frac{\partial}{\partial n_i}\left[\prod_{k=1}^{N}\left(Q_{Иk} \cdot Q_{\text{зап}k}\left(n_k\right)\right)\right] = \left[\prod_{k=1}^{N}(Q_{Иk} \cdot Q_{\text{зап}k}\left(n_k\right))\right] \cdot \frac{1}{Q_{\text{зап}i}\left(n_i\right)} \cdot \frac{d\left(Q_{\text{зап}i}\left(n_i\right)\right)}{dn_i}.$$

После нахождения производных первое уравнение системы (4) принимает вид

$$\frac{d\overline{Z}_i\left(n_i\right)}{dn_i} - \varphi \cdot \left[\prod_{k=1}^{N}\left(Q_{Иk} \cdot Q_{\text{зап}k}\left(n_k\right)\right)\right] \cdot \frac{1}{Q_{\text{зап}i}\left(n_i\right)} \cdot \frac{d\left(Q_{\text{зап}i}\left(n_i\right)\right)}{dn_i}, \qquad (5)$$

а второе уравнение системы (уравнение связи) запишем в форме

$$Q_{\text{С}} = \prod_{i=1}^{N}\left(Q_{Иi} \cdot Q_{\text{зап}i}\left(n_i\right)\right) = Q_0.$$

Из соотношения (5) получим выражение для множителя Лагранжа φ:

$$\varphi = \frac{d\bar{Z}_i\left(n_i\right)}{dn_i} \cdot \frac{1}{\dfrac{1}{Q_{\text{зап}i}\left(n_i\right)} \cdot \dfrac{d\left(Q_{\text{зап}i}\left(n_i\right)\right)}{dn_i}} \cdot \left[\prod_{k=1}^{N}\left(Q_{\text{И}k} \cdot Q_{\text{зап}k}\left(n_k\right)\right)\right]^{-1}, \quad (6)$$

откуда следует, что выражение (6) для определения φ справедливо для всех значений i (по условиям метода неопределенных множителей Лагранжа) $\left(\forall i \in \left[1,\ldots,N\right]\right)$.

Заметим, что последний сомножитель в правой части соотношения (6) не зависит от индекса i, это интегрированная величина, одна и та же для всех конкретных i в уравнениях Лагранжа, тогда введем новое определение неопределенного множителя Лагранжа:

$$\varphi^* = \varphi\prod_{k=1}^{N}\left(Q_{\text{И}k} \cdot Q_{\text{зап}k}\left(n_k\right)\right) = \frac{\dfrac{d\bar{Z}_i\left(n_i\right)}{dn_i}}{\dfrac{1}{Q_{\text{зап}i}\left(n_i\right)} \cdot \dfrac{dQ_{\text{зап}i}\left(n_i\right)}{dn_i}}, \quad (7)$$

φ* – аналогично φ рассчитывается одинаково для всех i, т.е. не меняется при переходе от соотношения с одним индексом к соотношению с другим индексом.

Из соотношения (7) следует

$$\frac{\dfrac{d\left(Q_{\text{зап}i}\left(n_i\right)\right)}{dn_i}}{\left(Q_{\text{зап}i}\left(n_i\right)\right) \cdot \dfrac{d\bar{Z}_i\left(n_i\right)}{dn_i}} = \frac{\dfrac{d\left(Q_{\text{зап}k}\left(n_k\right)\right)}{d\bar{n}_k}}{\left(Q_{\text{зап}k}\left(n_k\right)\right) \cdot \dfrac{d\bar{Z}_k\left(n_k\right)}{dn_k}}. \quad (8)$$

Выберем произвольную величину $\bar{n}_k$ и заметим, что индекс k выбран хоть и произвольно, но фиксировано из совокупности переменных (n_1, n_2,…, N). Положим $k = 1$ и тогда выбранным базовым типом МКЗ будет первый тип с числом запасных элементов n_1. Соотношение (8) связывает между собой значение n_1 с выбранным значением $\bar{n}_k$. Особенность разработанного подхода состоит в том, что правая часть выражения (8) является известной функцией переменной $\bar{n}_k$, а левая – переменной n_i ($i = 2, …, N$), откуда следует реальная возможность связать число элементов каждого типа с числом элементов выбранного конкретного типа, у нас – с числом элементов первого типа.

Соотношение (8) можно записать в виде

$$f_i\left(n_i\right) = \bar{f}_k\left(\bar{n}_k\right), i = 2,\ldots,N,$$

но так как $\bar{f}_k\left(\bar{n}_k\right)$ известная функция, то можно решить это уравнение относительно n_i как функции числа элементов n_1 первого типа:

$$n_i = \tilde{f}_i\left(\bar{f}_k\left(\bar{n}_k\right)\right) \triangleq ø_i\left(\bar{n}_k\right), \quad (9)$$

где $\tilde{f}_i$ – функция, обратная к $f_i(n_i)$.

Вопросы о существовании, непрерывности обратной функции в данной статье не обсуждаются – подразумевается, что они решаются при практических расчетах.

Аналитическое решение уравнений (9) возможно в исключительных случаях, как правило, малопригодных для практического использования. Современное состояние вычислительной математики и вычислительной техники обеспечивает эффективное решение уравнений (9).

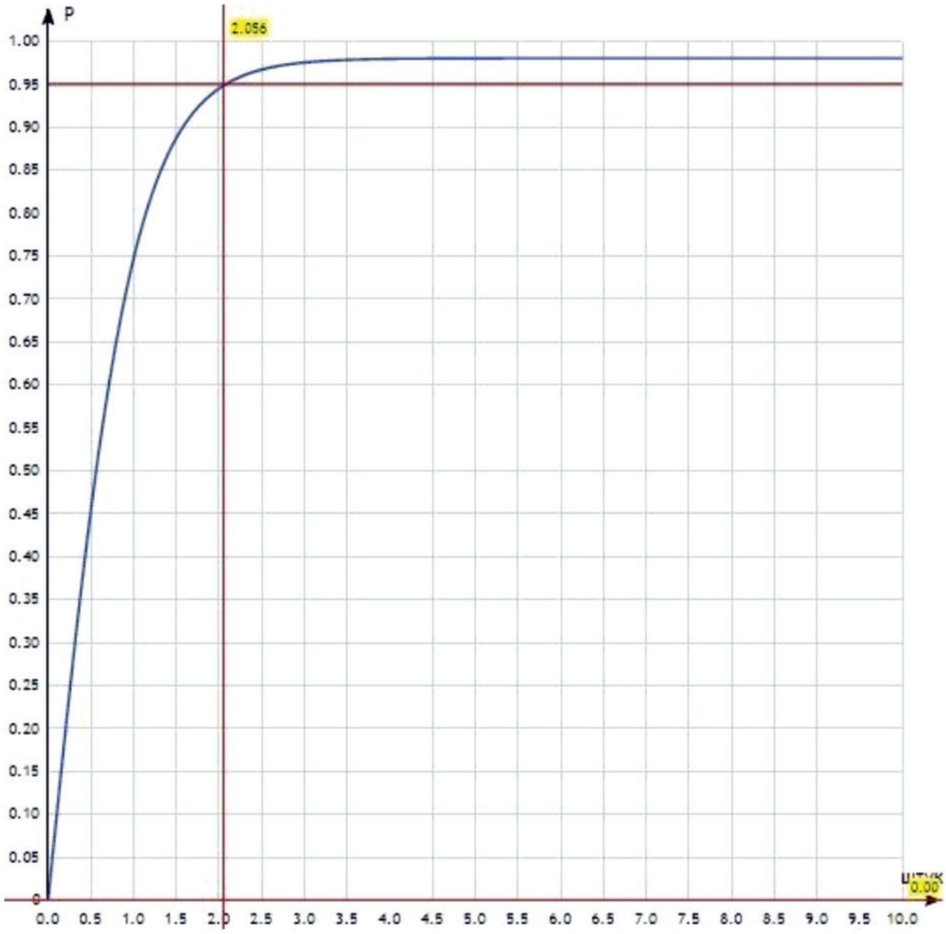
Обычно при практических расчетах значения членов последовательности n_i ($i = 2, …, N$) получаются дробными. В этом случае следует округлить найденные значения до ближайшего целого числа.

Далее по уравнению связи (второе уравнение системы (4)) с учётом очевидного соотношения между результирующей вероятностью P_C безотказной работы системы и вероятностью Q_C отказа системы: $P_C = 1 - Q_C$, можно найти число элементов первого типа n_1.

Для этого по соотношению (2.1) построим зависимость для вероятности отказа Q_C системы:

$$Q_{\text{C}} = \left(Q_{\text{И}1} \cdot Q_{\text{зап}1}\left(n_1\right)\right)\prod_{i=2}^{N}\left(Q_{\text{И}i} \cdot Q_{\text{зап}i}\left(\psi_i\left(\bar{n}_k\right)\right)\right).$$

При этом предполагается, что значения вероятности отказа изделия $Q_{\text{И}i}$ по всем i-ым типам элементов заранее рассчитаны на основе статистических данных, собранных в предыдущие периоды и, очевидно, не зависящих от количества запасных элементов МКЗ.



Графический способ нахождения решения

Полученное уравнение алгебраическое, может оказаться трансцендентным (решение может быть не единственным), но современная вычислительная математика и вычислительная техника предлагают много методов для решения подобных уравнений: метод последовательного приближения, метод касательных, метод секущих, графический метод и другие. Их возможности, достоинства и недостатки хорошо известны.

Полученная зависимость Q_C зависит только от одного-единственного числа n_1 элементов выбранного типа, остальные величины – известные параметры задачи.

Проиллюстрируем, например, графический способ нахождения числа, запас элементов выбранного типа n_1, он является очень наглядным (см. рисунок). При заданных зависимостях $Q_{Иi}$ и $Q_{запi}(n_i)$ можно построить график зависимости $P_C = 1 - Q_C$, где аргумент при использовании непрерывного подхода будет откладываться на числовой оси от 1 в положительном направлении.

На этом же графике проводится линия требуемой вероятности P_0 работоспособности системы в целом. Пересечение этих линий определяет величину n_1 числа запасных элементов выбранного типа. После этого рассчитываются величины чисел элементов всех остальных типов по соотношению (9) с округлением до ближайшего целого числа (переход к дискретным величинам), а также сумма затрат $\sum_{i=1}^{N} Z_i(n_i)$.

Если аналитическое решение уравнений (9) получить не удаётся, приходится задавать интуитивно разумную последовательность возможных значений числа запаса элементов (например, на основании статистических данных о распределении отказов рассматриваемого типа элементов) конкретного типа, выбранного «базовым» $\overline{n}_k$ и для каждого значения $\overline{n}_k$ вычислять совокупность значений $\overline{n}_i$ для запаса всех остальных типов МКЗ. В этом случае оказывается возможным вычислить результирующую вероятность отказа системы «изделие + запас МКЗ» для каждого элемента выбранной последовательности $\overline{n}_k$ и сравнить получаемый результат с заданным условием работоспособности рассматриваемой системы.

Таким образом, используя предложенный подход, будет найден оптимальный объем запаса по каждому из видов МКЗ. Стоит отметить основные достоинства предложенной модели: во-первых, данная модель открывает возможность применения любой функции, описывающей затраты в системе МТО, это подтверждает ее высокую универсальность; во-вторых, при решении задачи можно учитывать структурную избыточность машиностроительной продукции, а также задавать различные условия выхода из строя рассматриваемой системы.

Все вышеизложенное позволяет сделать вывод, что предложенная модель может быть внедрена при организации МТО для машиностроительной продукции гражданского назначения, обеспечивая экономическую эффективность процессов ремонтного обслуживания и материального снабжения, при соблюдении требований к надежности техники.

Список литературы

1. Об организации материально-технического обеспечения системы Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий: приказ МЧС России от 18 сентября 2012 г. № 555 [Электронный ресурс]. – URL: http://base.garant.ru/70242352 (дата обращения: 04.03.2018).

2. Омельченко И.Н. Критерий эффективности цепей поставок и построение целевой функции в задачах оптимизации материально-технического снабжения для сложной техники / И.Н. Омельченко, А.Е. Бром, И.Д. Сидельников // Организатор производства. – 2017. – № 4. – С. 83–91.

3. Сидельников И.Д. Особенности конструкции и обслуживания техники как ключевые факторы логистики при создании цепей поставок в машиностроении / И.Д. Сидельников, А.С. Барабушка, А.Е. Бром // Логистика и управление цепями поставок. – 2017. – № 4 (81). – С. 56–61.

4. Бочкарев П.А. Управление надежностью цепей поставок в логистике снабжения: автореф. дис. … канд. эконом. наук: 08.00.05. – Санкт-Петербург, 2015. – 17 с.

5. Woarawichai Chirawat, Kullpattaranirun Tarathorn, Rungreunganun Vichai. Inventory Lot Sizing Problem with Supplier Selection under Storage Space and Budget Constraints // IJCSI International Journal of Computer Science Issues. – 2011. – Vol. 8, Issue 2. – P. 250–255.

6. Омельченко И.Н. Логистическое проектирование цепи поставок с учетом оценки эксплуатации / И.Н. Омельченко, Д.О. Кузнецова // Гуманитарный вестник. – 2013. – № 10. – С. 15–24.

7. Острейковский В.А. Теория надежности: учебник для вузов – 2 изд. / В.А. Острейковский. – М.: Высш. шк., 2008. – 463 с.

8. Венцтель Е.С. Теория вероятностей. Задачи и упражнения // Е.С. Венцтель, Л.А. Овчаров. – М.: Наука, 1969. – 368 с.

9. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика (4-е изд.) / В.Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 1972. – 367 с.

10. Ларин Р.М. Методы оптимизации. Примеры и задачи: учебн. пособие / Р.М. Ларин, А.В. Плясунов, А.В. Пяткин. – Новосибирск: Новосиб. ун-т., 2003. – 115 с.