

УДК 62-251:629.7.017

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРЕЦИЗИОННОЙ БАЛАНСИРОВКИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ИНЕРЦИОННЫХ ТЕЛ

^{1,2}Юльметова О.С., ¹Щербак А.Г., ¹Туманова М.А., ³Щербак С.А.¹АО «Концерн «ЦНИИ «Электронприбор», Санкт-Петербург, e-mail: olga@yulmetova.ru;²НИУ ИТМО, Санкт-Петербург, e-mail: olga@yulmetova.ru;³Академический университет, Санкт-Петербург, e-mail: sergeygtm@ya.ru

В работе представлена математическая модель, описывающая процесс прецизионной балансировки с устранением статической неуравновешенности на уровне сотых долей микрометра цилиндрических деталей на стадии формирования на их поверхности тонкопленочного покрытия заданной конфигурации. Определена корреляция характеристик формируемого покрытия и условий процесса его нанесения. Рассмотрены способы управления конфигурацией покрытия, связанные с его переменной толщиной и заданной ориентацией относительно вектора дисбаланса детали. В частности, проанализирована методика формирования покрытия переменной толщины на цилиндрической детали за счёт её вращения с переменной угловой скоростью относительно источника напыляемого материала. Приведены характерные зависимости угловой скорости вращения от времени, обеспечивающие заданный профиль тонкопленочного покрытия, необходимый для устранения дисбаланса. Предложена схема практической реализации процесса балансировки.

Ключевые слова: цилиндрическое инерционное тело, роторный элемент, статическая неуравновешенность, дисбаланс, тонкопленочное покрытие, вакуумное напыление, математическая модель

MODELING OF PRECISION BALANCING PROCESS FOR CYLINDRICAL INERTIAL BODIES

^{1,2}Yulmetova O.S., ¹Scherbak A.G., ¹Tumanova M.A., ³Scherbak S.A.¹Concern CSRI Elektropribor, JSC, St. Petersburg, e-mail: olga@yulmetova.ru;²ITMO University, St. Petersburg, e-mail: olga@yulmetova.ru;³Academic University, St. Petersburg, e-mail: sergeygtm@ya.ru

A mathematical model describing the process of precision balancing of cylindrical parts is presented. The static imbalance is eliminated by formation of a thin-film coating of specified configuration on the sample surface. We reveal the correlation between the characteristics of the coating and conditions of its formation. Methods of controlling the configuration of the coating of variable thickness with a given orientation relatively to the imbalance vector of the part are considered. Particularly, we analyze the method of rotation a cylindrical detail with variable angular velocity which results in formation of a thin coating of variable thickness on its surface. Dependences of angular velocity on time, which provide required cross section of the coating and, therefore, required balancing, are presented. Also, we propose a scheme of the practical implementation of the balancing process.

Keywords: cylindrical inertial body, rotor element, static imbalance, imbalance, thin film coating, vacuum deposition, mathematical model

Балансировка роторных элементов в виде цилиндрических инерционных тел, или вращающихся масс, приобрела особое значение в современных условиях [1]. Так, в турбинах, прецизионных центрифугах и гироскопах частота вращения достигает десятков тысяч оборотов в минуту. При таких скоростях даже от небольшого смещения центра масс с геометрической оси вращения возникают значительные силы инерции, вызывающие появление больших динамических давлений в опорах, следствием чего является ряд нежелательных вибрационных явлений в изделии [2]. Особый интерес в этом плане представляют гироскопы с цилиндрическим поплавковым подвесом [3], которые находят широкое применение в современных системах навигации [4, 5]. Важнейшей задачей динамики прецизионных поплавковых гироскопов и электромеханических приборов, сходных с ними, является задача анализа их вибрационных погрешностей [6]. В теории

уравновешивания ротором называют любое вращающееся материальное тело независимо от его технического назначения. Совершенствование изделий машиностроения и приборостроения, в которых используются цилиндрические роторы, непосредственно связано с повышением точности роторов. При этом требования по величине дисбаланса роторов могут быть на уровне десятых и сотых долей микрометра. Традиционные методы балансировки цилиндров с размещением на их поверхности уравновешивающих грузов такую точность не обеспечивают. Это определяет актуальность исследований по созданию технологических методов прецизионной балансировки роторных элементов различного функционального назначения.

Направления исследовательских работ

С повышением точности изготовления изделий и их составных частей, а также появлением новых конструктивных матери-

алов перспективным направлением задачи балансировки быстровращающихся тел является использование ионно-плазменных и лучевых технологий (ИПЛТ), рабочим инструментарием которых выступают потоки наночастиц [7]. Примерами ИПЛТ являются технологии вакуумного напыления, лазерной обработки, ионного травления и т.д. Такой инструментарий позволяет осуществлять прецизионную обработку деталей, включая, например, корректировку дисбаланса [8], с точностью до десятков нанометров посредством лазерного локального испарения точечной массы с «тяжелого места» роторного элемента.

Наиболее перспективным методом корректировки дисбаланса с высокой точностью является технология напыления тонкопленочного покрытия таким образом, чтобы конфигурация наносимого покрытия обеспечивала требуемый характер распределения массы покрытия по поверхности детали. Эта корректировка осуществляется на стадии напыления защитного тонкопленочного покрытия, что предусмотрено в цикле изготовления быстровращающихся узлов. В большинстве случаев роторные элементы имеют на поверхности износостойкие покрытия, например, нитрида титана, нанесенные одним из методов вакуумного напыления [7, 8].

Однако практическая реализация технологических решений требует разработки математических моделей, связывающих величину корректируемого дисбаланса с параметрами, обеспечиваемыми режимами технологического процесса.

Цель работы заключалась в выявлении методов и средств, обеспечивающих расширение технологических возможностей процесса прецизионной балансировки с устранением статической неуравновешенности цилиндрических роторов.

Математическая модель процесса формирования покрытия заданной конфигурации

Как указывалось, перспективным методом корректировки дисбаланса с высокой точностью является формирование на детали тонкопленочного покрытия таким образом, чтобы конфигурация покрытия обеспечивала требуемый характер распределения массы покрытия по поверхности этой детали. Получение покрытия переменной толщины можно обеспечить, регулируя скорость вращения цилиндрической детали относительно потока напыляемого материала. Рассмотрим схему корректировки дисбаланса цилиндра 1 (рис. 1) на стадии напыления износостойкого покрытия 2 путем вращения

его вокруг динамической оси с переменной скоростью, обеспечивающей смещение центра окружности O_2 сформированного покрытия 2 плотностью $\rho_{\text{покр}}$ в диаметральной сечении цилиндра 1, выполненного из материала плотностью $\rho_{\text{дет}} < \rho_{\text{дет}^0}$ относительно его оси симметрии на величину Δ . Очевидно, что при этом устраняется статическая неуравновешенность, когда ось симметрии цилиндра параллельна его оси инерции.

Итоговый дисбаланс ϵ_1 (рис. 1), в системе координат с началом в точке O_2 (центр цилиндра радиусом R_2) и осью x , направленной вдоль вектора исходного дисбаланса $\bar{\epsilon}_0$, будет равен

$$\epsilon_1 = x_{\text{ц.м.}} = \frac{1}{M_{\Sigma}} \int_{V_{\Sigma}} x \rho dv = \frac{1}{M_{\Sigma}} \left(\int_{V_{\text{цил}}} x \rho_{\text{дет}} dv + \int_{V_{\text{покр}}} x \rho_{\text{покр}} dv \right), \quad (1)$$

где M_{Σ} – масса цилиндра 1 с покрытием 2.

По определению, исходный дисбаланс определяется выражением

$$\epsilon_0 + \Delta = \frac{1}{M_0} \int_{V_{\text{цил}}} x \rho_{\text{дет}} dv, \quad (2)$$

где $M_0 = \rho_{\text{дет}} V_{\text{цил}}$ – масса цилиндра 1, а слагаемое Δ появляется из-за того, что интеграл в правой части выражения (2) берётся в системе координат с началом в точке O_2 (Δ – расстояние между центрами O_1 и O_2).

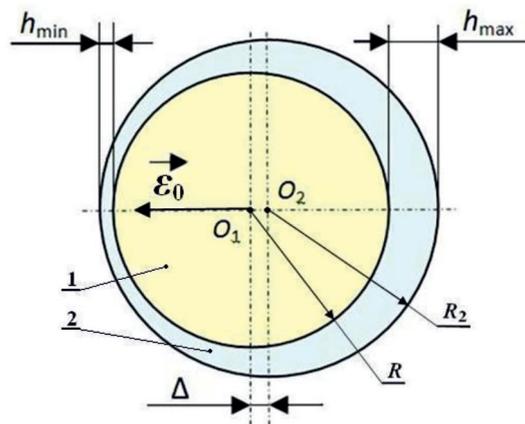


Рис. 1. Поперечное сечение цилиндра с покрытием. 1 – цилиндр, 2 – покрытие

Рассмотрим выражение

$$\int_{V_{\text{покр}}} x dv = \int_{V_{\Sigma}} x dv - \int_{V_{\text{цил}}} x dv = -\Delta \cdot V_{\text{цил}}, \quad (3)$$

где из соображений симметрии учтено, что $\int_{V_{\Sigma}} x dv = 0$, т.к. начало системы координат

нат находится в геометрическом центре O_2 , а $\int_{V_{\text{цил}}} x dv = \Delta \cdot V_{\text{цил}}$.

Подставляя выражения (2) и (3) в выражение (1), получаем

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{M_{\Sigma}} (M_0(\varepsilon_0 + \Delta) - \rho_{\text{покр}} \Delta \cdot V_{\text{цил}}) = \frac{M_0}{M_{\Sigma}} \left(\varepsilon_0 + \Delta - \frac{\rho_{\text{покр}}}{\rho_{\text{дет}}} \Delta \right) \approx \varepsilon_0 + \Delta - \frac{\rho_{\text{покр}}}{\rho_{\text{дет}}} \Delta, \quad (4)$$

где последнее приближённое равенство написано в предположении малой доли наносимого материала относительно массы детали, когда отношение $\frac{M_0}{M_{\Sigma}}$ практически не отличается от 1. Для минимизации полученного дисбаланса необходимо полученное выше выражение (4) для ε_1 приравнять к 0, т.е. $\varepsilon_0 + \Delta - \frac{\rho_{\text{покр}}}{\rho_{\text{дет}}} \Delta = 0$, что приводит к простому выражению для Δ :

$$\Delta = \varepsilon_0 \left(\frac{\rho_{\text{покр}}}{\rho_{\text{дет}}} - 1 \right)^{-1}. \quad (5)$$

В качестве исходного принципа построения модели использовалась зависимость [9, 10] для скорости напыления на подложку, имеющую форму тела вращения, например цилиндра:

$$v = \frac{A \cos^2(\Omega)}{L_0^2}, \quad (6)$$

где L_0 – расстояние от источника до рассматриваемой точки поверхности цилиндра, Ω – угол между направлением потока напыляемого материала и нормалью к поверхности цилиндра в данной точке, A – размерная константа, определяемая параметрами процесса напыления.

Определим углы: Ω_0 – начальный угол рассматриваемой точки поверхности цилиндра, Ω – текущий угол этой точки в процессе поворота (оба угла отсчитываются в одну сторону от точки на поверхности цилиндра, максимально приближенной к источнику напыляемого материала). При таких обозначениях угол Ω_0 принимает значения от 0 до 2π (все точки поверхности цилиндра), а угол Ω – от Ω_0 до $\Omega_0 + 2\pi$ (поворот на 2π относительно начального угла). Для каждой заданной точки цилиндра, определяемой начальным углом Ω с учетом выражения (6), можно получить выражение для толщины $h(\Omega_0)$ сформированного за один оборот слоя:

$$h(\Omega_0) = \int_0^{T_0} v dt = A \int_0^{T_0} \frac{I(\Omega) \cos^2(\Omega(t))}{(L - R \cos(\Omega(t)))^2} dt, \quad (7)$$

где L – расстояние от источника до центра цилиндра, $L - R \cos(\Omega(t))$ – расстояние от источника до рассматриваемой точки поверхности цилиндра, $I(\Omega)$ – функция-индикатор, учитывающая, что напыления на сторону цилиндра, противоположную источнику, нет:

$$I(\Omega) = \begin{cases} 1; & 0 \leq \Omega \leq \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \leq \Omega \leq \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2} \leq \Omega \leq 4\pi \\ 0; & \frac{\pi}{2} \leq \Omega \leq \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \leq \Omega \leq \frac{7\pi}{2} \end{cases}, \quad (8)$$

T_0 – период вращения (полный оборот на 360°), R – радиус цилиндра.

Для произвольно заданной переменной скорости вращения $\omega(t)$ угол поворота определяется выражением $\Omega(t) = \int_0^t \omega(\tau) d\tau + \Omega_0$, τ – где переменная интегрирования. Учитывая, что $dt = \frac{d\Omega}{\omega}$ и переходя в выражении (7) от временной переменной t к угловой переменной Ω , получаем

$$h(\Omega_0) = A \int_0^{2\pi} \frac{I(\Omega + \Omega_0) \cos^2(\Omega + \Omega_0)}{\omega(\Omega) (L - R \cos(\Omega + \Omega_0))^2} d\Omega. \quad (9)$$

Введём обозначения $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$, $\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}$ и $h_0 = \frac{AT_0}{2\pi R^2}$, где $\bar{\omega}$ – нормированная скорость вращения, ω_0 – скорость равномерного вращения с периодом T_0 и h_0 – константа, имеющая размерность толщины. Используя введённые обозначения, можно переписать выражение (9):

$$h(\Omega_0) = h_0 \int_0^{2\pi} \frac{I(\Omega + \Omega_0) \cos^2(\Omega + \Omega_0)}{\bar{\omega}(\Omega) \left(\frac{L}{R} - \cos(\Omega + \Omega_0) \right)^2} d\Omega. \quad (10)$$

По известным экспериментальным данным, например принимая, что при данном расстоянии $L = 80$ мм и периоде вращения $T_0 = 3$ с, на цилиндрической детали радиуса $R = 5$ мм за 30 минут формируется слой толщиной около 1 мкм, можно определить значение $h_0 \approx 0,245$ мкм.

Рассмотрим обратную задачу: по требуемой известной форме покрытия, определяемой выражением $h(\Omega_0)$, установим необходимую для этого скорость вращения $\bar{\omega}(\Omega)$ как функцию от угла. Рассматривая сечение цилиндра диаметральной плоскостью, перпендикулярной оси вращения (рис. 1), можно считать, что необходимая форма покрытия – это окружность с центром O_2 , смещённым на величину Δ относительно центра цилиндрической основы

O_1 , и минимальной/максимальной толщиной напыления h_{\min}/h_{\max} (рис. 1). Уравнение такой окружности в полярных координатах с центром в точке O_1 выглядит следующим образом:

$$(R + h)^2 + 2(R + h)\Delta \cos(\Omega_0) + \Delta^2 = R^2. \quad (11)$$

После алгебраических преобразований выражения (11), пренебрегая всеми квадратичными малыми слагаемыми (h^2 , Δ^2 и $h\Delta$), для $h(\Omega_0)$ получаем

$$h(\Omega_0) = h_{\max} - \Delta(1 + \cos(\Omega_0)). \quad (12)$$

В таком виде уравнение (10) – это интегральное уравнение Фредгольма первого рода. Аналитические решения подобных задач крайне сложны и громоздки, если вообще возможны [11]. Поэтому задачу целесообразно решать численно. Угловые переменные Ω и Ω_0 определены на интервале $[0; 2\pi)$, разобьём этот интервал на N равных элементов и перейдём к дискретным переменным $\Omega^{(i)}$ и $\Omega_0^{(j)}$, которые определены в узлах получившейся сетки. В этом случае интегрирование в выражении (10) заменяется суммированием и получаем

$$h(\Omega_0^{(j)}) = h_0 \sum_{i=1}^N \frac{I(\Omega^{(i)} + \Omega_0^{(j)}) \cos^2(\Omega^{(i)} + \Omega_0^{(j)})}{\bar{\omega}(\Omega^{(i)}) \left(\frac{L}{R} - \cos(\Omega^{(i)} + \Omega_0^{(j)}) \right)^2} \Delta\Omega^{(i)}. \quad (13)$$

В случае равномерной сетки можно записать:

$$\Delta\Omega^{(i)} = \Omega^{(i+1)} - \Omega^{(i)} = \Delta\Omega = \text{const}.$$

Вводя обозначения

$$h(\Omega_0^{(j)}) = h_j, \quad \bar{\omega}(\Omega^{(i)}) = \bar{\omega}_i$$

и

$$\frac{I(\Omega^{(i)} + \Omega_0^{(j)}) \cos^2(\Omega^{(i)} + \Omega_0^{(j)})}{\left(\frac{L}{R} - \cos(\Omega^{(i)} + \Omega_0^{(j)}) \right)^2} \Delta\Omega^{(i)} = M_{ji},$$

где $h(\Omega_0^{(j)})$ и $I(\Omega^{(i)} + \Omega_0^{(j)})$ определяются выражениями (8) и (12), соответственно, можно свести задачу к системе линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{i=1}^N M_{ji} \frac{1}{\bar{\omega}_i} = \frac{h_j}{h_0}, \quad j = 1 \dots N, \quad (14)$$

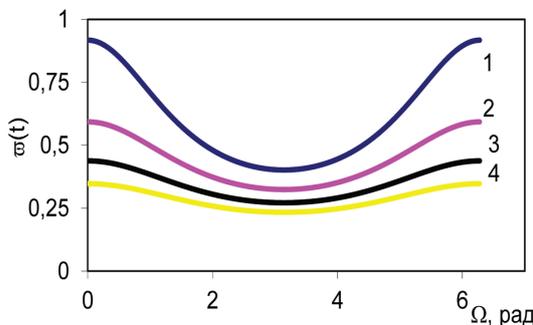


Рис. 2. Зависимости нормированной скорости вращения ω от угла поворота Ω

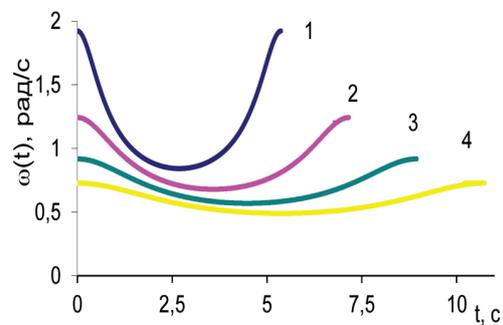


Рис. 3. Зависимости скорости вращения ω от времени t в пределах одного оборота

для $\Delta = 1 \cdot 10^{-3}$ мкм, где $1 - h_{\max} = 4 \cdot 10^{-3}$ мкм; $2 - h_{\max} = 5 \cdot 10^{-3}$ мкм; $3 - h_{\max} = 6 \cdot 10^{-3}$ мкм; $4 - h_{\max} = 7 \cdot 10^{-3}$ мкм

Решая систему уравнений (14) относительно неизвестных переменных $\frac{1}{\bar{\omega}_i}$,

можно определить угловую скорость вращения в угловом интервале от 0 до 2π . Для случая, когда $\Delta = 0$ и $h_{\min} = h_{\max} = 1,67 \cdot 10^{-3}$ мкм (вариант, для которого была рассчитана константа h_0), получается равномерная скорость вращения $\bar{\omega}$, близкая к 1, т.е. ненормированная скорость ω близка к скорости ω_0 , на которой и были получены данные значения толщины. Результаты моделирования показали, что погрешность, связанная с приближённым характером решения (отличие значения функции от единицы) не превышает 1 %.

На рис. 2 представлены графические зависимости изменения скорости вращения от угла поворота для различных значений h_{\max} при смещении $\Delta = 1 \cdot 10^{-3}$ мкм. Рис. 2 наглядно демонстрирует, что с увеличением значения h_{\max} для одинаковых величин Δ за один оборот уменьшается разница между максимальной и минимальной скоростями вращения в пределах одного оборота. При этом на рис. 2 по оси ординат отложена безразмерная нормированная угловая скорость $\bar{\omega}$, которая определяется как $\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}$, где $\omega_0 = \frac{2\pi}{3 \text{ сек}}$.

Из рис. 2 можно определить закономерности изменения скорости вращения цилиндра от его угла поворота для различных значений Δ и h_{\max} . Так, например, наблюдается характерное явно выраженное увеличение «крутизны» кривой меньшей разницы h_{\max} и h_{\min} , где $h_{\min} = h_{\max} - 2\Delta$. Объясняется это тем, что участок, на который требуется напылить слой меньшей толщины h_{\min} , проворачивается с большей скоростью. Тогда как противоположная сторона, где нужно напылить покрытие h_{\max} , должна более длительный период времени быть обращена к потоку напыляемого материала, чтобы сформировался слой большей толщины.

Однако для практической реализации схемы управления приводом вращения цилиндра более востребованным является представление зависимости скорости вращения от времени. Для перехода к временным зависимостям можно использовать выражение $\omega = \frac{d\Omega}{dt}$. Тогда, зная численное значение функции $\omega(\Omega)$, определяемое решением системы уравнений (14), в выражении $\omega = \frac{d\Omega}{dt}$ можно разделить переменные и записать $dt = \frac{d\Omega}{\omega(\Omega)}$. Отсюда получаем

$$t = \int_{\Omega_0}^{\Omega(t)} \frac{d\Omega}{\omega(\Omega)}. \quad (15)$$

Численно вычисляя интеграл в выражении (15), определяем зависимость $\Omega(t)$, из которой численным дифференцированием по времени можно определить зависимость $\omega(t)$. На рис. 3 представлены графические зависимости $\omega(t)$ для случая $\Delta = 1 \cdot 10^{-3}$ мкм и различных значений h_{\max} . Время и скорость вращения на графике выражены в абсолютных единицах. Из рис. 3 видно, что с увеличением толщины h_{\max} при одинаковом значении Δ увеличивается период одного оборота. Таким образом, у кривых скоростей на графиках рис. 3 разная длительность по времени (разный период), т.к. для напыления каждой заданной толщины требуется соответствующая скорость, и для каждой из этих скоростей полный оборот будет занимать соответствующее время. Другими словами, площадь под графиком у каждой кривой постоянна и соответствует одному обороту (2π радиан), и, например, при уменьшении скорости для нанесения более толстого покрытия длительность по времени очевидным образом увеличивается.

В ходе практического применения из графиков, представленных на рис. 3, определяется период или время одного оборота и число оборотов для получения конкретной требуемой толщины напыленного слоя и значения Δ , необходимое для устранения дисбаланса цилиндра в соответствии с зависимостью (5). Для реализации предложенной схемы возможно использование шагового электродвигателя с управлением этого электродвигателя через контроллер, определяющий по заданной программе изменение скорости вращения в пределах одного оборота двигателя.

Заключение

Обоснована эффективность использования переменной скорости вращения прецизионных цилиндрических деталей при формировании тонкопленочных покрытий для корректировки их дисбаланса на стадии напыления. При этом устраняется статическая неуравновешенность за счет смещения центра окружности покрытия относительно оси цилиндра в направлении, определяемом вектором дисбаланса. Разработана математическая модель процесса формирования покрытия, включая зависимости изменения скорости вращения ω цилиндрической детали от угла поворота Ω и от времени для различных значений толщины покрытия и смещения центра его окружности от оси цилиндра.

Определена корреляция характера изменения скорости вращения ω и основных параметров формируемого покрытия. Рассмотрена возможная схема практической реализации представленного процесса балансировки цилиндрических деталей.

Список литературы

1. Мельников А.Е. Автоматическая балансировка гибких роторов: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – СПб., 2011. – 18 с.
2. Миндрин В.И., Пачурин Г.В., Ребрушкин М.Н. Магнитная вибрация и снижение отрицательных последствий технической вибрации энергетических машин // Современные наукоемкие технологии. – 2015. – № 1–1. – С. 47–50.
3. Беляев С.Н. Бузык А.Я., Шарыгин Б.Л. [и др.]. Способ изготовления газодинамического подшипника поплавок-вого гироскопа // Патент РФ № 2517650. 2013.
4. Карасев В.В., Вовченко Н.В. Эволюция гироскопа // Научные труды Дальрыбвтуза. – 2009. URL: <http://cyberleninka.ru/article/n/evolyutsiya-giroskopa> (дата обращения: 13.08.2017).
5. Пешехонов В.Г. Современное состояние и перспективы развития гироскопических систем // Гироскопия и навигация. – 2011. – № 1–72. – С. 3–17.
6. Федоренко В.В., Пономарев Я.И. Оценка погрешностей вибрационной диагностики вращающегося оборудования методом фазовых портретов // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. – 2014. – № 3. – С. 25–29.
7. Юльметова О.С., Валетов В.А., Щербак А.Г. Применение пучковых технологий при изготовлении узлов гироскопических приборов // Известия вузов «Приборостроение». – 2015. – № 4. – С. 308–311.
8. Юльметова О.С., Филиппов А.Ю., Ландау Б.Е., Беляев С.Н. [и др.]. Способ изготовления ротора электростатического гироскопа // Патент РФ № 2592748. 2016.
9. Пузряков А.Ф. Теоретические основы технологии плазменного напыления: учеб. пособие для вузов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. – 360 с.
10. Берлин Е.В., Сейдман Л.А. Получение тонких пленок реактивным магнетронным распылением. – М.: Техносфера, 2014. – 256 с.
11. Говорухина А.А., Радченко Т.Н. Интегральные уравнения: учебное пособие. – Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2008. – 91 с.