## УДК 66.021.1:532.5 ГИДРОТРАНСПОРТИРОВАНИЕ МОНОДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ СРЕДНЕЙ КРУПНОСТИ ПО ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ ТРУБАМ

#### Кондратьев А.С., Швыдько П.П.

Московский политехнический университет, Москва, e-mail: ask41@mail.ru

Разработанная авторами физико-математическая модель и метод расчета гидротранспортирования монодисперсных твердых частиц ранее сопоставлялась с опытными данными зарубежных авторов для частиц мелких песчаных фракций. В настоящей работе разработанный авторами метод использовался для анализа опытных данных и расчетных методов движения песчаных частиц средней крупности 0,165–0,55 мм в трубе диаметром 263 мм со скоростями в диапазоне 3,5–4,7 м/с и объемной долей твердой фазы 0,184–0,34. Показано, что разработанный метод качественно и количественно значительно лучше согласуется с опытными данными, в сравнении с методом расчета, используемым иностранными авторами, полученным на основе уравнений движения двухфазной среды с использованием различных моделей представления турбулентности двухфазной среды.

Ключевые слова: твердые частицы, распределение объемной доли, потери напора, скорость движения, профиль скорости, критическая скорость

## HYDROTRANSPORTATION OF MONODISPERSE PARTICLES, THE AVERAGE SIZE FOR HORIZONTAL PIPES

## Kondratev A.S., Shvydko P.P.

Moscow Polytechnical University, Moscow, e-mail: ask41@mail.ru

The authors developed a physico-mathematical model and calculation method hydrotransportation of monodisperse solid particles were compared with experimental data of foreign authors for the particles of fine sand fractions. In the present work the authors developed method was used to analyze the experimental data and computational methods for the movement of sand particles of average particle size of 0,165–0,55 mm in a pipe with a diameter of 263 mm with velocities in the range of 3,5–4,7 m/s and the volume fraction of the solid phase 0,184–0,34. It is shown that the developed method is qualitatively and quantitatively much better consistent with the experimental data in comparison with the use of different representation models of turbulence two-phase medium

Keywords: solid particles, the distribution of the volume fraction, the pressure loss, velocity, velocity profile, critical speed

Анализируемые процессы используются при разработке различных химических технологий и аппаратов с использованием гидромеханических процессов переноса частиц твердых веществ в жидкости [1]. В рамках общей физико-математической модели процесс движения полидисперсной смеси твердых частиц в горизонтальном трубопроводе рассматривался в работе [2]. Основные положения физико-математической модели движения монодисперсных твердых частиц сферической формы в горизонтальном трубопроводе можно сформулировать в следующем виде [3].

1. Движение потока частиц в потоке жидкости в горизонтальной трубе представляется в виде суперпозиции движений в горизонтальных плоских слоях и плоского слоя в вертикальной диаметральной плоскости трубы.

2. Объемная доля частиц твердой фазы постоянна для каждого горизонтального сечения.

3. Твердые частицы не создают на нижней образующей трубы неподвижный или движущийся слой твердых частиц. То есть рассматривается так называемый критический (гетерогенный) режим гидротранспортирования, при котором образование такого слоя вдоль нижней образующей горизонтальной трубы ещё не происходит, и режимы течения с более высокими гидродинамическими параметрами, при котором распределение твердой фазы стремится к осесимметричному (гомогенному) распределению частиц твердой фазы относительно оси трубы.

 В продольном направлении движущиеся частицы не сталкиваются друг с другом.

5. В поперечном направлении движущиеся частицы упруго сталкиваются между собой, поскольку, за счет действия разности силы тяжести и Архимеда, частицы перемещаются вниз, а за счет процесса диффузии частицы переносятся снизу вверх.

#### Методические основы метода расчета

На основе сформулированной физикоматематической модели процесса движения твердых частиц в потоке жидкости, конкретный процесс вычислений реализуется следующим образом [3].

28

Как следует из анализа опытных данных и общих теоретических представлений о гидромеханике двухфазных потоков (см., например [4]) при движении двухфазных смесей из-за значительного изменения концентрации твердой фазы в вертикальной плоскости, динамическая ось потока (место расположения максимума скорости) смещается верх по отношению к геометрической оси трубы. В придонной области течения характерным размером является не радиус трубы, а величина расстояния от дна трубы до динамической оси потока  $h_d$ , а в верхней зоне течения величина  $h_{\mu}$  – расстояние от динамической оси потока до верхней образующей трубы. Причем  $h_{d} + h_{u} = D$ . При гомогенном режиме течения  $h_d = h_u = D/2$ .

При заданном значении градиента давления, из рассмотрения движения плоского турбулентного слоя в вертикальной диаметральной плоскости определяются локальные распределения объемной доли твердой фазы, скорости частиц и жидкости в вертикальном диаметральном сечении. При этом, в рамках распространения модели Прандтля на двухфазные течения, суммарное трение в двухфазном потока представлялось в виде суммы сил трения, возникающих в жидкости при её движении, и сил трения, которые возникают в жидкости при перемещении в ней твердых частиц [2]. Из условия вертикальной симметрии потока следует, что эти скорости будут максимальными для каждого горизонтального сечения. При известных локальных значениях скоростей жидкой и твердой фаз в горизонтальных слоях плоских течений определяются расход жидкой и твердой фаз в горизонтальных сечениях и общий объемный расход.

При установившемся движении двухфазного потока в горизонтальном трубопроводе уравнение движения твердых частиц записывается в виде равенства сил, определяемых величиной градиента давления, действующего на частицу, и гидродинамического трения. В результате определяется скорость движения частицы относительно жидкости. Далее с использованием модифицированной модели Прандтля для турбулентного трения рассчитывается средняя локальная скорость движения двухфазной среды.

При рассмотрении движения частиц в вертикальном направлении принимается, что на частицы, наряду с силами веса и Архимеда, действуют силы Магнуса, Саффмана, которые направлены от стенки трубы в сторону динамической оси потока и знакопеременная сила турбофореза, которая направлена из области максимальных пульсаций скорости потока в область минимальных пульсаций скорости. В результате действия этих сил объемная доля твердых частиц уменьшается при возрастании расстояния от нижней (донной) образующей стенки трубы. При неравномерном распределении объемной доли частиц твердой фазы по вертикальному сечению возникает вертикальный турбулентный диффузионный поток частиц, направленный в противоположную сторону, то есть снизу вверх. В связи с наличием встречных потоков частиц, перемещающихся сверху вниз, за счет указанных выше сил, и переносимых снизу вверх за счет процесса диффузии, учитывается столкновение частиц между собой, которое считается упругим. В области  $0 < y < \overline{h}_d$  на твердые частицы действуют силы Магнуса, Саффмана и Архимеда, направленные вверх, сила тяжести, направленная вниз, и знакопеременная сила турбофореза. Заметим, что поскольку средняя объемная доля частиц в каждом сечении поддерживается постоянной, средняя скорость жидкости в поперечном направлении равна нулю. В области  $h_d \leq y \leq D$  частично изменяется направление действия сил в вертикальном сечении. В частности, силы тяжести, Магнуса, Сафмана направлены вниз, сила Архимеда вверх, а сила турбофореза переменна по направлению. Совокупность получаемых соотношений позволяет рассчитать распределение концентрации по высоте вертикального диаметрального сечения трубы. Положение динамической оси потока определяется из условия, что максимальные значения скоростей, отсчитываемые от нижней  $U_d$  и верхней  $U_u$  образующих трубы на динамической оси потока, равны с заданной погрешностью. В полном объеме расчетные зависимости приведены в работе [3].

#### Цель работы

Целью настоящей работы является доказательство возможности расширения области применения метода расчета на движение твердых частиц среднего размера.

#### Анализ опытных данных

В работе [3] приведены результаты расчета поперечной объемной доли частиц твердой фазы  $\varphi$  – мелкодисперсных частиц песка плотностью 2650 кг/м<sup>3</sup> со средними диаметрами 0,090 мм и 0,165 мм в трубопроводах диаметром 102,5 мм, 158,5 мм и 51,5 мм соответственно, опубликованными в работах [5÷7]. Расхождение между расчетными и опытными значениями, как интегральных характеристик потока, так и распределением объемной доли частиц твердой фазы  $\varphi$  в вертикальном диаметральном сечении не превышает 15%.

N⁰	d,	Эксперимент [8]			Расчет [9]			Расчет по [3]		
п/п	МКМ	$\phi_{mid}$	(-dp/dx),	U <sub>mid</sub> , м/с	$\phi_{mid}$	(-dp/dx),	U <sub>mid</sub> ,	$\phi_{mid}$	(-dp/dx),	U <sub>mid</sub> , м/с
			Па/м			Па/м	M/C		Па/м	
1	165	0,184	360	3,5	0,184	—	3,5	0,183	415	3,5
2	165	0,268	400	3,5	0,268	—	3,5	0,267	445	3,5
3	290	0,34	665	4,0	0,34	—	4,0	0,339	650	4,0
4	290	0,34	830	4,7	0,34	—	4,7	0,34	810	4,7
5	550	0,30	920	3,9	0,30	—	3,9	0,293	660	3,9
6	550	0,30	1100	4,4	0,30	_	4,4	0,296	870	4,4

Сравнение опытных и расчетных интегральных характеристик двухфазных потоков

В данной работе проводится аналогичное сопоставление с движением монодисперсных частиц песка более крупных фракций в трубопроводе большего диаметра. Расчет основных параметров гидротранспортирования частиц средней крупности, выполненный по изложенному методу [3], сопоставлялся с опубликованными экспериментальными данными и расчетными значениями, приведенными в работе [8]. Проанализируем опытные данные, которые представлены для частиц песка плотностью  $\rho_n = 2650$  кг/м<sup>3</sup> с тремя условными диаметрами d = 0,165 мм, d = 0,290 мм и d = 0,550 мм в трубопроводе с внутренним диаметром D = 263 мм. Первичные опытные данные представлены в виде зависимостей:  $\phi = \Phi_{1}(y/D)$ графических и  $(-dp/dx) = \Phi_2(\varphi_{mid}, U_{mid} = \text{const}),$  где  $\dot{\varphi}_{mid}$  – средняя объемная доля частиц в поперечном сечении трубы, (-dp/dx) – градиент давления и U<sub>*mid*</sub> – средняя скорость двухфазного потока, определенная по объемному расходу. Из всего объема экспериментальных данных – 16 опытов, выделим 6 опытов, в которых имеется существенное отклонение, не только количественное, но и качественное в распределении объемной доли твердой фазы в вертикальном диаметральном сечении трубы.

В табл. 1 в столбцах указаны значения физических величин, которые были измерены и затем рассчитаны интегрированием по поперечному сечению трубопровода, это величины  $\varphi_{mid}$  и  $U_{mid}$ . Полужирным шрифтом выделены опытные значения (-dp/dx), которые определялись с соответствующего графика, приведенного в работе [8], при этом погрешность определения величины градиента давления оценивается в ± 25 Па/м. В работе [8] не указаны расчетные значения величин градиента давления, поэтому в табл. 1 они не приведены.

Метод расчета, использованный в работе [8], включает коммерческий программный комплекс Computation Fluid Dynamics (CFD), основывающийся на эйлеровой модели двухфазного потока, дополненной моделями турбулентности для жидкой и твердой фаз. Как показывает анализ используемых в [8] зависимостей, при использовании сложных математических моделей необходимо привлечение дополнительных гипотез о представлении и (или) связи различных определяющих параметров, что приводит к использованию полуэмпирических зависимостей, общее число которых может достигать десяти и более. Как будет показано ниже, априори это не обеспечивает наилучшего соответствия с опытными данными. Отметим, что в работе [2] показано, что аналогичное положение имеет место и при сравнении опытных данных по полидисперсным потокам, приведенным в работе [9], с результатами расчетов авторов и методом расчета, изложенным в работе [2].

# Результаты сопоставления опытных и расчетных данных

Из данных, приведенных в табл. 1, следует, что расчетные интегральные характеристики рассмотренных двухфазных потоков:  $\varphi_{mid}$ , (-dp/dx) и  $U_{mid}$  достаточно удовлетворительно согласуются с опытными данными. При этом отклонения по величине (-dp/dx) по предложенному методу расчета в сравнении с опытными данными возрастают при увеличении диаметра частиц.

На рис. 1 и 2 приведены распределения объемной доли твердой фазы для частиц с размером d = 165 мкм. Из результатов сравнений известного [8] и используемого метода расчета [3] следует, что используемый метод заметно лучше согласуется с опытными данными вблизи во всей области течения, как при  $\phi_{mid} = 0,184$ , так и, в еще большей степени, при  $\phi_{mid} = 0,268$ . В последнем случае можно отметить, что расчетные данные работы [8] значительно, до 25%, отличаются от опытных данных, вблизи нижней образующей трубы и, в кратность (на порядок), вблизи верхней образующей трубы. Поэтому в последнем случае можно говорить, лишь о качественном соответствии между опытом и расчетом в [8].



Рис. 1. Распределение объемной доли твердой фазы  $\varphi$  вертикальном диаметральном сечении трубы для d = 0,165 мм и  $\varphi_{mid} = 0,184$ и  $U_{mid} = 3,5$  м/с: опыт • [8], и расчет по - [8], – расчет по [3]



Рис. 3. Распределение объемной доли твердой фазы  $\varphi$  вертикальном диаметральном сечении трубы для d = 0,290 мм и  $\varphi_{mid} = 0,34$  и  $U_{mid} = 4$  м/с: опыт • [8], расчет по – [8], – расчет по [3]

На рис. 3 и 4 приведены распределения объемной доли твердой фазы для частиц с размером d = 0,290 мм. Как и в предыдущем случае, предложенный метод лучше согласуется с опытными данными, нежели метод расчета работы [8], особенно вблизи верхней образующей трубы при  $U_{mid} = 4,0$  м/с. Примерно такое же положение сохраняется и при  $U_{mid} = 4,7$  м/с.

Следует отметить, что горбообразный характер расчетных кривых по [8], показан-



Рис. 2. Распределение объемной доли твердой фазы  $\varphi$  вертикальном диаметральном сечении трубы для d = 0,165 мм и  $\varphi_{mid} = 0,269$ и  $U_{mid} = 3,5$  м/с: опыт  $\bullet$  [8], расчет по – [8], – расчет по [3]



Рис. 4. Распределение объемной доли твердой фазы *ф* вертикальном диаметральном сечении трубы для d = 0,290 мм и *φ*<sub>mid</sub> = 0,34 и U<sub>mid</sub> = 4,7 м/с: опыт ● [8], расчет по - [8], - расчет по [3]

ный на рис. 1–4, имеет место не только на представленных расчетных зависимостях, но и в расчетах с другими параметрами по  $\varphi_{mid}$  и  $U_{mid}$ , которые приведены в [8], что даже качественно не согласуется с сопоставляемыми опытными данными по распределению объемной доли твердой фазы в вертикальном диаметральном сечении трубы, хотя авторы и считают соответствие расчетных значений с опытом удовлетворительным.



ф вертикальном диаметральном сечении трубы для d = 0,550 мм  $u \varphi_{mid} = 0,30 u U_{mid} = 3,9$  м/с: опыт • [8], расчет по - [8], - расчет по [2]

На рис. 5 и 6 приведены распределения объемной доли твердой фазы для частиц с размером d = 0,550 мм. Предложенный метод лучше согласуется с опытными данными, нежели метод расчета работы [8], особенно вблизи верхней образующей трубы при  $U_{mid} = 3,9$  м/с. Примерно такое же

положение сохраняется и при  $U_{mid} = 4,4$  м/с. Из расчетных зависимостей, полученных в работе [8], видно, что при возрастании размера частиц с 0,165 и 0,290 мм до 0,550 мм горбообразный характер расчетной кривой перемещается из области над осью трубы в придонную область, приняв петлеобразный характер. Подобная расчетная зависимость, качественно противоречащая опытным данным, насколько известно, демонстрируется впервые.

В целом проведенный анализ свидетельствует о неполноте физико-математической модели, использованной в работе [8], и большей степени приемлемости предложенной физико-математической модели гидравлического транспортирования [3] для частиц мелких и средних фракций.

В работе [3] при анализе движения сравнительно более мелких песчаных частиц крупностью 0,09 мм и 0,165 мм было показано, что наблюдаемое расхождение опытных и расчетных данных может быть связано с тем, что скорость движения потока ниже или примерно равна критической скорости, меньше которой на нижней образующей трубы возможно возникновение подвижного осадка, наличие которого не



Рис. 5. Распределение объемной доли твердой фазы Рис. 6. Распределение объемной доли твердой фазы ф вертикальном диаметральном сечении трубы для d = 0,550 мм  $u \varphi_{mid} = 0,30 u U_{mid} = 4,4$  м/с: опыт • [8], расчет по - [8], - расчет по [3]

учитывается расчетными моделями. Определим критические скорости для потоков, рассмотренных в табл. 1. Расчеты проведем с использованием зависимостей, полученных в работах [4, 10, 11].

	,	Габлица 2
Расчетные значения	критических	скоростей

d, мм	0,1	65	0,290	0,550
$\phi_{mid}$	0,184	0,268	0,34	0,30
U <sub>mider,</sub> м/с [11]	2,58	3,47	5,49	6,02
U <sub>mider</sub> м/с [4]	3,10	3,20	3,85	4,24
U <sub>mider</sub> м/с [10]	2,90	3,09	3,71	4,01

Из расчетных данных, приведенных в табл. 2, следует, что расчет величины критической скорости гидросмеси  $U_{mider}$  по формуле работы [11] дает большей частью максимальные значения критической скорости и, в частности, при движении частиц диаметром 0,290 мм и более крупных частиц диаметром 0,550 мм для частиц такого же размера, опытные значения средних скоростей U<sub>mid</sub>, приведенных в табл. 1, значительно ниже критической скорости. Расчеты по формулам, полученным в работах [4, 10], дают близкие результаты. Из этих расчетов следует, что для частиц с d = 0,290 мм значения  $U_{mid}$  превышают значения  $U_{midcr}$ , то есть устанавливается режим течения без образования осадка вдоль нижней образующей трубы.

Для более крупных частиц d = 0,550 мм значение  $U_{mid} = 3,9$  м/с ниже  $U_{midcr} = 4,24$  м/с и отличается примерно на 4% от опытного значения скорости  $U_{mid} = 4,4$  м/с. Из этих расчетов следует, что оба этих режима достаточно близки к критическому режиму с возможным образованием подвижного слоя твердых частиц, что не учитывалось в использованных методах расчетов.

### Заключение

Из проанализированных опытных данных следует, что при всех трех размерах твердых частиц общий характер опытных данных имеет единообразный характер, а именно, практически монотонное увеличение объемной доли твердой фазы при перемещении сверху вниз. Удовлетворительное соответствие опытных и расчетных данных позволяет рекомендовать использованный метод расчета при проведении инженерных расчетов гидротранспортирования частиц средней крупности в горизонтальных трубопроводах. В дальнейшем представляется целесообразным определить максимальный размер частиц, параметры гидротранспортирования которых могут определяться с помощью используемого метода расчета.

#### Список литературы

1. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. – М.: Альянс, 2004. – 753 с.

2. Кондратьев А.С., Швыдько П.П. Расчет движения полидисперсных смесей твердых частиц в потоке жидкости в горизонтальной трубе // Теорет. основы химич. технол. – 2017. – Т. 51, № 1. – С. 99–110.

3. Кондратьев А.С., Швыдько П.П. Физико-математическая модель и метод расчета гидротранспортирования монодисперсных частиц //Вест. МГПУ, сер. Естественные науки – 2017. – № 2(26). – С. 59–69.

4. Силин Н.А., Витошкин Ю.К., Карасик В.М., Очеретько В.Ф. Гидротранспорт (вопросы гидравлики). – Киев: Наукова думка, 1971. – 160 с.

5. Roco M.C., Shook C.A. Modeling of SlurryFlow: The Effect of Particle Size // Can. J. Chem. Engin. – 1983. – V. 61(4). – P. 494 503.

6. Shaan J., Summer R.J., Gillies R.G., Shook C.A. The Effect of Particle Shape on Pipeline Friction for Newtonian Slurries of Fine Particles // Can. J. Chem. Engin. – 2000. – V. 78 (4). – P. 717–725.

7. Gillies R.G., Shook C.A., Xu J. Modeling Heterogeneous Slurry Flow at High Velocities // Can. J. Chem. Engin. – 2004. – V. 82(5). – P. 1060–1065.

8. Gopaliya M.K., Kaushal D.R. Modeling of sand-water slurry flow through horizontal pipe using CFD // J. Hydrol. Hydronech. – 2016. – V. 64. – № 3. – P. 261–272.

9. Kaushal D.R., Tomia Yuji. Comparative study of pressure drop in multisized particulate slurry flow through pipe and rectangular duct // Int. J. Multiphase Flow. – 2003. – V. 29. – P. 1473–1492.

10. Кондратьев А.С., Швыдько П.П. Критическая скорость транспортирования монодисперсных минеральных гидросмесей // Изв. МГТУ «МАМИ». – 2015. – Т. 4, № 1 (23). – С. 49–55.

11. Souza Pinto T.C., Moraes Junior D., Slatter P.T., Leal Filho L.S. Modeling the critical velocity for heterogeneous flow of mineral slurries // Inter. Jour. Multiph. Flow. – 2014. – V. 65. – P. 31–37.