

УДК 62-5

ВЛИЯНИЕ УПРУГОСТИ ТЯГОВОГО ОРГАНА НА ДИНАМИКУ ЭЛЕКТРОПРИВОДА В ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ

Шабо К.Я.

Технический институт (филиал) ФГАОУ ВПО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова», Нерюнгри, e-mail: kamilshabo@rambler.ru

Наличие упругого тягового органа в системе электропривода, с одной стороны, существенно ухудшает режим работы электромеханической установки, а с другой – делает весьма сложной математическую модель, необходимую для оптимизации системы управления. Описывая механическую часть электропривода, нужно рассматривать ее как многомассовую упругую систему. Здесь наибольшие затруднения возникают при получении аналитической зависимости перемещений и усилий в отдельных сечениях тягового органа. В системах электропривода, в которых имеются упругие звенья с малым коэффициентом жесткости, возникают низкочастотные колебания, оказывающие негативное влияние как на долговечность элементов системы, так и на надежность сцепления приводных барабанов с тяговым органом. Поэтому целесообразно с помощью системы управления максимально снизить колебательные процессы. Для описания процессов в механических упругих звеньях с распределенными параметрами наиболее простым и практически приемлемым является использование передаточных функций элементарных двух массовых звеньев, полученных методом структурного моделирования с помощью граничных упругих связей. Преимущество такого подхода доказано сравнением с представлением упругого звена с распределенными упругостью и массой цепной системой с большим числом сосредоточенных масс.

Ключевые слова: электропривод, упругие связи, система управления многомассовым объектом

INFLUENCE OF THE ELASTICITY OF THE TRACTION BODY ON THE DYNAMICS OF THE ELECTRIC DRIVE IN TRANSIENT MODES

Shabo K.Ya.

Technical Institute (branch) of «North-Eastern Federal University named after M.K. Ammosov», Nerungri, e-mail: kamilshabo@rambler.ru

The presence of an elastic traction body in the electric drive system on one side significantly worsens the operating mode of the electromechanical installation, and on the other hand it makes a very complicated mathematical model necessary for the optimization of the control system. Describing the mechanical part of the electric drive, it is necessary to consider it as a mass elastic system. Here the greatest difficulties arise in obtaining the analytical dependence of displacements and forces in individual sections of the traction organ. In electric drive systems, in which there are elastic links with a small stiffness coefficient, low-frequency oscillations appear, adversely affecting both the durability of the elements of the system and the reliability of the coupling of the drive drums with the traction organ. Therefore, it is advisable, with the help of the control system, to minimize the oscillation processes as much as possible. To describe the processes in mechanical elastic links with distributed parameters, the simplest and most practical is the use of the transfer functions of elementary two mass links obtained by the method of structural modeling with the help of boundary elastic bonds. The advantage of this approach is proved by comparison with the representation of an elastic link with distributed elasticity and mass of a chain system with a large number of concentrated masses

Keywords: electric drive, elastic connections, a lot of mass management system

Наличие упругого тягового органа в рассматриваемой системе электропривода, с одной стороны, существенно ухудшает режим работы электромеханической установки, а с другой – делает весьма сложной математическую модель, необходимую для оптимизации системы управления. Описывая механическую часть электропривода, нужно рассматривать ее как многомассовую упругую систему. Здесь наибольшие затруднения возникают при получении аналитической зависимости перемещений и усилий в отдельных сечениях тягового органа.

Как показал опыт многочисленных исследований подобной одноприводных систем, элементарной схемой является схема, представленная на рис. 1, а. Все другие представляют определенное соче-

тание таких элементарных схем. Для описания динамики таких систем предложен ряд методов.

Рассмотрим некоторые методы и оценим их с точки зрения эффективности их применения для решения задачи оптимизации управления многодвигательным электроприводом.

Метод граничных упругих связей

Данный метод, предложенный в [1], состоит в том, что в места соединения (или прижатия) тягового органа к сосредоточенным массам вводятся вспомогательные идеальные упругие связи с коэффициентом жесткости C_k (в окончателных аналитических зависимостях вспомогательные связи исключаются), рис. 1, б.

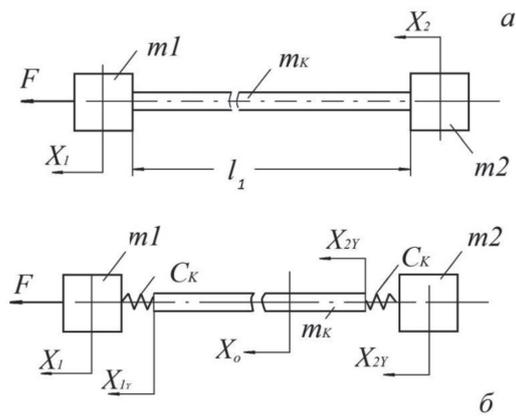


Рис. 1. Расчетные схемы двухмассовых систем с инертной упругой связью

Тогда усилия, действующие со стороны тягового органа на сосредоточенные массы, будут равны

$$\left. \begin{aligned} F_{1y} &= C_k (X_1 - X_0 - X_{1y}); \\ F_{2y} &= C_k (X_{2y} + X_0 - X_2), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где X_{1y} , X_{2y} – перемещения крайних сечений относительно центра тяжести отрезка тягового органа длиной l_1 ; X_0 – перемещение тягового органа как абсолютно твердого тела. Чем больше коэффициент C_k , тем меньше разности $X_1 - X_0 - X_{1y}$ и $X_{2y} + X_0 - X_2$.

Искусственное отделение тягового органа от сосредоточенных масс позволяет рассматривать систему как состоящую из трех взаимосвязанных звеньев с определенными входными и выходными переменными (рис. 2).

Принимая упругие силы F_{1y} и F_{2y} направленными от сосредоточенных масс m_1 и m_2 звенья 1 и 2 будут описываться уравнениями

$$m_1 \frac{d^2 X_1}{dt^2} = F - F_{1y}(t); \quad (2)$$

$$m_2 \frac{d^2 X_2}{dt^2} = F_{2y}(t), \quad (3)$$

где $F = F(t)$ – динамическая составляющая усилия приложенного в массе m_1 , $F = F_{дв} - F_{ст}$, $F_{ст}$ – сила статических сопротивлений движению системы, $F_{дв}$ – сила создаваемая двигателем. Для описания звена нужно в общем случае рассматривать его как звено с распределенными параметрами (массой упругостью). Наиболее близкой аналогией является упругий стержень со свободными концами, к которым приложены силы F_{1y} и F_{2y} . В системах такого вида для определения перемещения любого поперечного сечения

тягового органа длиной l_1 без учета рассеивания энергии необходимо решить волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = a_k^2 \frac{\partial^2 U}{\partial U^2}, \quad (4)$$

где a_k – скорость распространения в продольном направлении упругих деформаций, м/с.

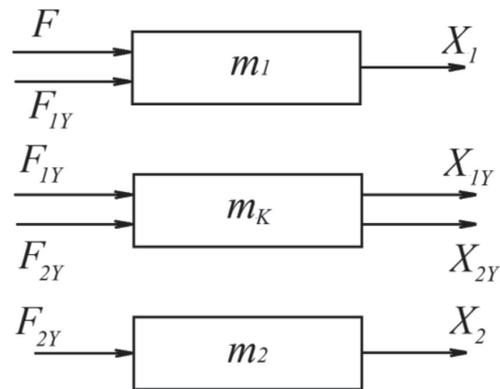


Рис. 2. Декомпозиция двух массовой упругой системы

Для свободных колебаний в случае одновременного действия сил F_{1y} и F_{2y} изображения перемещений крайних сечений принимают вид [2, 3]:

$$X_{1y}(p) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_k}{p^2 + n^2 b_k^2} [F_{1y}(p) - F_{2y}(p)(-1)^n]; \quad (5)$$

$$X_{2y}(p) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_k}{p^2 + n^2 b_k^2} [F_{1y}(p)(-1)^n - F_{2y}(p)]; \quad (6)$$

Из равенства (7) следует важный вывод, что если рассматривать колебания относительно перемещения тягового органа как абсолютно твердого тела, описываемого уравнением

$$m_k \frac{d^2 X_0}{dt^2} = F_{1y}(t) - F_{2y}(t), \quad (7)$$

то можно учитывать только нечетные члены рядов [4, 5].

Тогда уравнения (5) и (6) запишутся так:

$$\begin{aligned} X_{1y}(p) &= -X_{2y}(p) = \\ &= \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{a_k}{p^2 + n^2 b_k^2} [F_{1y}(p) + F_{2y}(p)], \end{aligned} \quad (8)$$

где $a_k = \frac{2}{m_k}$; $b_k = \frac{\pi a_k}{l_1}$ – коэффициент учитывающий моменты инерции движущих звеньев; m_k – масса ветви тягового органа длиной l_1 .

Учитывая, что многодвигательный электропривод благодаря большим сосредоточенным массам является фильтром низкочастотных колебаний, а также принимая тяговый орган как упруго-вязкий стержень, зависимость (8) запишется выражением

$$X_{1y}(p) = -X_{2y}(p) = [F_{1y} + F_{2y}] \frac{a_k \pi^2 / 8}{p^2 + \mu_k b_k^2 p + b_k^2}. \quad (9)$$

Составленная по уравнениям (1), (2), (3), (7) и (9) структурная схема по отношению к динамическим усилиям F_{1y} и F_{2y} , после исключения вспомогательных упругих связей (подставляется $C_k = \infty$) будет иметь вид, показанный на рис. 3.

Передаточные функции по отношению к F_{1y} и F_{2y} :

$$W_{1y}(p) = \frac{F_{1y}(p)}{F(p)} = \frac{a_{11} \left[\left(I + a_{12} + \frac{\pi^2}{4} \right) p^2 + (I + a_{12})(\mu_k p + I) b_k^2 \right]}{\Delta_k (p^2 + \mu_k \omega_k^2 p + \omega_k^2)}; \quad (10)$$

$$W_{2y}(p) = \frac{F_{2y}(p)}{F(p)} = \frac{a_{11} \left[\left(I - \frac{\pi^2}{4} \right) p^2 + (I + a_{12})(\mu_k p + I) b_k^2 \right]}{\Delta_k (p^2 + \mu_k \omega_k^2 p + \omega_k^2)}; \quad (11)$$

где

$$a_{11} = m_k / m_1; \quad a_{12} = m_k / m_2; \\ \Delta_k = a_{11} + a_{11} a_{12} + \pi^2 (4 + a_{11} + a_{12}) / 4; \quad \omega_k = \frac{b_k}{I + \sqrt{\frac{I + a_{11} + a_{12}}{a_{11} + a_{11} a_{12} + a_{12}} \frac{\pi^2}{4}}}$$

μ_k – коэффициент сопротивления.

Структурная схема определения усилий в переменных состояния приведена на рис. 4. На этой схеме:

$$A_1 = \frac{a_{11}}{\Delta_k}; \quad a_1 = \mu_k \omega_k^2; \quad a_2 = \omega_k^2; \quad b_0 = I + a_{12} + \frac{\pi^2}{4};$$

$$b_1 = (I + a_{12}) \mu_k b_k^2; \quad b_2 = (I + a_{12}) b_k^2; \quad C_0 = I - \frac{\pi^2}{4};$$

$$C_1 = \mu_k b_k^2; \quad C_2 = b_k^2.$$

Переменные состояния системы связаны с величиной E следующими зависимостями:

$$X1 = X1(0) + E \cdot T; \quad X2 = X2(0) + X1(0) \cdot T + E \cdot T^2 / 2,$$

где $X1$ и $X2$ – значения переменных на N -ом шаге интегрирования;

$X1(0)$ и $X2(0)$ – значения этих переменных, полученные на предыдущем шаге.

где $W_k(p) = \frac{p^2 \cdot \pi^2 / 8}{p^2 + \mu_k \cdot b_k^2 \cdot p + b_k^2}$.

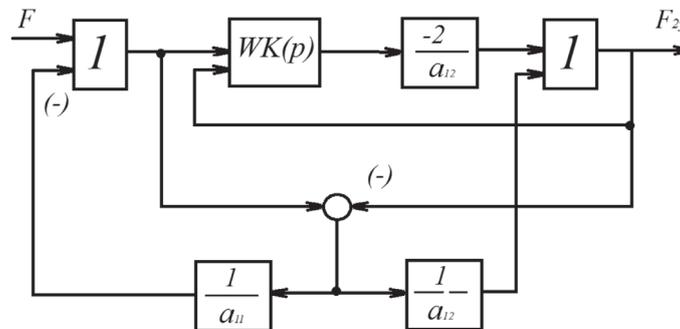


Рис. 3. Структурная схема упругой системы

Укрупненная структурная схема алгоритма определения усилий F_{1y} и F_{2y} приведена на рис. 4.

Ориентировочную оценку переходного процесса можно дать непосредственно по изображениям (10) и (11). Так, кроме частоты колебаний ω_k , можно, не прибегая к исследованию процесса, определить начальные и установившиеся значения F_{1y} и F_{2y} .

При $p \rightarrow 0$ и $t = 0$

$$F_{1y} = F_{2y}(0) = \frac{a_{11} \left(I + a_{12} + \frac{\pi^2}{4} \right)}{\Delta_K}$$

$$F_{2y} = F_{2y}(0) = a_{11} \left(I - \frac{\pi^2}{4} \right) / \Delta_K.$$

При $p \rightarrow 0$ и $t = 0$

$$F_{1y} = \frac{a_{11} (I + a_{12}) F}{a_{11} + a_{11} a_{12} + a_{12}} = \frac{(m_2 + m_k) F}{m_1 + m_2 + m_k};$$

$$F_{2y} = \frac{a_{11} F}{a_{11} + a_{11} a_{12} + a_{12}} = \frac{m_2 F}{m_1 + m_2 + m_k}.$$

Замещение упругой системы с распределенными параметрами дискретной цепной системой

Как показано в [6], упругую систему с распределенными массой и упругостью можно заменить системой с сосредоточенными массами, соединенными упругими идеальными связями, как показано на рис. 5, а.

Чем больше число участков N , тем ближе по динамическим свойствам дискретная система системе с распределенными пара-

метрами. Общий коэффициент жесткости упругого тягового органа C_y можно определить по скорости распространения упругой деформации a_k :

$$C_y = m_0 a_k^2 / l_1^2. \quad (12)$$

Разделив участок тягового органа, расположенный между сосредоточенными массами m_1 и m_2 , N частей и приравняв элементарную сосредоточенную массу $m_k = m_0 / N$, найдем коэффициент жесткости элементарной упругой связи C_k из равенства

$$\frac{I}{C_y} = \frac{N}{C_k}, \text{ откуда } C_k = N \cdot C_y.$$

В каждую из масс m_1 и m_2 включены половины масс m_k . Обозначив собственные сосредоточенные массы m_{10} и m_{20} , будем иметь:

$$m_1 = m_{10} + m_k / 2 \text{ и } m_2 = m_{20} + m_k / 2.$$

Следовательно, согласно принятым выше обозначениям $a_{11} = m_0 / m_{10}$; $a_{12} = m_0 / m_{20}$.

Запишем систему уравнений динамики упругой системы (рис. 5, а) при ступенчатом приложении усилия F .

$$m_1 \frac{d^2 X_1}{dt^2} = F - C_k (X_1 - X_2) = F - F_1;$$

$$m_2 \frac{d^2 X_2}{dt^2} = C_k (X_1 - X_2) - C_k (X_2 - X_3);$$

$$m_N \frac{d^2 X_N}{dt^2} = C_k (X_{N-1} - X_N) - C_k (X_N - X_{N+1});$$

$$m_2 \frac{d^2 X_2}{dt^2} = C_k (X_N - X_{N-1}).$$

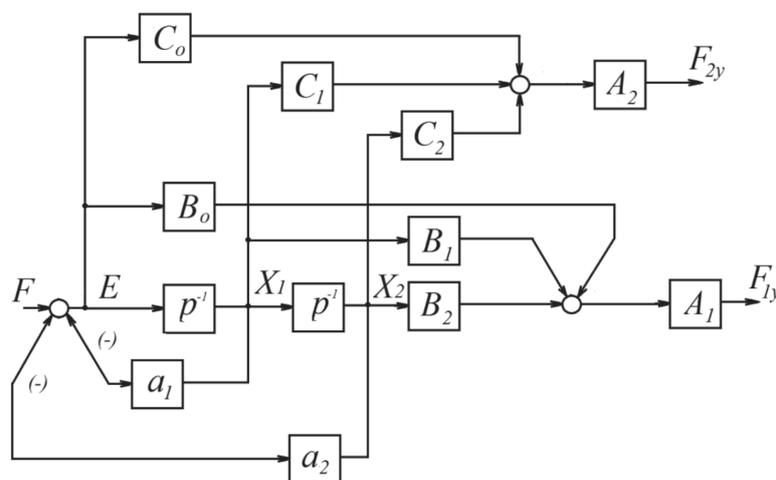


Рис. 4. Схема упругой системы в переменных состояниях

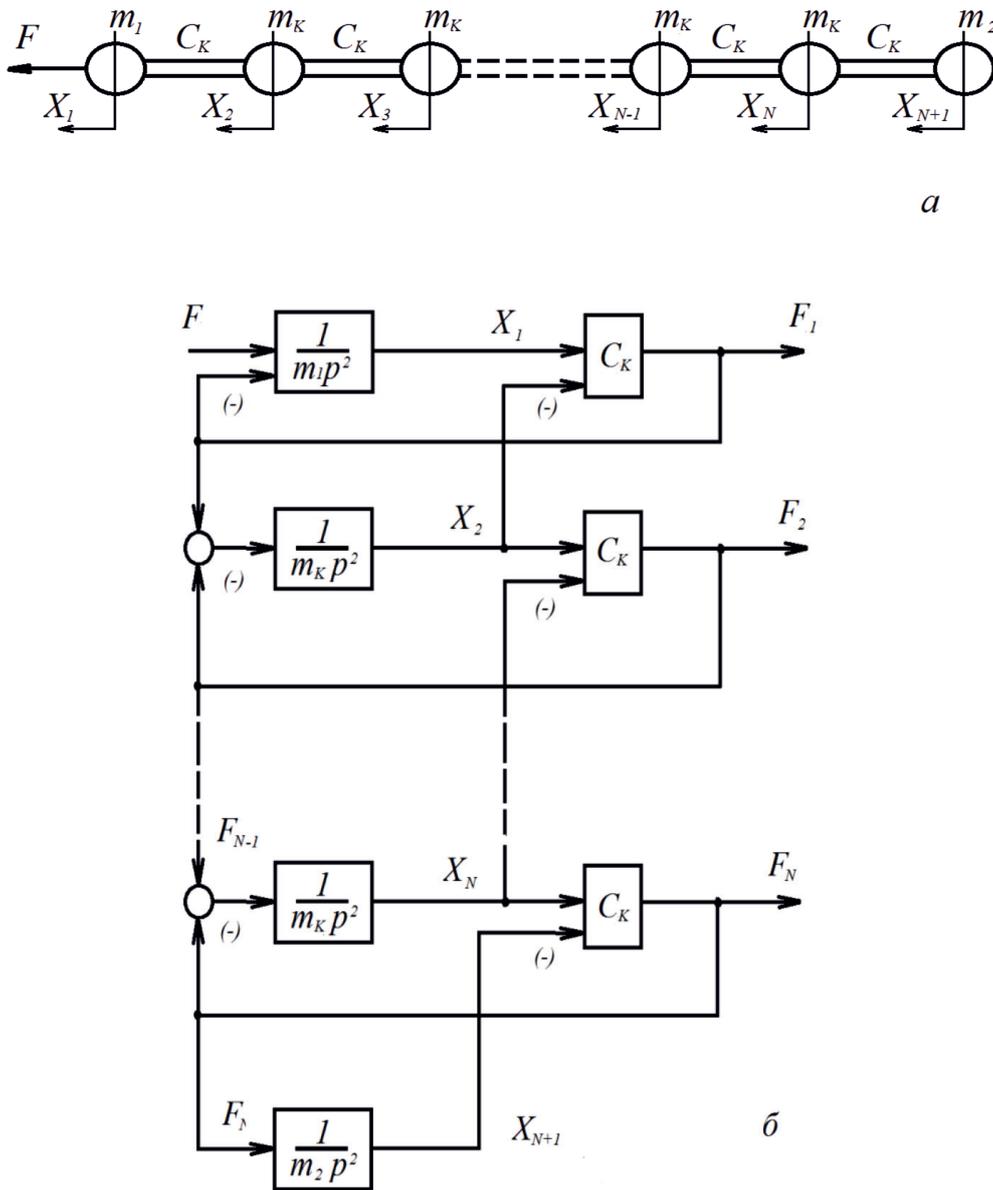


Рис. 5. Расчетная (а) и структурная (б) схемы многомассовой упругой системы

Данным уравнениям соответствует структурная схема (рис. 5, б), которую можно упростить, заменив абсолютные значения сосредоточенных масс относительными величинами (рис. 6). Нормированные коэффициенты a_1 , a_2 и β_K равны

$$a_1 = \frac{\frac{a_{11}}{N}}{I + \frac{0,5a_{11}}{N}}; a_2 = \frac{a_{12} / N}{I + 0,5a_{12} / N}; \beta_K = \frac{N^2 a_K^2}{l_1^\beta}. \quad (13)$$

По полученной нормированной структурной схеме легко составляются уравнения состояния и алгоритм анализа переходных процессов для любого числа участков N . Примем $N=6$ и значения параметров системы $a_{11} = 0,5$; $a_{12} = 2$; $a_K = 4000$; $l_1 = 1500$; $F = 200$ кН. Уравнения динамики относительно действительных упругих усилий и фиктивных переменных y_1 и $dy_1/dt = V_1$:

$$\left. \begin{aligned}
 V_1 &= V_1(0) + (F - F_1)T; y_1 = y_1(0) + V_1(0)T + \frac{(F - F_1)aT^2}{2}; \\
 F_1 &= (y_1 - y_2)\beta_K; V_2 = V_2(0) + (F_1 - F_2)T; \\
 y_2 &= y_2(0) + V_2(0)T + (F_1 - F_2)T^2 / 2; F_2 = (y_2 - y_3)\beta_K; \\
 V_3 &= V_3(0) + (F_2 - F_3)T; y_3 = y_3(0) + V_3(0)T + (F_2 - F_3)T^2 / 2; \\
 F_3 &= (y_3 - y_4)\beta_K; V_4 = V_4(0) + (F_3 - F_4)T; \\
 y_4 &= y_4(0) + V_4(0)T + (F_3 - F_4)T^2 / 2; F_4 = (y_4 - y_5)\beta_K; \\
 V_5 &= V_5(0) + (F_4 - F_5)T; y_5 = y_5(0) + V_5(0)T + (F_4 - F_5)T^2 / 2; \\
 F_5 &= (y_5 - y_6)\beta_K; V_6 = V_6(0) + (F_5 - F_6)T; \\
 y_6 &= y_6(0) + V_6(0)T + (F_5 - F_6)T^2 / 2; F_6 = (y_6 - y_7)\beta_K; \\
 V_7 &= V_7(0) + F_6 a_2 T; y_7 = y_7(0) + V_7(0)T + F_6 a_2 T^2 / 2.
 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

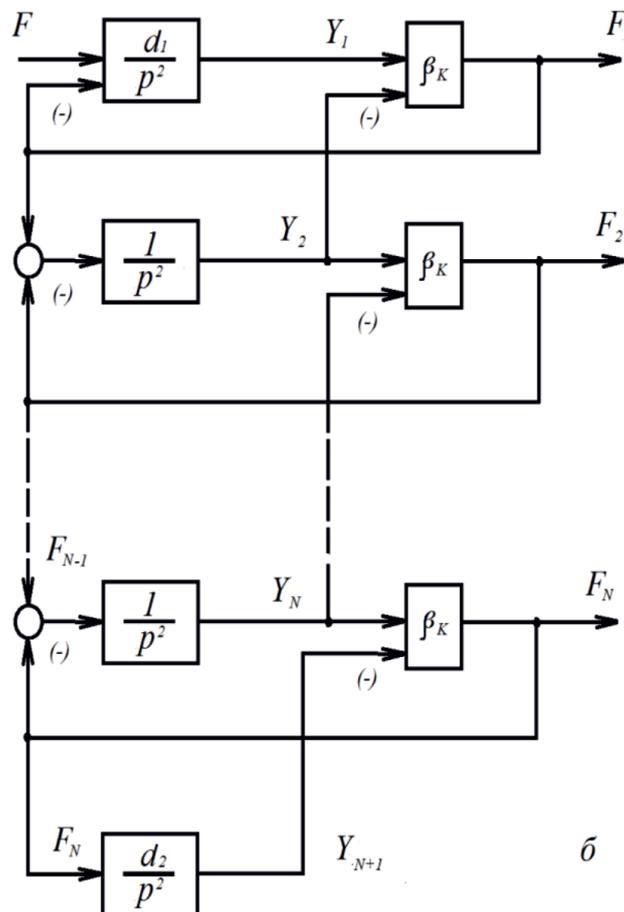


Рис. 6. Универсальная схема многодвигательной упругой системы

Структурная схема алгоритма определения усилий F_i в функции времени приведена на рис. 7.

Графики $F_1(t)$ и $F_2(t)$ – рис. 8, а, б. На рисунках для сравнения показаны

графики усилий F_{1y} и F_{2y} , полученные по формулам (10) и (11). На рис. 8, в приведены графики $F_{1y}(t)$ и $F_{2y}(t)$ при коэффициенте демпфирования μ_K , равном 0,01.

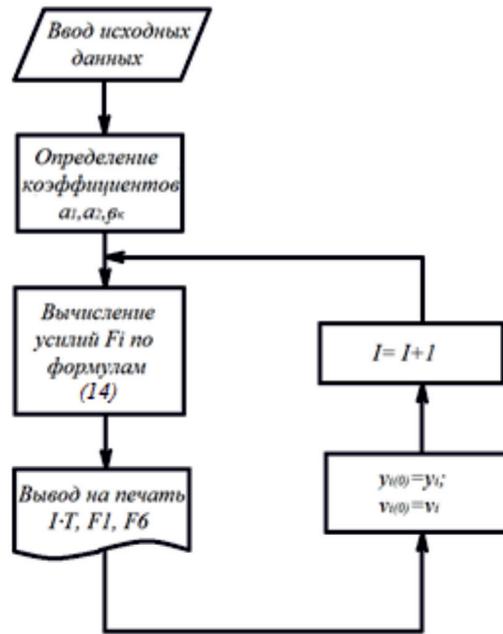


Рис. 7. Структурная схема алгоритма определения упругих сил в многомассовых системах

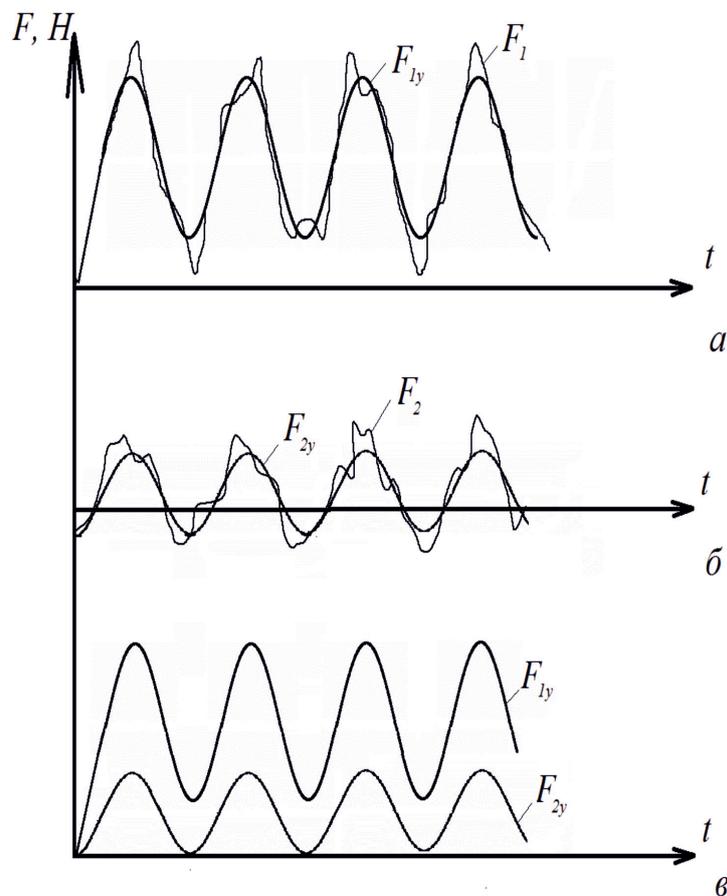


Рис. 8. Графики упругих сил, полученные на ЭВМ

В настоящее время предлагается снижение динамических нагрузок с помощью специальной задающей модели [7], где можно рассматривать наиболее сложную в динамическом отношении систему – установку со шкивами трения. В качестве тягового органа могут использоваться стальные канаты или резино-тросовые ленты.

Список литературы

1. Киричок Ю.Г., Чермалых В.М. Привод шахтных подъемных установок большой мощности. – М.: Недра, 1972. – 336 с.
2. Бутковский А.Г. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами // Тезисы докладов на втором международном конгрессе ИФАК. – М., 1963. – 17 с.
3. Мурашова И.Б. Основы инженерных расчетов электрохимических систем с распределенными параметрами: учебно-методическое пособие / И.Б. Мурашова. – Издательство Уральского университета, 2014. – 97 с.
4. Никитенко Г.В. Электропривод производственных механизмов. – СПб.: Лань, 2013. – 208 с.
5. Рекус Г.Г. Электрооборудование производств: Справочное пособие: учебное пособие / Г.Г. Рекус. – М.: Директ-Медиа, 2014. – 710 с.
6. Вульфсон И.И., Шарапин И.А., Преображенская М.В. Расчет колебаний привода машины: учеб. пособие для вузов / И.И. Вульфсон, И.А. Шарапин, М.В. Преображенская. – 2-е изд., испр. и доп. – СПб.: ФГБОУ ВПО «СПГУТД», 2013. – 180 с.
7. Шабо К.Я. Система оптимального управления позиционным тиристорным электроприводом с многоканальной задающей моделью: учебно-методическое пособие / К.Я. Шабо. – Нерюнгри: ТИ (Ф) ФГАОУ ВО СВФУ, 2015. – 55 с.