

УДК 519.21:004

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ В СРЕДЕ MATLAB

Семёнов А.С., Якушев И.А., Егоров А.Н.

*Политехнический институт (филиал) ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова», Мирный, e-mail: sash-alex@yandex.ru*

В статье рассмотрены вопросы, обуславливающие выбор в качестве оптимальной программы для математического моделирования технических систем пакета программ MatLab. Представлена классификация пакетов программ, которые могут использоваться для математического моделирования технических систем. Подробно рассмотрен пакет программ MatLab и его приложения, заинтересовавший авторов своей универсальностью в плане математического и имитационного моделирования сложных технических систем. Рассмотрено приложение структурного моделирования динамических систем Simulink. Произведен обзор приложения SimMechanics, предназначенного для технического проектирования и моделирования пространственных механизмов. Описана работа в приложении SimPowerSystems, позволяющем быстро и легко строить и исследовать модели энергетических систем. Исследовано новое приложение Stateflow, появившееся в пакете программ MatLab с выходом его новых версий, являющееся одним из эффективных и наиболее доступных инструментов численного моделирования систем, управляемых событиями. Stateflow используется вместе с Simulink и позволяет моделировать сложные событийно-управляемые системы, основываясь на теории конечного автомата. Для всех рассмотренных приложений пакета программ MatLab приводятся примеры построения моделей и результаты моделирования. В заключении отмечается, что среда MATLAB/Simulink, в частности пакеты моделирования механических систем SimMechanics, электрических систем SimPowerSystems, а также пакет событийного моделирования StateFlow, позволяют получить мощный инструмент исследования сложных технических систем.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, пакеты программ, технические системы, анализ результатов, библиотеки блоков, дифференциальные уравнения, MatLab, Simulink, SimMechanics, SimPowerSystems, StateFlow

## MATHEMATICAL MODELING OF TECHNICAL SYSTEMS IN THE MATLAB

Semenov A.S., Yakushev I.A., Egorov A.N.

*Polytechnic Institute branch of NEFU named after M.K. Ammosov, Mirnyy, e-mail: sash-alex@yandex.ru*

The article discusses the issues that determine the choice as the optimal program for mathematical modeling technical systems of the MatLab software package. A classification of software packages that can be used for mathematical modeling of technical systems is presented. A detailed review of the MatLab software package and its applications, which interested the authors in its versatility in terms of mathematical and simulation modeling of complex technical systems. The application of structural simulation of dynamic systems Simulink is considered. A review of the SimMechanics application, designed for the technical design and modeling of spatial mechanisms, is presented. The paper describes the work in the SimPowerSystems application, which allows to quickly and easily build and explore models of energy systems. The new Stateflow application, which appeared in the MatLab software package with the release of its new versions, is one of the most effective and most accessible tools for numerical modeling of event-driven systems. Stateflow is used together with Simulink and allows you to model complex event-driven systems based on the finite state machine theory. For all the discussed applications of the MatLab software package, examples of model building and simulation results are given. In conclusion, it is noted that the MATLAB/Simulink environment, in particular SimMechanics mechanical simulation packages, SimPowerSystems electrical systems, and StateFlow event modeling package, provide a powerful tool for researching complex technical systems.

**Keywords:** mathematical modeling, software packages, technical systems, results analysis, block libraries, differential equations, MatLab, Simulink, SimMechanics, SimPowerSystems, StateFlow

На сегодняшний день имеется много программных продуктов для математического моделирования (ММ) технических систем (ТС). Многие из них знакомы пользователям и являются популярными, другие – появились недавно. Есть программы, которые могут быть использованы для моделирования любых ТС, есть же программы, имеющие узкую специализацию в какой-либо предметной области. Возможности многих программ в значительной степени перекрываются друг другом и подходы к решению одинаковых задач у них

примерно одинаковы. Подумаем о классификации пакетов программ (ПП), которые могут использоваться для ММ ТС с точки зрения сегодняшнего состояния [1]. Для этого будем опираться на следующие важнейшие показатели:

- назначение и возможности ПП;
- состав их библиотек и приложений;
- принципы построения моделей;
- методы интегрирования;
- средства визуализации результатов.

Примерная структура ПП для моделирования ТС представлена на рис. 1.



Рис. 1. Классификация пакетов программ моделирования технических систем

Так называемые «классические» математические ПП, такие как Mathematica, Maple, Mathcad, хорошо приспособлены к выполнению расчетов в дисциплинах естественнонаучного цикла, когда модель задается в аналитической форме. В этих случаях программирование заключается в написании сравнительно небольших по объему программ, состоящих в основном только из макрооператоров [2]. Пакеты компонентного моделирования (КМ) практически полностью ориентированы на численные эксперименты. В настоящее время они преобладают в процессах проектирования технических объектов (ТО). По принципам представления начальной модели среди пакетов КМ можно выделить следующие две основные группы:

- пакеты структурного моделирования (СМ);
- пакеты физического моделирования (ФМ).

Некоторые авторы в своих публикациях выделяют в качестве третьей группы ПП, предназначенные для моделирования гибридных систем (МГС) [3]. Эти пакеты позволяют наглядно описывать ТС со сложной логикой переключений.

#### Объект исследования

К числу универсальных ПП, не ориентированных на конкретные прикладные области моделирования ТС, можно отнести пакет программ MatLab. Данный ПП предназначен для аналитического и численного решения различных математических задач и исследования динамических систем (ДС), включая и дискретные, и непрерывные, и гибридные модели. Главная его особенность – хорошая проработанность и отлаженность всех средств и методов программирования. MatLab получил наиболее

распространенное применение в инженерной практике в отличие от других подобных программ. В состав системы входит ядро компьютерной алгебры Maple и пакет расширения Simulink, а также десятки других пакетов расширений. Система ММ Simulink является в настоящее время одним из наиболее популярных инструментов численных расчетов и применяется в различных областях знаний [4–5].

*Обзор MATLAB/Simulink.* Важнейшей составляющей ПП является приложение СМ ДС Simulink. Simulink – это библиотека блоков для многодоменного моделирования и модельного проектирования. Он поддерживает системный дизайн, моделирование, автоматическую генерацию кода и непрерывный контроль, включая проверку встроенных систем. Simulink предоставляет графический редактор, настраиваемые библиотеки блоков и решатели для моделирования и симулирования ДС. Он интегрирован с MatLab, позволяя включать его алгоритмы в модели и экспортировать результаты моделирования для дальнейшего анализа.

К ключевым особенностям Simulink можно отнести следующие:

- графический редактор для построения и управления иерархическими блок-диаграммами;
- библиотеки предопределенных блоков для моделирования систем непрерывного и дискретного времени;
- симуляционный «движок» с фиксированным и переменным шагами;
- области и отображения данных для просмотра результатов моделирования;
- инструменты визуализации проектов и данных для управления файлами моделей;

– инструменты анализа модели для уточнения ее архитектуры и увеличения скорости моделирования;

– функциональный блок для импорта алгоритмов MatLab в модели;

– приложение Legacy Code Tool для импорта кода C и C++ в модели.

Ещё одним преимуществом системы Simulink является использование его не только для моделирования системы, а еще и для моделирования динамического поведения этой системы. Основные методы, которые используются для создания простой модели – это те же методы, которые будут использованы в дальнейшем для более сложных моделей. Чтобы создать эту простую модель в Simulink, нам потребуется всего четыре блока: Sine Wave – генерирует входной синусоидальный сигнал для модели; Integrator – обрабатывает входной сигнал; Bus Creator – объединяет входной сигнал и сигнал обратной связи в один; Scope – визуализирует сигналы.

Результаты моделирования могут быть представлены в виде графиков или таблиц. Пример построения модели в приложении Simulink приведен на рис. 2, а.

Прежде чем имитировать поведение модели, необходимо определить параметры моделирования. Параметры моделирования включают тип численного «решателя», время начала и остановки и максимальный размер шага. В меню «Editor» выбирается «Simulation» > «Model Configuration Parameters». Диалоговое окно «Configuration Parameters» открывает панель «Solver». В поле Stop time введем 20. В поле Max size введем 0.2. Результаты моделирования приведены на рис. 2, б. Подробно о моделировании систем управления в Simulink изложено в [6–7].

Приложения ПП MatLab позволяют моделировать ТС, включающие механические, электрические и информационные элементы. Среди таких приложений имеет смысл

выделить SimMechanics, SimPowerSystems, StateFlow.

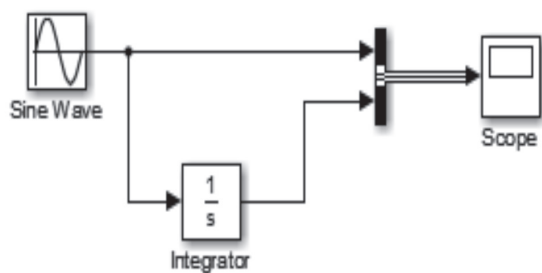
*Обзор SimMechanics.* Приложение SimMechanics предназначено для технического проектирования и моделирования пространственных механизмов, способно моделировать поступательное и вращательное движение тел в трехмерном пространстве. SimMechanics обеспечивает многомодельную среду моделирования для трехмерных механических систем, таких как роботы, подвески транспортных средств, строительное оборудование и посадочные места для самолетов. Моделируя многоярусную систему и используя блоки, представляющие тела, суставы, ограничения и элементы силы, SimMechanics формулирует и решает уравнения движения для всей механической системы. Модели из CAD-систем, включая массу, инерцию, сустав, ограничение и 3D-геометрию, могут быть импортированы в SimMechanics. Автоматически созданная 3D-анимация позволяет визуализировать динамику системы.

SimMechanics позволяет параметризовать свои модели с использованием переменных и выражений MatLab и систем управления проектами многоуровневой системы Simulink. Можно добавлять электрические, гидравлические, пневматические и другие компоненты к механической модели с помощью Simscape и тестировать их все в одной симуляционной среде. Для развертывания моделей в других симуляционных средах, включая аппаратно-контурные (HIL) системы, SimMechanics поддерживает создание C-кода с помощью Simulink Coder.

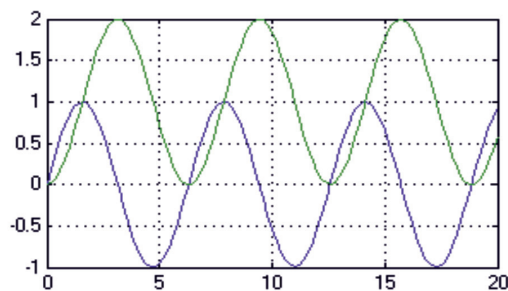
К ключевым особенностям SimMechanics можно отнести следующие:

– блоки и моделирующие конструкции для моделирования и анализа 3D-механических систем в Simulink;

– определение жесткого тела с использованием стандартной геометрии и пользовательских экструзий, определенных в MatLab;



а)



б)

Рис. 2. Пример построения модели в Simulink: а) модель; б) результаты моделирования

- автоматический расчет тензора массы и инерции;
- режимы моделирования для анализа движущихся и расчетных сил;
- визуализация и анимация много-системной динамики системы с 3D-геометрией;
- утилита SimMechanics Link, обеспечивающая интерфейс для Pro/ENGINEER, SolidWorks и Autodesk Inventor для взаимодействия с другими платформами САПР;
- поддержка генерации C-кода с помощью Simulink Coder.

На рис. 3, а приведен пример модели маятника, включающий такие физические компоненты, как блок тела (body), блок одномерного вращательного движения (revolute), блок основания (ground).

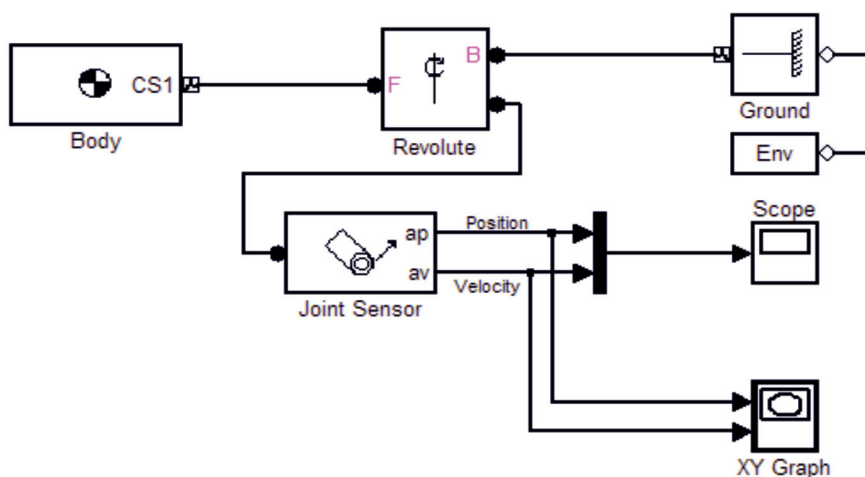
В результате моделирования на рис. 2, б мы видим, что движение является периодическим, но не простым гармоническим (синусоидальным), поскольку амплитуда коле-

бания очень велика (180 градусов от одной точки поворота к другой). Обратим внимание на то, что нулем угла является начальный горизонтальный угол, а не вертикальный. Нули движения всегда являются начальными условиями. График на рис. 2, в показывает угол в зависимости от угловой скорости без явной временной оси. Эти две переменные вычерчивают фигуру, похожую на эллипс, из-за сохранения полной энергии  $E$ :

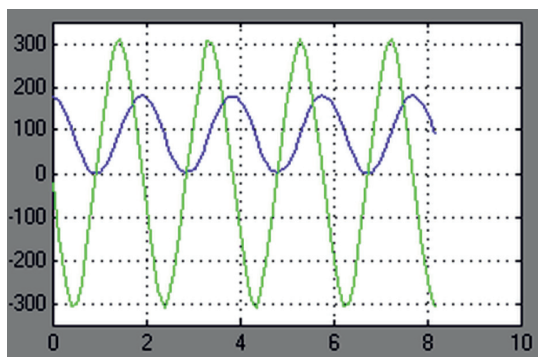
$$\frac{1}{2}J\left(\frac{d}{dt}\right)^2 + mgh \cdot (1 - \sin \theta) = E = \text{const},$$

где  $J = I_{zz} + \frac{mL^2}{4}$  – инерционный момент

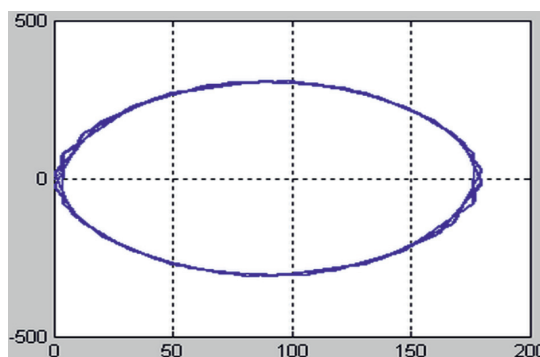
стержня относительно его точки поворота (а не центра тяжести). Два члена в левой части этого уравнения представляют собой соответственно кинетическую и потенциальную энергии. Пространство скоростей координат является фазовым пространством системы.



а)



б)



в)

Рис. 3. Построение модели маятника в приложении SimMechanics:  
а) модель; б)–в) результаты моделирования

Важнейшим достоинством пакета SimMechanics является возможность объединения блоков SimMechanics и блоков Simulink в единой схеме. В частности, блоки привода SimMechanics (Actuator blocks) могут подключаться к стандартным выходным портам Simulink, как это показано на рис. 3, а.

*Обзор SimPowerSystems.* Пакет SimPowerSystems, как и SimMechanics, является расширением среды MatLab. Он работает под управлением Simulink, используя тот же способ визуального компонентного программирования с использованием «энергетических» компонентов. Он представляет собой библиотеку компонентов и инструменты анализа для моделирования и симулирования систем и объектов электроэнергетики. В библиотеках представлены модели компонентов электрической энергии, включая трехфазные машины, электроприводы и компоненты для таких применений, как гибкие системы передачи переменного тока (FACTS), системы возобновляемых источников энергии, автоматический анализ гармоник, расчет полного гармонического искажения (THD), потока нагрузки и других ключевых анализов электроэнергетической системы.

Модели SimPowerSystems могут использоваться для разработки систем управления и тестирования производительности системного уровня. Имеется возможность параметризовать модели с использованием переменных и выражений MatLab и систем управления проектами для системы электроснабжения в Simulink. Можно добавлять механические, гидравлические, пневматические и другие компоненты к модели с помощью Simscape и тестировать их вместе в одной симуляционной среде. Для развертывания моделей в других симуляционных средах, в том числе в аппаратно-петлевых (HIL) системах, SimPowerSystems поддерживает создание С-кода. SimPowerSystems была разработана в сотрудничестве с Hydro-Quebec из Монреаля.

К ключевым особенностям SimPowerSystems можно отнести следующие:

- библиотеки моделей конкретных приложений, включая модели обычных электроприводов переменного и постоянного тока, гибких систем передачи переменного тока (FACTS) и систем с возобновляемыми источниками энергии;

- режимы дискретизации и фазового моделирования для более быстрого выполнения симуляции;

- идеальный алгоритм переключения для ускоренного моделирования силовых электронных устройств;

- методы анализа для получения состояний представления схем и вычислительного потока нагрузки для электрических машин;

- основные модели разработки ключевых электрических технологий;

- возможность расширения библиотек компонентов с использованием Simscape;

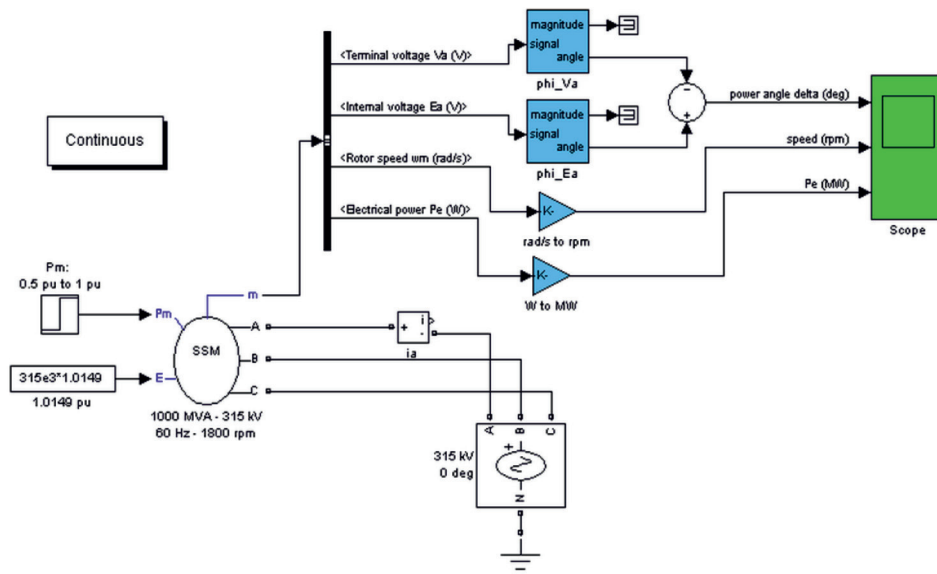
- поддержка генерации С-кода.

В качестве примера создания моделей в SimPowerSystems на рис. 4, а представлена модель работы синхронного генератора. Для представления эквивалентного источника используется блок Simplified Synchronous Machine с параметрами 1000 МВА, 315 кВ, 60 Гц, подключенного к бесконечной шине (блок трехфазного программируемого источника напряжения). Блок синхронной машины (SI Units) используется как синхронный генератор. Внутреннее сопротивление и реактивное сопротивление установлены на значениях 0,02 ( $R = 1,9845 \text{ Ом}$ ) и 0,2 ( $X = 19,845 \text{ Ом}$ ,  $L = 0,0526 \text{ Н}$ ). Инерция машины  $J = 168,870 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , что соответствует постоянной инерции  $H = 3 \text{ с}$ . Электрическая частота равна  $\omega_s = 2\pi \cdot 60 = 377 \text{ рад/с}$ . Машина имеет две пары полюсов, так что ее синхронная скорость составляет  $2\pi \cdot 60 / 2 = 188,5 \text{ рад/с}$  или 1800 об/мин.

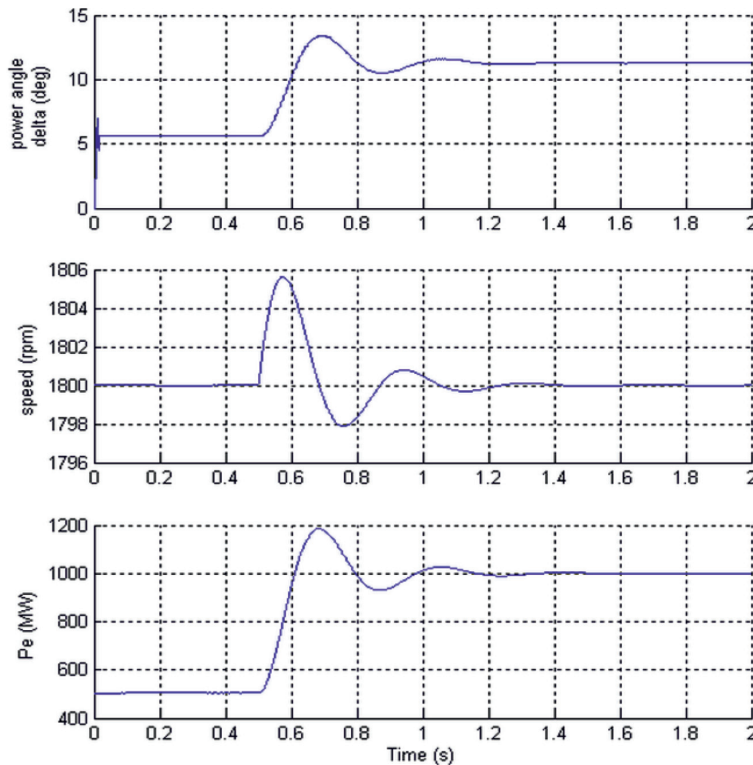
Опция Load Flow в блоке Powergui используется для инициализации машины и запуска моделирования в стационарном режиме с мощностью 500 МВт. Требуемое внутреннее напряжение, рассчитанное по потоку нагрузки, составляет 1,0149, поэтому внутреннее межфазное напряжение составит  $E = 315 \cdot 1,0149 = 319,690 \text{ кВ}$ , как указано в блоке Constant, подключенном к входу E. Максимальная мощность, которую может подавать машина с напряжением  $V_t = 1,0 \text{ pu}$  и внутренним напряжением  $E = 1,0149 \text{ pu}$ , равна  $P_{\max} = V_t \cdot E / X = 1,0149 / 0,2 = 5,0745 \text{ pu}$ . Синхронная машина изначально работает в стационарном режиме с механической мощностью 505 МВт (механическая мощность, требуемая для выходной мощности 500 МВт, учитывая резистивные потери). При  $t = 0,5 \text{ с}$  механическая мощность внезапно увеличивается до 1000 МВт.

Открыв блок осциллографа Scope, наблюдаем результаты моделирования в виде электромеханических переходных процессов, отображающих угол мощности  $\delta$  в градусах, скорость машины в об/мин и электрическую мощность в МВт. Результаты моделирования показаны на рис. 4, б. Для начальной электрической мощности  $P_e = 500 \text{ МВт}$  (0,5 pu) угол нагрузки  $\delta$  составляет 5,65 градуса, что соответствует ожидаемому значению:

$$P_e = \frac{V_t \cdot E \cdot \sin \delta}{X} = \frac{1,0 \cdot 1,0149 \cdot \sin(5,65^\circ)}{0,2} = 0,5 \text{ p.u.}$$



а)



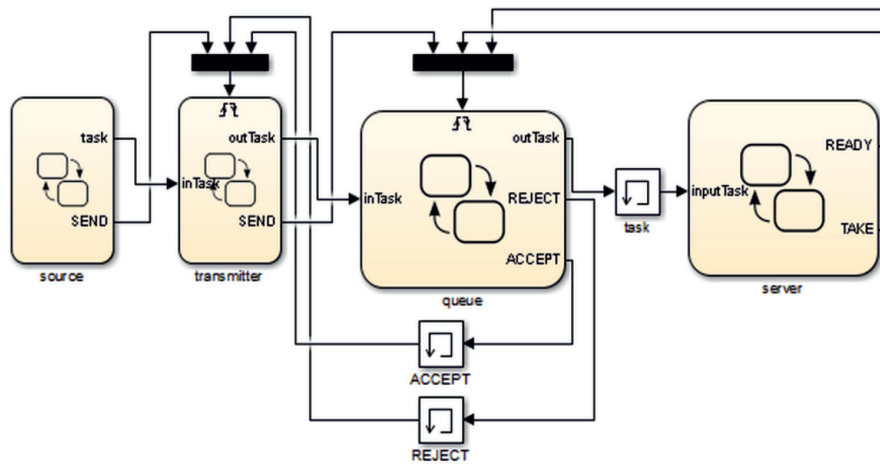
б)

Рис. 4. Пример моделирования работы синхронного генератора в SimPowerSystems: а) модель; б) результаты моделирования

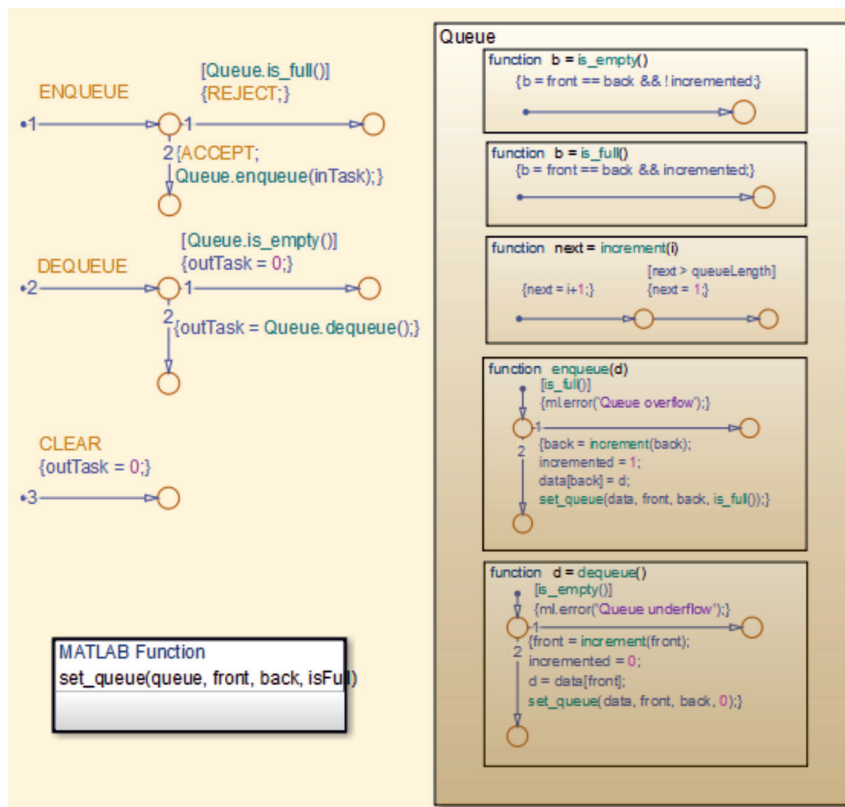
Поскольку механическая мощность ступенчато изменяется от 0,5 до 1,0 пу, угол нагрузки увеличивается и проходит через ряд под затухающими колебаниями (коэффициент демпфирования  $\zeta = 0,3$ ) до стабилиза-

ции до нового значения 11,3 градуса. В этом случае частота колебаний определяется как

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\omega_s \cdot P_{\max}}{2H}} = 2,84 \text{ Гц.}$$



a)



б)

Рис. 5. Пример построения системы очередей задач сервера в StateFlow:  
а) блок-схема модели; б) SF-диаграмма

Подробно о создании моделей и анализе результатов в SimPowerSystems изложено в работах авторов [8–12].

*Обзор StateFlow.* В настоящее время появились пакеты, позволяющие моделировать глобальное поведение динамики гибридных систем [13–15]. Одним из эф-

фективных и наиболее доступных инструментов численного моделирования систем, управляемых событиями, является пакет Stateflow, входящий в состав ПП MatLab.

Stateflow – среда для моделирования и симулирования комбинаторной и последовательной логики принятия решений на

основе конечных автоматов и блок-схем. Stateflow позволяет комбинировать графические и табличные представления, включая диаграммы перехода состояний, блок-схемы, таблицы перехода состояния и таблицы истинности, для моделирования реагирования системы на события, временные условия и внешние входные сигналы. С его помощью можно спроектировать логику для диспетчерского управления, планирования задач и приложений для управления отказами. Stateflow включает в себя анимацию состояний компьютеров и статические и временные проверки для проверки согласованности и полноты дизайна перед реализацией.

К ключевым особенностям Stateflow можно отнести следующие:

- модельная среда, графические компоненты и механизм моделирования для моделирования и моделирования сложной логики;

- детерминированная семантика выполнения с иерархией, параллелизмом, временными операторами и событиями;

- графики состояний, таблицы перехода состояний и матрицы перехода состояний, представляющие конечные автоматы;

- блок-схемы, функции MatLab и таблицы истинности для представления алгоритмов;

- горизонтальная анимация диаграммы, ведение журнала состояния, ведение журнала данных и встроенная отладка для анализа дизайна и обнаружения ошибок времени выполнения;

- статические и временные проверки конфликтов перехода, циклические проблемы, несоответствия состояния, нарушения диапазона данных и условия переключения;

- конечные автоматы Mealy и Moore.

В качестве примера создания модели в Stateflow на рис. 5, а показано моделирование системы очередей для задач обработки сервера. В процессе задействованы четыре диаграммы Stateflow:

1. Source (источник) – создает задачи с весом от 1 до 5, которые занимают время, пропорциональное их весу.

2. Transmitter (передатчик) – принимает сигнал от источника и отправляет его в очередь, показывает вес задачи слева от дисплея синим цветом, ожидает уведомления АССЕРТ или REJECT из очереди, отправляет задачу в очередь на АССЕРТ, отмечает задачу как сброшенную (красную) на REJECT.

3. Queue (очередь) – получает задания от передатчика, если в очереди есть место, приостанавливает задачу для Сервера, если

нет места, очередь переполняется и отклоняет задачу, задачи в очереди отображаются в черных ящиках на дисплее.

4. Server (сервер) – опрашивает очередь для задач, если очередь находится в ожидании, сервер выполняет задачу и обрабатывает ее, задача, которая обрабатывается, отображается черным цветом справа от дисплея, сервер остается занятым в течение времени, которое занимает задача, а затем возвращается к опросу очереди.

Все эти операции показаны на рис. 5, б.

### Заключение

Анализируя современные ТС с точки зрения особенностей их моделирования, можно отметить следующее:

1. Большинство ТС предназначены для реализации заданного движения, и основу любой ТС составляет некоторый исполнительный механизм.

2. Необходимой частью ТС является привод – электромеханический, гидравлический или какой-то другой.

3. Важным компонентом современной ТС является управляющее устройство (УУ), задача которого – обеспечение сложных координированных движений механической части.

Исходя из вышеизложенного и проведенного анализа пакетов ММ, можно сделать вывод, что среда MatLab, в частности приложения моделирования механических систем SimMechanics, электрических систем SimPowerSystems, а также пакет событийного моделирования StateFlow, позволяют получить мощный инструмент исследования сложных ТС. Также широкое распространение MatLab получил в научных исследованиях и образовании.

### Список литературы

1. Воронин А.В. Моделирование мехатронных систем: учебное пособие / А.В. Воронин: Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2008 – 137 с.

2. Воронин А.В. Моделирование технических систем: учебное пособие / А.В. Воронин: Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2013. – 130 с.

3. Колесов Ю.Б., Сенечников Ю.Б. Имитационное моделирование сложных динамических систем [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://www.exponenta.ru/soft/others/mvs/ds\\_sim.asp](http://www.exponenta.ru/soft/others/mvs/ds_sim.asp).

4. Дьяконов В.П. MATLAB R2006/2007/2008 + SIMULINK 5/6/7. Основы применения. Учебное пособие. – М.: СОЛОН-Пресс, 2008. – 800 с.

5. Семёнов А.С. Моделирование режимов работы асинхронного двигателя в пакете программ MATLAB // Вестник Северо-Восточного федерального университета им. М.К. Аммосова. – 2014. – Т. 11. № 1. – С. 51–59.

6. Кугушева Н.Н. Моделирование режимов электропотребления машин переменного тока с использованием программы MATLAB / Молодежь и научно-технический



прогресс в современном мире // Материалы докладов I Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – 2009. – С. 15–17.

7. Кугушева Н.Н. Универсальный и многополюсный стабилизатор системы в программе MATLAB / Молодежь и научно-технический прогресс в современном мире // Материалы III Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – 2011. – С. 76–78.

8. Петрова М.Н., Кугушева Н.Н., Хубиева В.М. Моделирование режимов работы электропривода клетевой подъемной установки рудника / Студенческий научный форум – 2017 // IX Международная студенческая электронная научная конференция. – 2017. <https://www.scienceforum.ru/2017/2280/32015>.

9. Семёнов А.С. Моделирование режимов работы асинхронного двигателя при прямом пуске и с преобразователем частоты в пакете программ MATLAB // Естественные и технические науки. – 2013. – № 4 (66). – С. 296–298.

10. Семёнов А.С. Моделирование реостатного пуска двигателя постоянного тока с независимым возбуждением //

Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 9–2. – С. 29–34.

11. Семёнов А.С., Хубиева В.М., Петрова М.Н. Математическое моделирование режимов работы двигателя постоянного тока в среде MATLAB // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 10–3. – С. 523–528.

12. Трофимов Ю.Ю., Егоров А.Н. Основные требования к системам электроснабжения горных предприятий и моделирование их режимов работы / Студенческий научный форум – 2017 // IX Международная студенческая электронная научная конференция. – 2017. <https://www.scienceforum.ru/2017/2280/29332>.

13. Козлов О.С., Кондаков Д.Е., Скворцов Л.М. и др. Программный комплекс «Моделирование в технических устройствах» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [model.exponenta.ru](http://model.exponenta.ru).

14. Карпов Ю.Г. Теория автоматов. – СПб.: Питер, 2002. – 224 с.

15. Колесов Ю.Б., Сениченков Ю.Б. Моделирование систем. Динамические и гибридные системы: учебное пособие. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 224 с.