

УДК 004.932.2

СПЛАЙН-АППРОКСИМАЦИЯ В ЗАДАЧЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

¹Безуглов Д.А., ²Крутов В.А., ²Швачко О.В.

¹Ростовский филиал Российской таможенной академии, Ростов-на-Дону, e-mail: bezuglovda@mail.ru;

²ФКУ Научно-производственное объединение «Специальная техника и связь» Министерства внутренних дел Российской Федерации, Ростов-на-Дону, e-mail: stis-rostov6@mail.ru

При идентификации и распознавании изображений для современных телевизионных систем технического зрения одним из достаточно важных операторов является оператор выделения контуров. В современных информационных системах обычно используют методы численного дифференцирования или маски. В настоящее время задача цифрового дифференцирования изображений, зарегистрированных на фоне аддитивных шумов различной природы, и получения эффективных и состоятельных оценок их производных является далеко не тривиальной. Это связано с тем, что она в общем случае является некорректной. В предлагаемой статье синтезирован принципиально новый метод и алгоритм дифференцирования изображений на фоне шума с использованием аппарата сглаживающих В-сплайнов. Показано, что применение кубических нормализованных В-сплайнов в задаче аппроксимации дифференцированных изображений уменьшает время обработки. Предложенный в настоящей статье впервые новый высокоточный метод цифрового сплайн-дифференцирования изображений позволяет, без использования стандартных численных процедур дифференцирования, вычислять с достаточно высокой точностью как значение самого сигнала, так и значения его производной. Метод, как это показали вычислительные эксперименты, имеет помехоустойчивость выше, чем алгоритмы, основанные на использовании разностных схем. В статье приведены результаты обработки изображений предложенным методом.

Ключевые слова: сплайн-аппроксимация, дифференцирование сигналов и изображений

SPLINE APPROXIMATION IN THE PROBLEM OF DIFFERENTIATION OF SIGNALS AND IMAGES

¹Bezuglov D.A., ²Krutov V.A., ²Shvachko O.V.

¹Rostov branch of the Russian Customs Academy, Rostov-on-Don, e-mail: bezuglovda@mail.ru;

²Federal State Organization «Special machinery and Communication» of The Ministry of Internal Affairs of the Russian Federation, Rostov-on-Don, e-mail: stis-rostov6@mail.ru

The identification and classification of the images for modern television systems a technical view, one of the important operators is the operator of peaking. In modern information systems typically use methods of numerical differentiation or mask. Currently, the problem of the digital differentiation of the image was on the background of additive noise of different nature and to obtain efficient and consistent estimates of their derivatives is far from trivial. This is due to the fact that it is in the General case is incorrect. This article synthesized a fundamentally new method and algorithm of differentiation of images on the background noise using the apparatus of the smoothing B-splines. It is shown that the use of normalized cubic b-splines in the approximation of differential images reduces the processing time. Proposed in the present article, a new method of digital high-precision spline-differentiation of images, without the use of standard procedures of numerical differentiation to calculate with a sufficient degree of accuracy as the value of the signal and the values of its derivative. The method, as shown by the computational experiments has a noise tolerance higher than that of the algorithms based on the use of difference schemes. The article presents the results of processing images by the proposed method.

Keywords: spline approximation, differentiation of signals and images

Существующие методы и алгоритмы обработки сигналов и телевизионных изображений позволяют решить задачу достоверной обработки с условием, что задана априорная информация об обрабатываемом процессе, что является не всегда возможным [1]. Для получения такой информации, как правило, требуются дополнительные технические решения, которые являются достаточно сложными и не всегда технически реализуемыми.

Одним из источников получения информации при анализе телевизионного изображения являются его производные. Определение производных является одним

из актуальных вопросов в задаче обработки телевизионных изображений при наличии шума. Существующие методы предварительной обработки измерительных данных связаны в основном с использованием цифровых фильтров. В тех случаях, когда в процессе обработки подавляется высокочастотная составляющая, говорят о сглаживании [9–12].

Методы, основанные на сплайнах, заняли прочное место среди наиболее мощных средств вычислительной математики. В практике обработки сигналов и изображений широко используется сплайн-аппроксимация их дискретных значений, что определяется

свойством гладкости аппроксимирующей функции по производным на границах интервалов дискретизации [3–8].

В настоящее время выделение контуров телевизионных изображений производят, как правило, с использованием различных масок, то есть по сути дела используют методы численного дифференцирования. Однако при наличии интенсивных фоновых шумов такой подход, как правило, непродуктивен и приводит к большим погрешностям.

Таким образом, задача разработки методов и алгоритмов дифференцирования изображений для выделения контуров объектов на телевизионных изображениях при наличии интенсивного фонового шума в настоящее время является актуальной.

Цель настоящей работы: разработка нового метода выделения контуров телевизионных изображений с использованием сплайн-дифференцирования.

Анализ алгоритма сплайн-дифференцирования сигналов

В настоящее время существует ряд задач обработки сигналов, когда регистрируется процесс $S(t)$, а информативным параметром для дальнейшей обработки является

его первая производная $\frac{\partial S(t)}{\partial t}$. Известные к настоящему времени методы численного дифференцирования позволяют решать такую задачу лишь для функций, заданных в известных точках с малой погрешностью.

Рассмотрим одно из широко используемых в практике разностных отношений, для приближенного вычисления производной функции $S(t)$, например [9]:

$$\frac{\partial S(t_k)}{\partial t} \approx S_{t,k} = \frac{S(t_k) - S(t_{k-1})}{h}, \quad (1)$$

где h – шаг, $S(t_k)$ – выборочные значения сигнала.

Методическая погрешность аппроксимации в данном случае определится следующим выражением:

$$S_{t,k} = \frac{\partial S(t_k)}{\partial t} - \frac{h}{2} \frac{\partial^2 S(\xi_k^{(j)})}{\partial t^2}, \quad (2)$$

где $\xi_k^{(j)}$, $j=1,2,3$, – точки из интервала (t_{k-1}, t_{k+1}) .

Погрешность, которая возникает при вычислении данных разностных отношений, может намного превосходить погрешность в задании значений функции $S(t_k)$ и в некоторых случаях неограниченно возрастать при стремлении шага сетки h к нулю.

Выражение (2) в данном случае является некорректным. Это связано с тем, что для

нахождения приближения $S_{t,k}$ к $\frac{\partial S(t_k)}{\partial t}$ не-

обходимо, чтобы шаг h был малым. Задачу дифференцирования также можно решить с использованием полиномов Лагранжа, но для высокоточной аппроксимации придется использовать большие степени этих полиномов, что неизбежно приводит к осцилляциям. Практического применения данный подход не нашел.

В настоящее время математический аппарат сглаживающих В-сплайнов применяется для решения широкого круга задач. Применение на практике данного метода аппроксимации сплайнами дифференцированных сигналов позволяет значительно уменьшить время обработки по сравнению с другими численными методами.

Рассмотрим предлагаемый метод на примере численного сплайн-дифференцирования известного сигнала [2]. Будем проводить математическое моделирование с использованием пакета математического моделирования Matcad 14.

Например, пусть тестовый сигнал имеет следующий вид:

$$S_k = (\sin(k/12)\sin(k/3))\exp(k/N). \quad (3)$$

Примем следующие обозначения $S_k = S(t_k)$, где $N = 512$ – количество отсчетов, $k = 0, 1, \dots, N-1$. Для такого представления легко найти аналитическую производную $\frac{\partial S_k}{\partial t}$.

Вычислим аналитическую производную S_k :

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_k}{\partial t} = & 1/3 \cos(k/3)\sin(k/12)\exp(k/N) + \\ & + 1/12 \sin(k/3)\cos(k/12)\exp(k/N) + \\ & + \sin(k/3)\frac{\sin(k/12)}{N}\exp(k/N). \end{aligned} \quad (4)$$

В данном случае разностное соотношение численного дифференцирования будет иметь следующий вид:

$$S_{t,k} = \frac{S_k - S_{k-1}}{h}, \quad (5)$$

где h – шаг сетки.

Проведенный авторами вычислительный эксперимент показал, что значения производной $S_{t,k}$ практически совпадают со значениями $\frac{\partial S_k}{\partial t}$, вычисленными аналитически.

Вычислим коэффициенты сплайн-функции, аппроксимирующей тестовый сигнал в соответствии методом [2]. При этом значения производной $\frac{\partial S_k^w}{\partial t}$, получен-

ные методом сплайн-дифференцирования, практически совпадают со значениями производной сигнала $\frac{\partial S_k}{\partial t}$, вычисленной аналитически, это свидетельствует о корректности предложенного подхода.

Для учета погрешности регистрации добавим с использованием датчика случайных чисел к исходному сигналу S_k «белый» гауссовский шум N_1 , со следующими параметрами $m_N = 0, D_{ш}$:

$$S_k^N = S_k + N_1. \quad (6)$$

Проведем численное дифференцирование полученной аддитивной смеси сигнала и шума S_k^N с помощью разностной схемы.

Из рис. 1 следует, что значения $S_{t,k}$, полученные с использованием метода разностного дифференцирования, существенно отличаются от значений аналитической производной $\frac{\partial S_k}{\partial t}$ данного сигнала. Это означает, что на практике данный метод использовать невозможно. Для удобства рассмотрения на рис. 1 представлены первые 64 отсчета.

Рассмотрим дифференцирование аддитивной смеси сигнала и шума S_k^N с помощью предложенного метода сплайн-дифференцирования. На рис. 2 приведены результаты вычислительного эксперимента с использованием предложенного метода

и разностной схемы. Как следует из рисунка, производная аддитивной смеси сигнала и шума успешно восстановлена при помощи предложенного метода сплайн-дифференцирования.

Для оценки точности дифференцирования дисперсия ошибки восстановления рассчитывалась в соответствии со следующими выражениями:

$$D_1 = \frac{1}{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \left(\frac{\partial S_k}{\partial t} - S_{t,k} \right)^2, \quad (7)$$

$$D_2 = \frac{1}{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \left(\frac{\partial S_k}{\partial t} - \frac{\partial S_k^W}{\partial t} \right)^2, \quad (8)$$

где D_1 – дисперсия ошибки для разностной схемы вычисления производной, D_2 – дисперсия ошибки для производной сигнала, дифференцированного с использованием сплайнов.

Таким образом, предложенный метод дает возможность дифференцировать результаты измерений с существенно меньшей погрешностью, чем разностная схема. При этом погрешность дифференцирования практически не меняется при увеличении дисперсии шума (погрешности регистрации).

Рассмотрим использование предложенного метода на примере дифференцирования строки изображения.

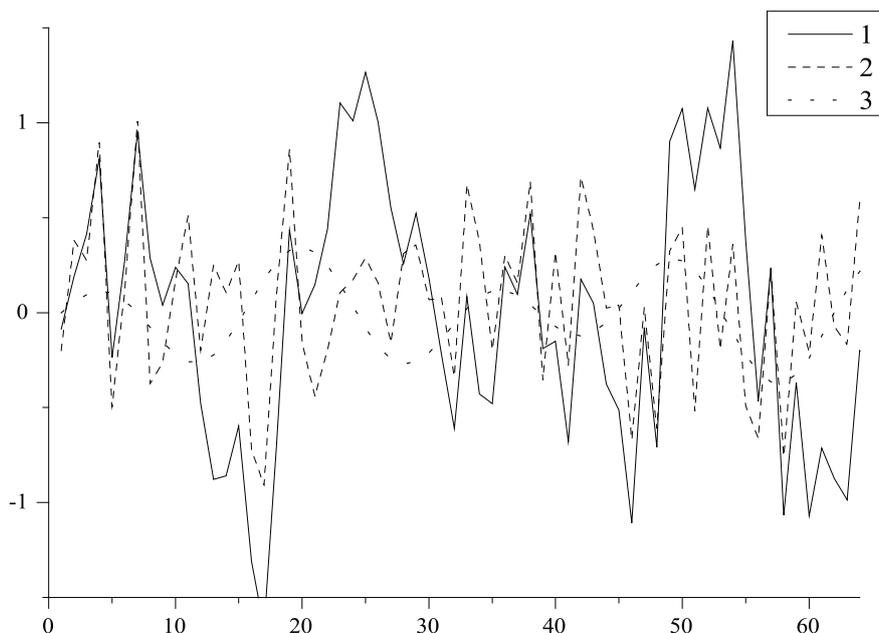


Рис. 1. 1 – S_k^N ; 2 – $S_{t,k}$; 3 – $\frac{\partial S_k}{\partial t}$

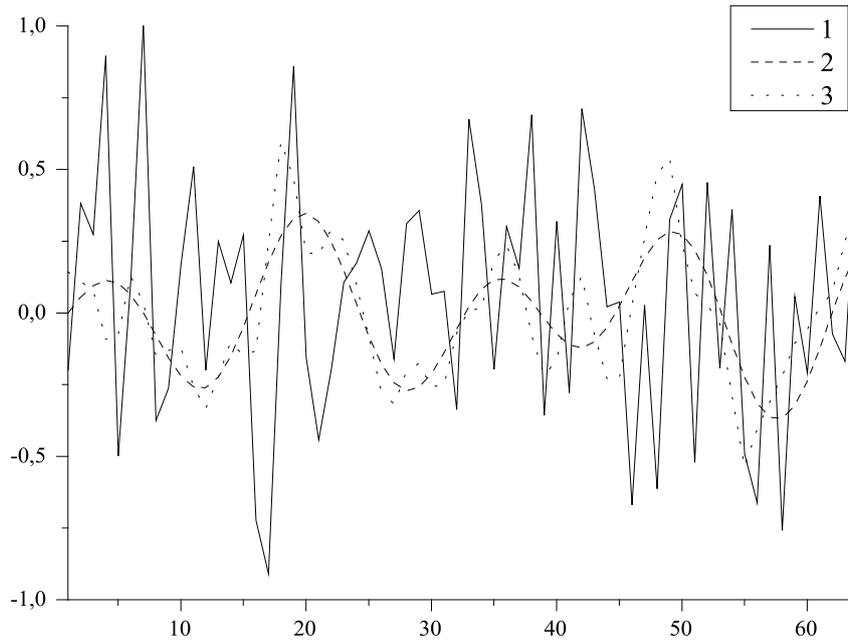


Рис. 2. 1 – $S_{t,k}$, 2 – $\frac{\partial S_k}{\partial t}$; 3 – $\frac{\partial S_k^W}{\partial t}$

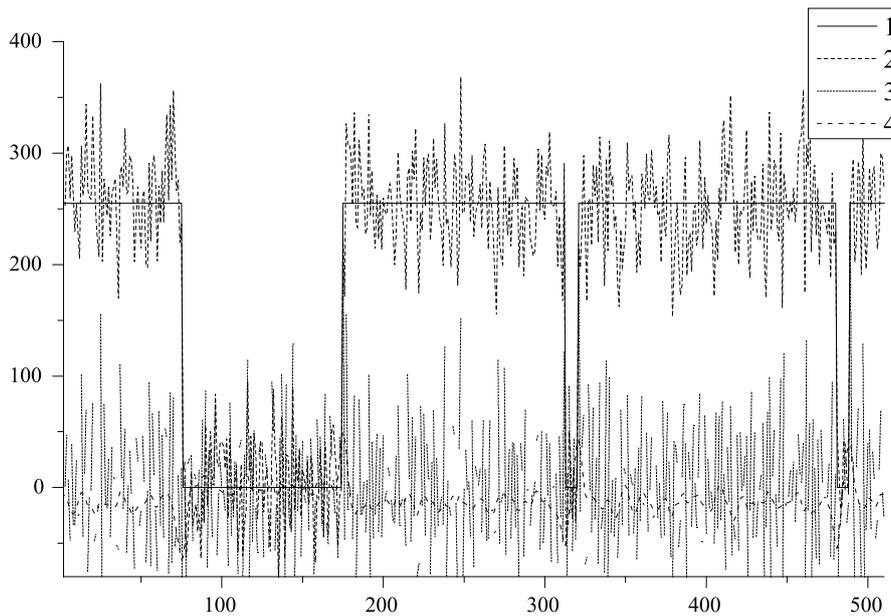


Рис. 3. 1 – S_k^c , 2 – S_k^N , 3 – $S_{t,k}^c$, 4 – $\frac{\partial S_k^c}{\partial t}$

Анализ алгоритма сплайн-дифференцирования изображений

На рис. 3 приведен результат нахождения производной $\frac{\partial S_k^c}{\partial t}$ строки изображения S_k^c на фоне шума с использованием предложенного метода. Размер выборки был

равен $N = 512$. Очевидно, что метод сплайн-дифференцирования достаточно устойчив к шуму по сравнению с разностной схемой.

Таким образом, применение предложенного метода дифференцирования строки изображения на фоне шума позволяет с достаточной точностью вычислить производную. Имея информацию о поведении первой про-

изводной, можно определять локальные максимумы в строке изображения на фоне шума.

Процедура нахождения первой производной сигнала с использованием метода сплайн-дифференцирования следующая:

1. Выбирается коэффициент сглаживания (как правило, равен единице, при высоком уровне шума можно выбрать больший коэффициент).

2. Вычисляется матрица коэффициентов сглаживания.

3. Решается система линейных алгебраических уравнений с учетом коэффициентов сглаживания и значений входной реализации, тем самым вычисляются коэффициенты сглаживающих сплайнов.

4. С помощью сглаживающих В-сплайнов восстанавливается первая производная и исходный сигнал.

Метод выделения контуров на основе градиентной обработки изображений

Рассмотрим решение задачи выделения контуров телевизионных изображений с использованием нового метода сплайн-дифференцирования. Для этого матрицу изображения $S(i, j)$ разобьем на строки и столбцы, проведем дифференцирование предложенным методом [2] и вычислим затем операторы выделения контуров. В отличие от известных подходов, при дифференцировании будет учитываться информация об интенсивности во всей строке изображения. Такой подход позволяет минимизировать вредное влияние шума.

Пусть задана матрица $S(i, j)$ черно-белого изображения размером $N \times N$. Примем следующие обозначения:

$$S_i = [s_{i1}, \dots, s_{ij}, \dots, s_{iN}] - i\text{-я строка матрицы,} \quad (9)$$

$$S_j = \begin{pmatrix} s_{1j} \\ \vdots \\ s_{ij} \\ \vdots \\ s_{Nj} \end{pmatrix} - j\text{-й столбец.} \quad (10)$$

$S1_i = \frac{\partial S_i}{\partial x}$ – вектор-строка, полученная дифференцированием i -ой строки матрицы $s(i, j)$.

$$\frac{\partial S(j)_i}{\partial x} = S1(j)_i - j\text{-ый элемент вектор-строки } S1_i = \frac{\partial S_i}{\partial x}, \quad (11)$$

$S1^j = \frac{\partial S^j}{\partial y}$ – вектор-столбец, полученный дифференцированием j -ого столбца матрицы $s(i, j)$.

$$\frac{\partial S(i)^j}{\partial y} = S1(i)^j - i\text{-ый элемент вектор-столбца } S1^j = \frac{\partial S^j}{\partial y}. \quad (12)$$

Тогда, с учетом разработанного ранее метода сплайн-дифференцирования [2], выражения для производной по строкам и столбцам могут быть записаны в следующем виде:

$$\frac{\partial S_i}{\partial x} = \sum_{i=1}^{N-1} \left(\frac{\chi^2}{2h} (b_{i+2} - 3b_{i+1} + 3b_i - b_{i-1}) + \frac{\chi}{h} (b_{i+1} - 2b_i + b_{i-1}) + \frac{1}{2h} (b_{i+1} - b_{i-1}) \right). \quad (13)$$

$$\frac{\partial S^j}{\partial y} = \sum_{i=1}^{N-1} \left(\frac{Y^2}{2h} (b_{j+2} - 3b_{j+1} + 3b_j - b_{j-1}) + \frac{Y}{h} (b_{j+1} - 2b_j + b_{j-1}) + \frac{1}{2h} (b_{j+1} - b_{j-1}) \right). \quad (14)$$

Выражение для градиента интенсивности может быть записано следующим образом:

$$S1_i^2 + S1^{j2} = \left(\frac{dS_i}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dS^j}{dy} \right)^2. \quad (15)$$

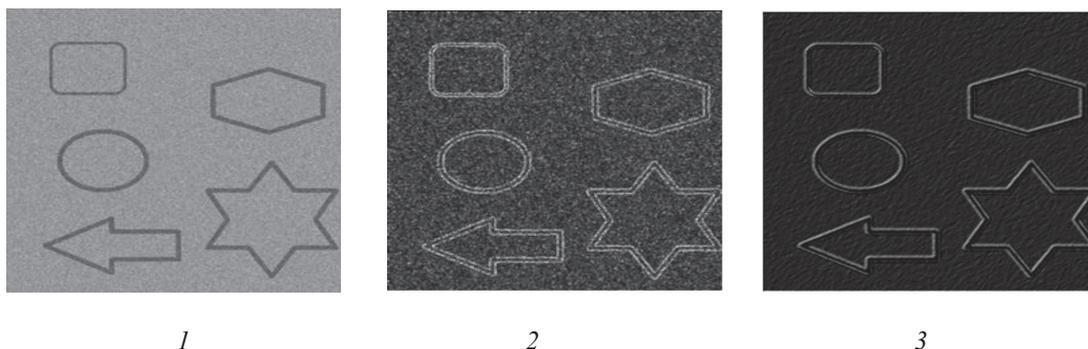


Рис. 4. 1 – исходное изображение СКО формирующего шума $\sigma = 30$; 2 – результат выделения контуров оператором Собеля с гауссовым сглаживанием; 3 – результат выделения контуров предложенным методом сплайн-дифференцирования

На рис. 4 представлен результат выделения контуров на тестовом изображении при среднеквадратическом отклонении шума $\sigma = 30$. Как видно из рисунка, предложенный метод позволяет достаточно эффективно решить поставленную задачу. Важной положительной характеристикой предложенного метода является устойчивость к импульсным шумам, что выгодно отличает его от традиционных дифференциальных фильтров. Таким образом, проведя аппроксимацию сглаживающими В-сплайнами по строкам и столбцам изображения $S(i, j)$, возможно определение контуров изображений градиентным методом без использования разностных операторов и различных масок.

Выводы

Таким образом, разработан новый метод выделения контуров изображений на фоне аддитивного шума с использованием сглаживающих нормализованных В-сплайнов. По сути, предложен метод вычисления модуля (квадрата) градиента изображения с использованием сплайн-дифференцирования. Предложенный авторами метод позволяет уйти от использования различных масок при выделении контуров изображений, при этом применение кубических нормализованных В-сплайнов в задаче аппроксимации дифференцированных сигналов уменьшает время обработки. Предложенный метод цифрового сплайн-дифференцирования телевизионных изображений позволяет, не пользуясь методами численного дифференцирования, например масками, которые сами по себе являются некорректными, вычислять контуры изображений на фоне шума. Метод, как

это показали вычислительные эксперименты, проведенные авторами, имеет значительно более высокую помехоустойчивость, чем известные алгоритмы, основанные на использовании разностных схем.

Список литературы

1. Алибеков И.Ю. Численные методы / И.Ю. Алибеков. – М.: МГИУ, 2008. – 220 с.
2. Безуглов Д.А., Крутов В.А., Швачко О.В. Метод дифференцирования сигналов с использованием сплайн-аппроксимации // *Фундаментальные исследования*. – 2017. – № 4. – С. 24–28.
3. Безуглов Д.А., Скляр А.В., Забродин Р.А., Решетникова И.В. Субоптимальный алгоритм оценивания на основе аппарата сглаживающих В-сплайнов // *Измерительная техника*. – 2006. – № 10. – С. 14–17.
4. Безуглов Д.А., Цугурян Н.О. Дифференцирование результатов измерений с использованием математического аппарата вейвлет-фильтрации // *Измерительная техника*. – 2006. – № 4. – С. 12–16.
5. Безуглов Д.А., Швидченко С.А. Информационная технология вейвлет-дифференцирования результатов измерений на фоне шума // *Вестник компьютерных и информационных технологий*. – 2011. – № 6. – С. 40–45.
6. Вдовин В.М. Теория систем и системный анализ: Учебник для студентов экономических вузов, обуч. по спец. «Прикладная информатика (в экономике)». – М.: Дашков и К, 2010. – 640 с.
7. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. – М.: Наука, 1980. – 350 с.
8. Лапчик М.П. Численные методы. – М.: Академия, 2008. – 381 с.
9. Поршнев С.В. Численные методы на базе Mathcad. – СПб.: BHV, 2012. – 464 с.
10. Прэтт У. Цифровая обработка изображений (том 2). – М.: Мир, 2012. – 733 с.
11. Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов. – М.: ИЛ, 2010. – 545 с.
12. Швидченко С.А. Методы и алгоритмы выделения контуров изображений в радиотехнических системах с использованием дискретной вейвлет-фильтрации: Автореф. дис. канд. техн. наук (05.12.04). – Ростов-на-Дону, 2013. – 16 с.